

نظرية المعرفة والمذهب الذاتي

الجزء الثاني

نظرية الاحتمال في ضوء المذهب الذاتي

تأليف
رضا حسن الغرابي

السيد رضا حسن الغرابي

نظرية المعرفة والمذهب الذاتي

- الجزء الثاني -

المقالة الثامنة

نظرية الاحتمال في ضوء
المذهب الذاتي

بسم الله الرحمن الرحيم

سبحانك لا علم لنا إلا ما
علمتنا أنك أنت العليم الحكيم

الطبعة الأولى

١٤٣٢هـ - ٢٠١١م

الطبعة الثانية

١٤٣٥هـ - ٢٠١٤م

دار الكتب العلمية

للطباعة والنشر والتوزيع

العراق - بغداد

E-mail: darktbalmya@yahoo.com

المقالة الثامنة

نظرية الاحتمال
في ضوء
المذهب الذاتي

مقدمة المقالة

أولاً - يعتبر الاحتمال - سواء في مفهومه أو في حسابه - من المواضيع المعقدة غاية التعقيد، فأما بالنسبة لتفسير المضمون المعرفي الدقيق لمفهوم الاحتمال فقد استنزف - وما زال يستنزف - طاقات ذهنية هائلة، وأما حساب الاحتمالات فهو - كما نعرف - قسم كبير من الرياضيات، وهو - أي حساب الاحتمالات - نظير الهندسة يبدأ من مجموعة أصول ((axioms))، ثم يتشعب إلى شعب كثيرة على أساس المعايير المنطقية والقواعد الرياضية، لينتهي إلى موجود كبير، ليحسب بيده المقتدرة مقدار احتمال الحوادث أو القضايا في الفروض المختلفة بشكل مذهش. (١)

وعلى الرغم من صعوبة الاحتمال وتعقيداته - كما تقدم - خاض الشهيد الصدر غمار البحث في هذا الموضوع في إطار معالجته لـ ((مشكلة الاستقراء))، الذي أقام معالجته على أساس حساب الاحتمال، مشيراً إلى عجز من سبقه عن الإفادة السليمة من مبادئ الرياضيات، التي سيعتمدها هو في معالجة مشكلة الاستقراء.

ثم أتى حساب الاحتمالات، فثبت ما تعارف عليه الغربيون من بديهيات لهذا الحساب، مدلاً على عدم وفائها للسير بالدليل الاستقرائي باتجاه التصديق الاحتمالي بنتائجه، مضيفاً بديهيات أخرى تعاضد البديهيات السالفة، لكي يقوم الاستقراء على سوقه.

ثم أمسك حساب الاحتمال ببديهياته التي اكتشفت له، ووفق التفسير الذي طرحه له، ليتخذ منه أداة في معالجة ((مشكلة الاستقراء)).. (٢)

ولكن وعلى الرغم مما تقدم بقيت نظرية الشهيد الصدر في الاحتمال - مع ما تشتمل عليه من إبداعات في غاية الأهمية - خارج

إطار التداول في النوادي العلمية العالمية، لابل حتى خارج إطار التداول في النوادي العلمية الإسلامية. لا بل بقيت نظرية الاحتمال – كما يذكر زكي الميلاد – الجانب الأقل شهرةً في فكر الشهيد الصدر، بل والأقلّ يتمّاً، وهي مقولة صحيحة بحسب ما يقول الشيخ حيدر حب الله : إذ لم يقرأ هذه النظرية من أتباع الصدر نفسه ولم يهتم بها إلا القلة القليلة من أمثال السيد كاظم الحائري، والسيد أبو رغيف، ويحيى محمد. (٣)

ثانياً - وعلى الرغم من عدم الاهتمام الواضح بنظرية الاحتمال عند الشهيد الصدر على مستوى النوادي العلمية العالمية والإسلامية، إلا أن هناك بعض الباحثين المسلمين – على قلتهم – قد أدرك حقاً قيمة هذه النظرية، واهتم بدراستها، ومنهم من حاول إعادة تظهيرها، حتى أننا نستطيع أن نقول : أن بحوث الشهيد الصدر في نظرية الاحتمال – الواردة في كتابه الأسس المنطقية للاستقراء – ليست هي التي تمثل الجانب الأقل شهرةً ويتمّاً في فكر الشهيد الصدر، فقد حظيت باهتمام أكبر مما حظيت به بحوثه الأخرى الواردة في نفس الكتاب، فعلى الرغم من قلة الدراسات حول كتاب (الأسس المنطقية للاستقراء)، نجد أن هذه الدراسات على قلتها قد عمقت البحث في (نظرية الاحتمال عند الشهيد الصدر). ف :

أ - التعليقات العلمية القيمة من قبل السيد كاظم الحسيني الحائري على كتاب (الأسس المنطقية للاستقراء) استهدفت في الغالب بحوث الجانب الاحتمالي من هذا الكتاب. (٤)

ب - كتاب منطق الاستقراء، لمؤلفه السيد عمار أبورغيف، استهدف الجانب الأكبر منه بحوث الشهيد الصدر في نظرية الاحتمال. (٥)

ج - كتاب (الأسس المنطقية للاستقراء من وجهة نظر الشهيد آية الله محمد باقر الصدر) لمؤلفه الدكتور عبد الكريم سروش، استهدف

في جانب كبير منه الجانب الاحتمالي من الفكر الاستقرائي للشهيد الصدر.

د - كتاب (الأسس المنطقية للاستقراء في ضوء دراسة الدكتور سروش) لمؤلفه السيد عمار أبو رغيف، استهدف - أيضا - في جانب كبير منه الدفاع عن الجانب الاحتمالي من الفكر الاستقرائي للشهيد الصدر؟

هـ - وكذلك كتاب (الاستقراء والمنطق الذاتي) لمؤلفه يحيى محمد، استهدف في جانب منه - لابس فيه - الجانب الاحتمالي من الفكر الاستقرائي للشهيد الصدر.

ثالثا - وفي ضوء ما تقدم في النقطة الثانية، فإنه من الطبيعي أن تختلف البحوث العديدة التي اشتملت عليها الدراسات المذكورة من جهة أن بعضها هو - بالفعل - معبر بشكل دقيق عن الجانب الاحتمالي من فكر الشهيد الصدر، في حين أن البعض الآخر منها هو في الواقع لم يكن دقيقا في التعبير عن هذا الجانب.

إن هذا الاختلاف الذي أشرنا إليه فيما تقدم، وضعنا أمام المسؤولية من جهتين :

أولاهما : أما المسؤولية اتجاه البحوث التي لم تكن دقيقة في التعبير عن الجانب الاحتمالي من فكر الشهيد الصدر، فقد كان لزاما علينا في ضوء التزامنا بالهدف الثالث من أهداف هذا الكتاب (٦) أن نخلص هذا الجانب من بعض المفاهيم غير الدقيقة التي تعرض لها.

وثانيهما : وأما المسؤولية اتجاه البحوث والدراسات المعبرة بشكل دقيق عن الجانب الاحتمالي من فكر الشهيد الصدر، فقد كان لزاما علينا في ضوء التزامنا - كما ذكرنا في مقدمة الجزء الأول من هذا الكتاب - بالأمانة العلمية وعدم التعامل بازدواجية مع تلك البحوث والدراسات (٧) أن نهتم بدراستها وبإظهارها، وهذا ما سيجده

القاريء الكريم واضحا - وبشكل كبير - في هذا الجزء من هذا الكتاب، فقد حرصنا بعد أن ننقل نصوص الشهيد الصدر بخصوص مختلف مواضيع هذا الكتاب أن نبحت عما تضمنته تلك البحوث والدراسات المذكورة من إيضاحات وتعليقات حول تلك النصوص، فنقلها مباشرة بعدها؛ لغرض الإيضاح - فيما إذا كانت نصوص الشهيد الصدر مبهمة - أو لمزيد من الإيضاح - فيما إذا كانت نصوصه واضحة - .

رابعاً - وفي ضوء ما تقدم كله، وبالذات في ضوء المسؤولية التي التزمنا بتحملها، قد يسأل أحدهم السؤال الآتي : ما الذي فعلتموه في هذا الجزء من كتابكم ؟

وفي الجواب أقول : لقد درسنا في هذا الجزء (نظرية الاحتمال في ضوء المذهب الذاتي) في (إحدى وعشرين إضاءة)، تناولنا في كل إضاءة من هذه الإضاءات جزءاً من أجزاء الجانب الاحتمالي من فكر الشهيد الصدر، وفي ما يأتي بيان لما فعلناه في كل إضاءة :

الإضاءة الأولى - وموضوعها : (مفهوم الاحتمال ببساطة ودوره في حياتنا اليومية) .

في هذه الإضاءة رأينا أن نفعل :

أ - كما فعل الشهيد الصدر في ((الأسس المنطقية للاستقراء))، فقد ابتدأ البحث في نظرية الاحتمال مكتفياً بعرض الفهم العام الذي نملكه في حياتنا الاعتيادية للاحتمال؛ باعتبار أن هذا الفهم العام للاحتمال يكفي لكي ندرس - في ضوءه - البديهيات والمبادئ التي تقترضها نظرية الاحتمال، والتي تجعل بالإمكان إجراء العمليات الحسابية على الاحتمال من جمع وضرب. وندرس على ضوء تلك البديهيات التي تقترضها نظرية الاحتمال قواعد حساب الاحتمال، أي القواعد التي تحدد طرائق جمع الاحتمالات وضربها. (٨)

ب – أن نبين للقارئ المحترم الأهمية البالغة التي يحظى بها الاحتمال – الذي نحن بصدد دراسته في هذه المقالة – من خلال بيان دوره في حياتنا العلمية والعملية.

الإضاءة الثانية – وموضوعها : (نبذة مختصرة في تاريخ الاحتمال).

في هذه الإضاءة : حاولنا من خلال عرض موجز لتاريخ الاحتمال :

أ – أن نضع القارئ في أجواء أهم التطورات التي مر بها الاحتمال منذ نشأته إلى الفترة التي درسه فيها الشهيد الصدر.

ب – أن يتعرف القارئ على الأجواء التي كانت تحيط بالشهيد الصدر أثناء دراسته للاحتمال، ومدى الصعوبة التي واجهها في الحصول على المصادر وترجمتها للغة العربية.

الإضاءة الثالثة – وموضوعها : (بديهيات نظرية الاحتمال).

ما فعلناه في هذه الإضاءة هو : إننا بعد أن عرضنا موقف الشهيد الصدر من بديهيات نظرية الاحتمال، قدمنا شرحا مفصلا ومعرزا بالأمثلة لأهم تلك البديهيات – بديهيته الاتصال والانفصال –.

الإضاءة الرابعة – وموضوعها : (حساب الاحتمال).

ما فعلناه في هذه الإضاءة هو :

أ – لقد نبهنا في هذه الإضاءة إلى أن الهدف الأساسي من دراسة الشهيد الصدر لحساب الاحتمال هو إثبات انسجام تفسيره للاحتمال مع هذا الحساب، ولما كان هذا الأمر يتحقق بمجرد إثبات انسجام التفسير

مع القواعد الأساسية لحساب الاحتمال، فقد اكتفى الشهيد الصدر بدراسة هذه القواعد وبيان انسجامها مع تفسيره.

ب - أننا قد استعرضنا ما أفاده الشهيد الصدر بخصوص قواعد حساب الاحتمال، مع تقديم شرح مفصل ومعرز بالأمثلة لكل قاعدة من هذه القواعد . وبعد ذلك قمنا بتقديم بعض الإيضاحات المهمة - لبعض مواقف الشهيد الصدر من هذه القواعد - والتي نعتبر بعضها من النتائج المهمة لهذه المقالة، كما سيتضح فيما سيأتي - إن شاء الله تعالى -.

الإضاءة الخامسة - وموضوعها (التعريف الرئيس للاحتمال في ضوء المذهب الذاتي).

وما فعلناه في هذه الإضاءة هو :

أ - ابتدأنا هذه الإضاءة بعرض موجز لـ : (تعريف الاحتمال عند لابلاس).

ب - بعد ذلك استعرضنا مناقشة الشهيد الصدر لتعريف (لابلاس).

ج - حاولنا أن نجيب على التساؤل التالي : لماذا اقتصر الشهيد الصدر في اعتراضه على تعريف (لابلاس) على اعتراض واحد فقط ، على الرغم من أن هناك العديد من الاعتراضات على هذا التعريف كما هو واضح لكل متتبع لتاريخ نظريات الاحتمال ؟

ومن خلال الإجابة على هذا السؤال قد توصلنا إلى بعض النتائج المهمة التي نعتبر أن بعضها هو من أهم نتائج هذه المقالة.

الإضاءة السادسة - وموضوعها : (تعريف الاحتمال على أساس التكرار المتناهي في ضوء المذهب الذاتي).

وما فعلناه في هذه الإضاءة هو :

أ - ابتدأنا هذه الإضاءة بعرض موجز لـ (تعريف الاحتمال على أساس التكرار المتناهي).

ب - بعد ذلك استعرضنا مناقشة الشهيد الصدر لهذا التعريف.

ج - ونظرا لتركيز هذه الإضاءة، والإضاءة التي قبلها على تحديد معنى الاحتمال الرياضي، وعلى الفارق الأساسي بينه وبين الاحتمال الواقعي، وجدنا أن من الضروري - قبل الانتقال إلى الإضاءة اللاحقة - أن نبحث في هذه الإضاءة وبشيء من التفصيل في تحديد معنى الاحتمال الرياضي وفي الفارق بينه وبين الاحتمال الواقعي، وفي ما قد يثيره تحديد معنى الاحتمال الرياضي وتمييزه عن الاحتمال الواقعي من تساؤلات.

الإضاءة السابعة - وموضوعها (تعريف الاحتمال على أساس التكرار اللامتناهي في ضوء المذهب الذاتي).

وما فعلناه في هذه الإضاءة هو : إننا وعلى الرغم من أن الشهيد الصدر قد اقتصر في عرضه لنظريات الاحتمال ومناقشتها على نظريتين فقط هما : النظرية التقليدية لـ (لابلاس)، ونظرية التكرار المتناهي إلا أن هذا - وإتماما للفائدة - لم يمنعنا من محاولة التعرف على موقف الشهيد الصدر من النظريات الأخرى في ضوء النتائج الاحتمالي للشهيد الصدر نفسه .

وفي ضوء هذا فقد حاولنا في هذه الإضاءة :

أ - أن نستعرض - بشكل موجز - نظرية تكرار الحدوث اللامتناهي في الاحتمال.

ب – أن نحدد موقف الشهيد الصدر من هذه النظرية في ضوء نتاجه الاحتمالي، أي في ضوء مجمل ما ورد عن الشهيد الصدر من آراء وأفكار حول مفهوم الاحتمال.

الإضاءة الثامنة – وموضوعها : (تعريف الاحتمال على أساس النظرية المنطقية في ضوء المذهب الذاتي).

وما فعلناه في هذه الإضاءة هو : على الرغم من أن الشهيد الصدر قد تناول تفسير الدليل الاستقرائي عند (كينز)، وناقش محاولة (كينز) في إقامة التعميمات الاستقرائية على أساس رياضي، مستنبطاً قيمة الاحتمال البعدي للتعميم من قوانين حساب الاحتمال إلا أنه – رحمه الله – لم يتناول مفهوم الاحتمال من وجهة نظر (كينز) الذي يعد الممثل الأكبر للنظرية المنطقية في الاحتمال. وقد يكون ذلك نتيجة لعدم توفر المصادر الكافية، فقد أشرنا فيما تقدم إلى أن هناك صعوبات قد واجهت الشهيد الصدر في الحصول على مثل هذه المصادر.

وعلى الرغم من أن الشهيد الصدر لم يبحث مفهوم الاحتمال من وجهة نظر النظرية المنطقية إلا أن هذا – وإتماماً للفائدة – لم يمنعنا من محاولة التعرف على موقفه من هذه النظرية في ضوء نتاجه الاحتمالي – قدس سره –.

وفي ضوء ما تقدم ، فقد حاولنا في هذه الإضاءة :

أ – أن نستعرض – بشكل مبسط وسريع – المواقف الرئيسية للنظرية المنطقية في الاحتمال.

ب – أن نحدد موقف الشهيد الصدر من هذه النظرية في ضوء نتاجه الاحتمالي – قدس سره –.

الإضاءة التاسعة – وموضوعها : (المفهوم التعددي للاحتمال في ضوء المذهب الذاتي).

وما فعلناه في هذه الإضاعة هو : على الرغم من أن الشهيد الصدر - في ضوء ما ورد عنه - لم يتعرض لمناقشة المفهوم التعددي للاحتمال إلا أن هذا - وإتماماً للفائدة أيضاً - لم يمنعنا من محاولة التعرف على موقفه من هذا الاتجاه الذي يتبنى هذا المفهوم في ضوء مجمل ما ورد عنه - قدس سره - .

وفي ضوء هذا فقد حاولنا في هذه الإضاعة :

أ - أن نستعرض - بشكل مبسط وسريع - المفهوم التعددي للاحتمال.

ب - أن نحدد موقف الشهيد الصدر من هذا الاتجاه في ضوء نتاجه الاحتمالي - قدس سره - .

الإضاعة العاشرة - وموضوعها (تعريف الشهيد الصدر للاحتمال - صياغة التعريف) .

وما فعلناه في هذه الأضاعة هو :

أ - ابتدأنا في هذه الإضاعة باستعراض (تعريف الشهيد الصدر للاحتمال - بكلا صيغتيه -) .

ب - بعد أن استعرضنا (تعريف الشهيد الصدر للاحتمال) انتقلنا لبيان موقف يحيى محمد من هذا التعريف - بكلا صيغتيه - ، والذي رأى فيه أن تعريف الشهيد الصدر - بكلا صيغتيه - يواجه العديد من المشاكل.

ج - وبعد أن استعرضنا موقف يحيى محمد من تعريف الشهيد الصدر، حاولنا التعليق على هذا الموقف، وتوضيح أن أغلب الاعتراضات التي وجهها يحيى محمد إلى التعريف - بكلا صيغتيه - هي اعتراضات بحاجة إلى أن يُعاد النظر فيها.

د - وبعد أن فرغنا من بيان موقف يحيى محمد من تعريف الشهيد الصدر، وتعليقنا على هذا الموقف، انتقلنا لبيان موقف الدكتور عبد الكريم سروش من تعريف الشهيد الصدر للاحتمال.

هـ - وبعد ذلك حاولنا التعليق على موقف الدكتور عبد الكريم سروش من تعريف الشهيد الصدر، وتوضيح أن هذا الموقف هو أيضا بحاجة إلى أن يُعاد النظر فيه.

و - حاولنا في هذه الإضاءة تقديم بعض الإيضاحات المهمة حول نظرية الشهيد الصدر في الاحتمال.

الإضاءة الحادية عشر - وموضوعها : (تعريف الشهيد الصدر للاحتمال - وفاء التعريف بالبديهيات).

وما فعلناه في هذه الإضاءة هو : إننا عرضنا موقف الشهيد الصدر الذي يبين من خلاله انسجام تعريفه مع بديهيات نظرية الاحتمال.

الإضاءة الثانية عشر - وموضوعها : (تعريف الشهيد الصدر للاحتمال - انسجام التعريف مع الجانب الحسابي للاحتمال).

وما فعلناه في هذه الإضاءة هو :

أ - إننا قدمنا إيضاحا مفصلا لموقف الشهيد الصدر الذي يثبت من خلاله انسجام تعريفه مع الجانب الحسابي للاحتمال.

ب - لعل أحد أهم نتائج هذه المقالة - كما سيأتي - هو أنها قدمت دفاعا موفقا - فيما نرى - عن موقف الشهيد الصدر من انسجام تعريفه مع نظرية برنولي.

فلقد ذهب بعض الباحثين – نتيجة لما في بعض عبارات الشهيد الصدر من ظهور يؤيد ما ذهبوا إليه – إلى أن الشهيد الصدر لم يقدم تفسيراً مقنعاً لانسجام تعريفه مع نظرية برنولي على الرغم من وجود مثل هذا التفسير.

ولكننا بعد التأمل في مجمل ما ورد عن الشهيد الصدر في (الأسس المنطقية للاستقراء)، وجدنا : أنه وعلى الرغم مما لبعض عباراته من ظهور قوي يؤيد ما ذهب إليه هؤلاء الباحثين في أنه لم يقدم تفسيراً مقنعاً لانسجام تعريفه مع نظرية برنولي، إلا أن ما ذهب إليه هؤلاء الباحثين من المستبعد أن يكون هو الفهم المعبر عن موقف الشهيد الصدر؛ إذ أن تتبعنا لما جاء عنه – قدس سره – يدلنا على أن ما ورد عنه من تطبيقات لم يعكس تفسيره الظاهر من بعض عباراته، وإنما عكس التفسير المقنع لانسجام التعريف مع نظرية برنولي.

الإضاءة الثالثة عشر – وموضوعها : (تعريف الشهيد الصدر للاحتمال – شمول التعريف).

وما فعلناه في هذه الإضاءة هو : إننا عرضنا موقف الشهيد الصدر من شمول تعريفه لكافة الاحتمالات التي يمكن تصورها.

الإضاءة الرابعة عشر – وموضوعها : (تعريف الشهيد الصدر للاحتمال – تذليل الصعوبات التي يواجهها التعريف في تحديد عدد أعضاء مجموعة أطراف العلم الإجمالي).

وما فعلناه في هذه الإضاءة هو :

أ – إننا عرضنا موقف الشهيد الصدر من الصعوبات التي يمكن أن يواجهها التعريف في تحديد عدد أعضاء مجموعة أطراف العلم الإجمالي.

ب - وبعد ذلك عرضنا موقف الدكتور سروش - غير المقتنع -
بمعالجة الشهيد الصدر للصعوبات التي من الممكن أن يواجهها
تعريفه في تحديد عدد أعضاء مجموعة أطراف العلم الإجمالي.

ج - حاولنا التعليق - دفاعا عن موقف الشهيد الصدر - على
موقف الدكتور سروش من معالجة الشهيد الصدر للصعوبات التي
يواجهها التعريف في تحديد عدد أعضاء مجموعة أطراف العلم
الإجمالي.

الإضاءة الخامسة عشر - وموضوعها : (تعريف الشهيد الصدر
للاحتمال - قاعدة الضرب في العلوم الإجمالية).

وما فعلناه في هذه الإضاءة هو :

أ - إننا عرضنا إيضاح الشهيد الصدر لقاعدة الضرب في العلوم
الإجمالية.

ب - ولمزيد من الإيضاح وللضرورة التي يفرضها البحث
الموسوعي، تتبعنا أغلب الأمثلة التطبيقية لهذه القاعدة في مختلف
بحوث الشهيد الصدر في (الأسس المنطقية للاستقراء)، وأوردناها
بعد إيضاح الشهيد الصدر مباشرة.

الإضاءة السادسة عشر - وموضوعها : (تعريف الشهيد الصدر
للاحتمال - قاعدة الحكومة في العلوم الإجمالية).

وما فعلناه في هذه الإضاءة هو :

أ - عرضنا إيضاح الشهيد الصدر لـ (قاعدة الحكومة في العلوم
الإجمالية) ثم تلونا ذلك بمزيد من الإيضاح.

ب – عرضنا موقف يحيى محمد من (قاعدة الحكومة في العلوم الإجمالية).

ج – قدمنا تعليقا على موقف يحيى محمد من (قاعدة الحكومة في العلوم الإجمالية).

د – ولمزيد من الإيضاح وللضرورة التي يفرضها البحث الموسوعي – أيضا –، تتبعنا الأمثلة التطبيقية لهذه القاعدة في مختلف بحوث الشهيد الصدر في (الأسس المنطية للاستقراء)، وأوردناها في محلها.

الإضاءة السابعة عشر – وموضوعها : (تعريف الشهيد الصدر للاحتمال – التعريف والعلم الإجمالي الشرطي).

وما فعلناه في هذه الإضاءة هو :

أ – عرضنا إيضاح الشهيد الصدر لموقفه من العلوم الإجمالية الشرطية، ثم تلونا ذلك بمزيد من الإيضاح.

ب – عرضنا موقف يحيى محمد من وجهة نظر الشهيد الصدر في العلوم الإجمالية الشرطية.

ج – قدمنا تعليقا مفصلا على موقف يحيى محمد من وجهة نظر الشهيد الصدر في العلوم الإجمالية الشرطية، وقد احتوى هذا التعليق – فيما نرى – على العديد من الإيضاحات المهمة.

الإضاءة الثامنة عشر – وموضوعها : (تعريف الشهيد الصدر للاحتمال – بديهيات نظرية الاحتمال).

وما فعلناه في هذه الإضاءة هو : إننا قد عرضنا موقف الشهيد الصدر من البديهيات التي يحتاجها التعريف الإجمالي للاحتمال.

الإضاءة التاسعة عشر : وموضوعها : (تعريف الشهيد الصدر
للاحتمال – تلخيص لما تقدم).

وما فعلناه في هذه الإضاءة هو : إننا حاولنا أن نقدم تلخيصاً لأهم
النتائج التي توصلت لها دراستنا لـ (نظرية الاحتمال في ضوء
المذهب الذاتي) .

الإضاءة العشرون : وموضوعها : (بحوث إضافية ذات صلة
بموضوع المقالة).

وما فعلناه في هذه الإضاءة هو :

أ – قدمنا بحثاً هي بمثابة ملاحظات – بشكل مباشر – لبعض
مفاصل نظرية الاحتمال عند الشهيد الصدر.

ب – قدمنا بحثاً هي بمثابة ملاحظات – بشكل غير مباشر –
لبعض مفاصل نظرية الاحتمال عند الشهيد الصدر.

ج – والبحوث التي درسناها في هذه الإضاءة هي على
التوالي :

البحث الأول : وموضوعه : (المزيد من الإيضاح لمفهوم العلم
الإجمالي). **وما فعلناه في هذا البحث هو :** أننا حاولنا أن نسلط المزيد
من الضوء على مفهوم العلم الإجمالي من خلال :

١ – إيضاح الشكل النموذجي الذي ينبغي أن تحدد وفقاً له الصور
الممكنة لأطراف العلم الإجمالي.

٢ – إيضاح الكيفية التي يتم على أساسها تحديد القيمة الاحتمالية
على أساس العلم الإجمالي.

٣ - بيان الطرق الرياضية التي يمكننا من خلالها تحديد تسلسل أي صورة من الصور الممكنة في أي علم إجمالي مهما بلغت عدد صورته.

البحث الثاني : وقد درسنا فيه : (نص نظرية برنولي وإثباتها).

على أن نشير إلى ما يلي :

١ - بما أننا قد أخذنا على عاتقنا أن ندرس ندرس نظرية الاحتمال عند الشهيد الصدر بشكل موسع، فإننا وجدنا أن من الضروري جداً أن ندرس - بشيء من التفصيل - (نص نظرية برنولي وإثباتها)، ولعل هذه الضرورة تتأكد - بشكل أكبر - إذا ما علمنا أن أغلب الدراسات في نظرية الاحتمال عند الشهيد الصدر قد تناولت دراسة (نص نظرية برنولي وإثباتها).

٢ - لم تكن دواعي البحث الموسوعي هي الدواعي الوحيدة التي دفعتنا لدراسة (نص نظرية برنولي وإثباتها)، بل توجد دواعي أخرى لذلك، ف - وكما يقول السيد عمار أبورغيف - : ((لعل القاريء يتساءل عن فائدة ودور تفصيل هذا البرهان في قضايا الاحتمال ونظريته الرئيسية؟!)

استهدفت من عرض برهان (تشييشف) أمرين :

الأول : إشباع رغبة القاريء الذي اعتاد قبول الأفكار بأدلتها.

الثاني : أن أرفع إبهاما وقع فيه البعض، حيث يعتقد أن نظرية برنولي التي ذكرها الاستاذ في نهاية عرضه أمر لم يقله (برنولي)، أو لم يرده !

ونحن من خلال نقل نص النظرية – التي اعتمدنا على ترجمته العربية من الروسية، ومقارنته بالنص الإنجليزي، والنصوص العربية التي نقلت النص الإنجليزي – مضافا إلى إثبات (تشييشف)، نستطيع رفع هذا الإبهام نهائيا إن شاء الله تعالى. أملين من الأخوة الذين يهتمون بدراسة وتدريس (الأسس) الإطلاع – ضمن الحد الأدنى – على النظريات المعاصرة التي عرض إليها الكتاب ((٩٠)

٣ - لما كانت الجهود التي بذلها السيد عمار أبو رغيف في دراسة (نص نظرية برنولي وإثباتها) تقي بالغرض تماما، فقد رأينا أن نتخذ من هذه الدراسة المحور الذي سنحاول توضيحه وتبسيطه قدر الإمكان.

البحث الثالث : وقد درسنا فيه : (البحث في بعض طرق العد)، فقد درسنا في هذا البحث : رمز المضروب والتباديل والتوافيق.

البحث الرابع : وقد حاولنا فيه أن نجيب فيه عن السؤال الآتي : ماذا نعني بمصطلح الصور الكلية الممكنة ؟

البحث الخامس : وقد درسنا فيه : (مقارنة لبعض مفاهيم نظرية الاحتمال عند الشهيد الصدر مع بعض المفاهيم الشائعة والمتداولة في أغلب الأدبيات والنشرات الرياضية).

على أن نشير إلى أن هذا البحث هو بمثابة تمهيد لدراسة قد نوفق – إذا ما تجاوزنا بعض الصعوبات – لنخصص لها مقالة خاصة بها سوف ندرس فيها حساب الاحتمالات في ضوء مفاهيم نظرية الاحتمال عند الشهيد الصدر لغرض استيعابها في شكل علمي دقيق.

الإضاءة الحادية والعشرون : وموضوعها (طريقتا الغرابي في التكافؤ بين مجموعات البحث) ٠

وما فعلناه في هذه الإضاءة هو كالاتي : في التمهيد لهذه الإضاءة أشرنا إلى أننا في الطبعة الأولى لهذا الكتاب كنا قد كشفنا عن معادلتين

رياضيتين يمكننا من خلالهما أن نستدل على رقم أي صورة من الصور الممكنة في أي علم إجمالي مهما كانت عدد صوره الممكنة. وقد كان الهدف من الكشف عن هاتين المعادلتين هو تعميق فهمنا لمفهوم العلم الإجمالي الذي يشكل الركيزة الأساسية في نظرية الاحتمال عد الشهيد الصدر، ولم يكن في بالنا حينها - (عند صدور الطبعة المحدودة لهذا الكتاب) - أي تطبيق ممكن لهاتين المعادلتين.

وبعد سنتين من صدور الطبعة الأولى من هذا الكتاب، وأثناء إحدى جلسات السمنار في قسم العلوم التربوية والنفسية في الجامعة المستنصرية، أثارت مسألة التكافؤ بين مجموعات البحث وما يدور حول هذه المسألة من مشكلات، فخطر لي حينها أن المعادلة الأولى من المعادلتين المذكورتين ربما يمكن الاستفادة منها في تحقيق التكافؤ بين مجموعات البحث بشكل يتجاوز المشكلات التي تثار أحياناً حول هذه المسألة. وبالفعل قد تبين لنا بعد العودة للمعادلة المذكورة والتأمل فيها جيداً أن من الممكن الاستفادة منها في تحقيق التكافؤ بين مجموعات البحث. وقد بينا ذلك بشكل مفصل في مقالة منشورة بعنوان (طريقة الغرابي في التكافؤ بين مجموعات البحث).

ولكننا بعد ذلك تبين لنا أن هذه الطريقة فعالة فقط حينما يكون، أولاً : عدد الأفراد في المجموعات كبيراً، وثانياً : عدد المتغيرات موضع التكافؤ قليلاً، وثالثاً : عدد الحالات التي تظهر فيها المتغيرات قليلاً. وهي أقل فاعلية حينما يكون، أولاً : عدد الأفراد في المجموعات قليلاً، وثانياً، عدد المتغيرات موضع التكافؤ كبيراً، وثالثاً : عدد الحالات التي تظهر فيها المتغيرات كبيراً.

وفي ضوء هذه النتائج صار ضرورياً إجراء التعديلات اللازمة في الطريقة الأولى لكي تكون فاعلة في كل الحالات، وقد حققنا ذلك بالفعل وبيناه بشكل مفصل في مقالة بعنوان (طريقة الغرابي في التكافؤ بين مجموعات البحث " النسخة المعدلة ").

وعلى ضوء ذلك فإن هذه الإضاءة انقسمت إلى قسمين :

القسم الأول : عرضنا فيه طريقة الغرابي الأولى في التكافؤ بين مجموعات البحث من خلال مقدمة وخمسة بحوث :

أما المقدمة : فقد بينا فيها كيف نشأت فكرة (طريقة الغرابي للتكافؤ بين مجموعات البحث) وما تمتاز به هذه الطريقة في علاجها لمسألة التكافؤ بين المجموعات عن الطرق الأخرى.

أما البحوث : فقد جاءت كالاتي :

البحث الأول : عرض الطريقة

البحث الثاني : العلم الإجمالي والأساس المنطقي لطريقة الغرابي في التكافؤ بين مجموعات البحث.

البحث الثالث : صعوبات وحلول.

البحث الرابع : هل لطريقة الغرابي في التكافؤ بين مجموعات البحث فوائد أخرى ؟

البحث الخامس : النظام الذي يخضع له ترتيب الصور الممكنة.

القسم الثاني : خصصناه لطريقة الغرابي الثانية في التكافؤ بين مجموعات البحث.

خامسا – لقد ذكرنا فيما تقدم أن هذه المقالة قد خلصت إلى بعض النتائج المهمة ، وفيما يلي من النقاط سوف نبين أهم هذه النتائج :

الأولى – لقد حاولنا في هذه المقالة إعادة تظهير (نظرية الاحتمال عند الشهيد الصدر) ، وإيضاحها – قدر الإمكان – في إحدى

وعشرين إضاءة، حتى أننا نستطيع أن نقول أن بعض هذه الإضاءات قد اتسمت – نوعا ما – بالطابع التعليمي.

الثانية – حاولنا أن نركز في هذه المقالة على أهم ما يميز – بشكل أساسي – نظرية الاحتمال عند الشهيد الصدر عن غيرها من النظريات، وبهذا الصدد لم نكتفي – كما تقدم – بما فعله الشهيد الصدر – بخصوص هذا التمييز – في (الأسس المنطقية للاستقراء)، باعتبار أنه اقتصر على تمييز نظريته في الاحتمال عن نظرية (لابلاس) – النظرية التقليدية في الاحتمال – ونظرية التكرار المتناهي فقط، بل قمنا بتخصيص ثلاث إضاءات، – بالإضافة إلى بحوث متفرقة في إضاءات أخرى – تناولنا في إحداها ما يميز نظرية الاحتمال عند الشهيد الصدر عن نظرية الاحتمال على أساس التكرار اللامتناهي، وفي الأخرى ما يميزها عن النظرية المنطقية في الاحتمال، وفي الثالثة ما يميزها عن المفهوم التعددي للاحتمال.

على أن لا يفهم من هذا أننا قد قمنا بإجراء مقارنة مستفيضة بين نظرية الشهيد الصدر في الاحتمال والنظريات الأخرى، فمثل هذا الأمر يحتاج بالإضافة إلى الاستيعاب الكافي لنظرية الشهيد الصدر في الاحتمال الاستيعاب الكافي – أيضا – لنظريات الاحتمال الأخرى، ومثل هذا الأمر لا تسعه مثل هذه المقالة.

إن ما قمنا به بهذا الصدد لم يخرج عن إطار بيان ما يميز – بشكل أساسي – بين نظرية الشهيد الصدر في الاحتمال والنظريات الأخرى.

الثالثة – لقد أوضحنا في الإيضاح الثاني من الإيضاحات الثلاث التي أوردناها في نهاية الإضاءة الرابعة من هذه المقالة تحت عنوان (إيضاحات مهمة) : إنه ليس من الصحيح أن يتصور بعض الباحثين – بالاستناد إلى ما في بعض عبارات الشهيد الصدر من ظهور يؤيد هذا التصور – أن الشهيد الصدر لم يقل : إن بالإمكان على أساس نظرية برنولي أن نقول أن المرات الأكبر احتمالا وما يقرب منها من

مرات تساوي قيمتها الاحتمالية (١) إذا كان عدد الاختبارات كبيرا جدا. لا بل أن ما ورد عن الشهيد الصدر – بحسب تصور هؤلاء الباحثين – يفهم منه أنه يقول : أن عدد المرات الأكبر احتمالا هو الذي يقترب من اليقين خلال الاختبارات الكبيرة، لسبب ضالة جميع الاحتمالات الأخرى.

لقد أوضحنا في محله – وبشكل لا لبس فيه – أن التأمل الدقيق في مجمل ما ورد عن الشهيد الصدر بهذا الخصوص، يؤيد أنه – رحمه الله – يعتقد أن بالإمكان على أساس نظرية برنولي أن نقول : أن المرات الأكبر احتمالا وما يقرب منها من مرات تساوي قيمتها الاحتمالية (١)، إذا كان عدد الاختبارات كبيرا جدا.

الرابعة – لقد أوضحنا في الإضاءة الخامسة من هذه المقالة – وبالذات فيما كتبناه في النقطة السابعة من النقاط التي أوردناها تحت عنوان (تقييم الاعتراض السادس) – أمرا في غاية الأهمية بالنسبة لنظرية الاحتمال عند الشهيد الصدر. فلقد حددنا هناك – وبشكل دقيق – موقف الشهيد الصدر من مبدأ التعلم من التجارب السابقة.

لقد أوضحنا في محله : إنه ليس من الصحيح أن يفهم بعض الباحثين أن الشهيد الصدر لم يعول على مبدأ التعلم من التجارب السابقة في تنمية الاحتمال، وأن الصحيح أن نفهم : إن الشهيد الصدر قد اتخذ موقفا متميزا بهذا الخصوص، فهو يعتمد على الخبرة السابقة فيما لو كان هناك مبررا يمكننا على أساسه الاعتماد على هذه الخبرة في تنمية الاحتمال، أما أن توجد الخبرة السابقة ولا يوجد المبرر الذي يمكننا على أساسه الاعتماد عليها في تنمية الاحتمال فلا فائدة من هذه الخبرة في هذه الحالة.

الخامسة – وفي الإضاءة العاشرة من هذه المقالة بينا : إنه ليس من الصحيح أن يتصور بعض الباحثين أن تعريف الشهيد الصدر يفترض التساوي في احتمالات الأطراف المتنافية بشكل مسبق – كما هو الأمر

في تعريف (لابلاس) - ، مما يعني المصادرة على المطلوب وتفسير الاحتمال بالاحتمال.

لقد بينا في محله أن التساوي بين أعضاء أطراف العلم الإجمالي مفسر في ضوء التعريف نفسه - بكلا صيغتيه - وليس مفترضا بشكل مسبق كما تصور ذلك هؤلاء الباحثين.

السادسة - وفي الإضاءة العاشرة - أيضا - أوضحنا : إنه من غير الدقيق أن يتصور بعض الباحثين - بالاستناد فقط على اتفاق قول الشهيد الصدر بالمراكز التي تحتلها (س) بالنسبة إلى مجموع الأطراف مع قول (لابلاس) في الحالات الملائمة لـ (س) بالنسبة إلى الحالات الممكنة الكلية - : أن لا فرق بين نظرية الشهيد الصدر ونظرية (لابلاس) في تحديد قيمة الاحتمال.

السابعة - وفي الإضاءة نفسها بينا عدم دقة التصور الذي يرى فيه بعض الباحثين : أن لا فرق بين (لابلاس) والشهيد الصدر في تحديد معنى الاحتمال - مستنديين في ذلك فقط على اتفاق قول الشهيد الصدر بالمراكز التي تحتلها (س) بالنسبة إلى مجموع الأطراف مع قول (لابلاس) في الحالات الملائمة لـ (س) بالنسبة إلى الحالات الكلية الممكنة.

الثامنة - وفي الإضاءة نفسها أيضا لم نرتض من بعض الباحثين قولهم : إن نظرية الشهيد الصدر تقوم على أساس قبلي.

لقد أبدينا هناك استغرابنا - فعلا - من هذه المقولة؛ إذ أي قبلية تلك التي يمكن أن نصف بها نظرية الشهيد الصدر، وهو الذي يرفض أن يقام الاحتمال على أساس قبلي إلى الدرجة التي يحذر فيها من أن يفهم كلامه في ضرورة عدم إهمال الاستقراء عند تحديد قيمة الاحتمال أنه يعني ربط درجة الاحتمال بالتكرار مباشرة.

التاسعة – وفي نفس الإضاءة – أيضا – حاولنا أن نبين : إن نظرية الشهيد الصدر في الاحتمال هي نظرية تنظر إلى الاحتمال على أنه أمر موضوعي خارج عن ذات الإنسان الذي يقوم بقياسه وليس أمر عقيدة شخصية لا سند لها إلا ما نظنه نحن صوابا.

العاشرة – ولقد بينا في الإضاءة نفسها – أيضا – أن الاحتمال عند الشهيد الصدر هو من جنس العلم، وليس علاقة موضوعية قائمة بصورة مستقلة عن الإدراك، أي أنه علاقة خارج الذات التي تدركها، كما تصور ذلك بعض نظريات الاحتمال.

الحادية عشر – وهكذا – وفي الإضاءة العاشرة أيضا – بينا : إنه ليس صحيحا أن يرى البعض أن الشهيد الصدر يعتقد – شأنه شأن رجال النظرية المنطقية كـ : (كارناب) و (رامسي) - أن الاحتمال درجة من درجات الاعتقاد العقلي.

لقد بينا في محله : أن الصحيح هو : أن تعريف الشهيد الصدر – بكلا صيغتيه – لا يمكن أن يفهم منه أن الشهيد الصدر يعتقد بأن الاحتمال لون من الاعتقاد العقلي – بمعناه عند رجال النظرية المنطقية –.

الثانية عشر – قد يكون بعض الباحثين محقا – [حينما يلجأ إلى ما في عبارات الشهيد الصدر من ظهور قوي يؤيد ما يذهب إليه هؤلاء الباحثين] – في عدم قناعاته بما طرحه الشهيد الصدر في (الأسس المنطقية للاستقراء) من تفسير لانسجام تعريفه مع نظرية برنولي.

لكننا رغم ذلك بقينا نتساءل وبإلحاح : هل أن الشهيد الصدر كان يقصد فعلا التفسير الذي عكسه ظاهر عباراته أم أنه كان يقصد تفسيراً آخر ؟

لقد قادنا هذا التساؤل إلى ضرورة تتبع كل ما أورده الشهيد الصدر في (الأسس المنطقية للاستقراء) بهذا الخصوص. وبعد التأمل في

مجمل ما أورده الشهيد الصدر – قدس سره – توصلنا وبالاستناد إلى بعض الامثلة التطبيقية الواردة في الأسس : أنه كان يقصد – فعلا – تفسيراً آخر غير الذي تعكسه ظاهر عباراته – والله أعلم –.

الثالثة عشر – وفي الإضاءة الرابعة عشر بذلنا وسعنا لإثبات أن التعريف الإجمالي بإمكانه تفادي الصعوبات التي أوردها بعض الباحثين على أنها صعوبات يواجهها التعريف الإجمالي في تحديد عدد أعضاء مجموعة أطراف العلم الإجمالي ولا يمكنه تفاديها.

الرابعة عشر – وفي الإضاءة السادسة عشر لم نتفق مع من يرى أن بديهية الحكومة – التي افترضها الشهيد الصدر كمصادرة قبلية للاحتمال – لا تعارض الضرب، ومن ثم فلاحاجة لافتراضها كمصادرة قبلية للاحتمال؛ وذلك لأننا نعتقد : إنه وعلى الرغم من وجود حالات لا تعارض فيها بين قاعدتي الحكومة والضرب، إلا أن هذا لا يعني عدم الحاجة لافتراض الحكومة كمصادرة قبلية للاحتمال مادامت هناك حالات لا يمكن تفسيرها إلا على أساس الحكومة، ومن الخطأ تفسيرها على أساس قاعدة الضرب.

الخامسة عشر – لقد بينا في الإضاءة السابعة عشر : إنه ليس صحيحاً أن نقسم العلوم الإجمالية الشرطية إلى القسمين التاليين فقط :

القسم الأول : العلوم الإجمالية الشرطية التي يكون لشرطها جزاء محدد في الواقع، غير أن جهلنا به يؤدي إلى تشكيل قضية شرطية.

القسم الثاني : العلوم الإجمالية الشرطية التي نفترض في جزاءاتها بدائل متعددة، ولا يوجد في الواقع جزاءات محددة.

والصحيح : هو أن هناك قسماً ثالثاً من العلوم الإجمالية الشرطية لا نعلم ما إذا كان لجزاءاتها واقع محدد أم لا يوجد مثل هذا الواقع، أي أننا نحتمل أن يكون لجزاءاتها واقع محدد.

وبناء على ما بيناه فيما تقدم : فقد أوضحنا – بهذا الصدد – أن الشهيد الصدر قد استفاد كثيرا – وإن لم يشر إلى ذلك – من القسم الثالث من العلوم الإجمالية الشرطية في تنمية احتمال العديد من القضايا.

وقد أوضحنا – أيضا – أن هناك مجالات أخرى كان من الممكن أن يستفيد فيها الشهيد الصدر من القسم الثالث من العلوم الإجمالية الشرطية، لكنه لم يفعل؛ وذلك لأنه قد تصور في هذه المجالات التي كان من الممكن أن يستفيد فيها الشهيد الصدر من هذا النوع من العلوم، أن هذه العلوم في هذه المجالات هي من نوع العلوم الإجمالية الشرطية ذات الجزاء غير المحدد في الواقع، وبالتالي فهي تفشل في تنمية الاحتمال في هذه المجالات؛ لأن هذا النوع من العلوم الإجمالية الشرطية – بحسب الشهيد الصدر – لا ينبىء عن الواقع، وإنما يعبر فقط عن عدم إمكان التناقض.

السادسة عشر : وفي الإضاءة العشرين تم الكشف عن معادلتين يمكن من طريقتهما تحديد أي صورة من الصور الممكنة في أي علم إجمالي مهما بلغت عدد صورته.

السابعة عشر – وفي الإضاءة العشرين قمنا من خلال البحث الرابع من بحوث هذه الإضاءة بإجراء مقارنة لبعض مفاهيم نظرية الاحتمال عند الشهيد الصدر مع بعض المفاهيم الشائعة والمتداولة في أغلب الأدبيات والنشرات الرياضية لغرض إستيعابها بشكل علمي.

الثامنة عشر : وفي الإضاءة الحادية والعشرين تم الكشف عن المجالات التي يمكن أن تطبق فيها المعادلة الأولى من المعادلتين اللتين تم الكشف عنهما في الإضاءة العشرين.

التاسعة عشر – نكتفي بهذا القدر من الإشارة إلى أهم ما تمخضت عنه هذه المقالة من نتائج على أن ننوه إلى أن هناك المزيد من هذه النتائج التي سيجدها القاري الكريم مبنوثة في ثنايا هذه المقالة والتي

أشرنا إلى بعضها في الإضاءة التاسعة عشر (تعريف الشهيد الصدر
للاحتمال – تلخيص لما تقدم)

سادسا – من الضروري أن يعرف القاريء الكريم أن الهدف الأساسي من هذه المقالة هو إعادة تظهير نظرية الشهيد الصدر في الاحتمال، أي أننا نريد أن نبين – في هذه المقالة – ما الذي أراد أن يقوله الشهيد الصدر في نظريته عن الاحتمال. فلسنا في هذه المقالة بصدد تقييم نظرية الاحتمال عند الشهيد الصدر؛ إذ أن تقييم هذه النظرية خارج عن إطار البحث في هذه المقالة.

ولكن وعلى الرغم من أن الهدف الأساسي من هذه المقالة هو إعادة تظهير نظرية الاحتمال عند الشهيد الصدر، إلا أن هذا لم يمنعنا أن نؤيد البعض – أحيانا – في انتقاده لبعض مواقف الشهيد الصدر، كما هو الحال في بعض المشاكل التي يواجهها تعريفه للاحتمال – بصيغته الأولى –، أو بشكل نحن عليه – قدس سره – في بعض المواقف، كما هو الحال في موقفه من العلوم الإجمالية الشرطية.

سابعا – نظرا للعمومية التي تمتاز بها الأمثلة، فسيجد القاريء الكريم أننا لم نهتم كثيرا بذكر مصادرها، ولكن هذه القاعدة ليست مطلقة، إذ أن هناك استثناءات، فالأمثلة التي اقترنت بجهود إضافية من قبل بعض الباحثين لإيضاحها، كانت محل اهتمامنا – لما توفره لنا من وقت وجهد – ولذلك لم نغفل عن ذكر مصادرها، عملا بمقتضيات الأمانة العلمية.

ثامنا – أما فيما يخص حساب الاحتمال، فقد تصل العمومية في بعض الموارد فيه إلى أن يتفق الباحثين في التعبير عنها حتى في الألفاظ، ولذلك لم نهتم كثيرا بذكر المصادر في أمثال هذه الموارد.

ولكننا ونظرا للمسؤولية التي اتخذناها على عاتقنا – كما ذكرنا ذلك في النقطة الثالثة من هذه المقالة – اتجاه البحوث التي اهتمت بدراسة الجانب الاحتمالي من فكر الشهيد الصدر، فقد نالت هذه البحوث عناية كبيرة منا في إظهارها وتسليط الضوء عليها، فضلا عن التأكيد على

ذكر مصادرهما؛ عملاً بمقتضيات الأمانة العلمية – أيضاً – وعدم التعامل بازدواجية مع هذه البحوث، كما ذكرنا ذلك بالتفصيل في الهامش رقم (٦) من هوامش المقدمة.

تاسعا – ما دام الهدف الأساسي في هذه المقالة هو إعادة تظهير نظرية الاحتمال عند الشهيد الصدر، فمن الطبيعي أن نجعل من نصوص الشهيد الصدر المحور الذي تدور حوله هذه المقالة.

وبهذا الصدد نود أن نبين التالي :

أ – لغرض المزيد من الإيضاح فيما لو كانت البحوث واضحة، أو لغرض إزالة الالتباس والإبهام فيما لو كانت بعض البحوث تثير عند البعض مثل هذا الالتباس والإبهام ، ف :

لما كانت نصوص الشهيد الصدر هي المحور الذي تدور حوله بحوث هذه المقالة، فكلما وصل بنا البحث إلى موضوع ما، وكان هذا الموضوع قد كتب عنه الشهيد الصدر في أكثر من موضع من نفس الكتاب أو في كتاب آخر، فإننا في أغلب الأحيان نحاول تجميع كل هذه النصوص ودراستها في إطار الموضوع الذي وصل بنا البحث إليه، لغرض الإيضاح أحيانا، وأحيانا أخرى لغرض إزالة الالتباس والإبهام.

ولعل القاريء الكريم سوف يجد هذا الأمر متجسدا بوضوح في جميع بحوث هذا الكتاب، وبالذات في الإضاءات (الخامسة عشر، والسادسة عشر، والسابعة عشر) .

ب – لما كانت نصوص الشهيد الصدر هي المحور الذي تدور حوله هذه المقالة، وبالتالي هي المحور الذي تدور حوله كل إضاءة من إضاءات هذه المقالة، فقد ميزنا – للإيضاح وعدم الخلط – هذه النصوص بحصرها بين ثلاث شارات تنصيص مزدوجة كالاتي :
(((نص الشهيد الصدر))) ، بدلا من شارتي التنصيص المزدوجة المتعارف عليها.

هوامش المقدمة :

١ - الأسس المنطقية للاستقراء في ضوء دراسة الدكتور سروش، السيد عمار أبو رغيف، دار الفقه للطباعة والنشر، دفتر انتشارات إسلامي، ص ٣١.

٢ - دراسات في الحكمة والمنهج، السيد عمار أبو رغيف، دار الثقلين، بيروت - لبنان، ص ٣٦٤.

٣ - علم الكلام المعاصر قراءة منهجية في التجربة الكلامية للشهيد الصدر، حيدر حب الله، موقع الشيخ حيدر حب الله.

٤ - لاحظ نسخة كتاب (الأسس المنطقية للاستقراء) المعدة والمحقة من قبل لجنة التحقيق التابعة للمؤتمر العالمي للإمام الشهيد الصدر - قدس سره -.

٥ - لاحظ مقدمة الكتاب المذكور.

٦ - ذكرنا في مقدمة هذا الكتاب - في الجزء الأول منه - تحت عنوان أهداف هذا الكتاب ما نصه : ((الهدف الثالث : محاولة متواضعة لدراسة بعض الجوانب المهمة من الفكر الاستقرائي للشهيد الصدر، وتخليص هذه الجوانب التي سندرسها من بعض المفاهيم غير الدقيقة التي تعرضت لها من قبل بعض الدراسات)).

٧ - ذكرنا في مقدمة هذا الكتاب - في الجزء الأول منه - ما نصه : ((ما دامت هذه الدراسة تسعى - في الأساس - لتناول البحث الاستقرائي للشهيد الصدر بالتحليل وبالتفصيل، فمن الطبيعي أن تتخذ أي مقالة من مقالات هذا الكتاب من نصوص الشهيد الصدر في (الأسس المنطقية للاستقراء) وفي غيره المحور الذي تدور حوله بحوث هذه المقالة، وهذا يعني : أننا سنورد كل النصوص التي أوردها الشهيد الصدر بخصوص موضوع المقالة لغرض دراستها بالتحليل وبالتفصيل. وهذه النصوص التي سوف نوردها في سياقها، بحسب ترتيب مواضيع كل مقالة، سوف نجد أن بعضها لا يحتاج إلى التعليق، والبعض الآخر يحتاج - عادة - إلى التعليق. فأما النصوص التي لا تحتاج إلى التعليق بأي شكل من الأشكال، فسوف نكتفي بنقلها في سياقها المناسب لها، وأما تلك المحتاجة إلى التعليق، فسوف ننظر في ما إذا كانت تلك الحاجة لغرض الإيضاح والتبسيط، أم لغرض دفع فهم غير دقيق تعرضت له تلك النصوص. فإن كانت الحاجة إلى التعليق لغرض الإيضاح والتبسيط، نظرنا إلى

الدراسات الأخرى : فإن كان هناك من تكفل بالتعليق والإيضاح، اكتفينا بذلك ونقلناه، فهذا ما تقتضيه الأمانة العلمية أولاً، وثانياً : حتى لا نتعامل مع تلك الدراسات بازدواجية، بحيث أننا ننقل عنها ما لا يقبل منها، فننتقده، ونغض النظر عما هو مقبول. وإن لم يكن هناك من تكفل بالتعليق والإيضاح، تكفلنا نحن بذلك ما استطعنا. وإن كانت الحاجة إلى التعليق لدفع فهم غير دقيق، نظرنا أيضاً ولنفس الأسباب – الأمانة العلمية، والابتعاد عن الازدواجية – إلى الدراسات الأخرى : فإن كان هناك من تكفل بدفع الفهم غير الدقيق لنصوص الشهيد الصدر، اكتفينا بذلك ونقلناه، وإن كان هناك من تكفل بذلك ولم يقدم ما يكفي لأجل ذلك – فيما نرى – تكفلنا نحن بذلك ما استطعنا. وإن لم يكن هناك – أصلاً - من تكفل بذلك، تكفلنا نحن به ما استطعنا – أيضاً -))

٨ - الأسس المنطقية للاستقراء، السيد محمد باقر الصدر، إعداد وتحقيق لجنة التحقيق التابعة للمؤتمر العالمي للإمام الشهيد الصدر- قدس -، مركز الأبحاث والدراسات التخصصية للشهيد الصدر، مطبعة شريعت، قم، ص ١٧٤٠

٩ - منطق الاستقراء، السيد عمار أبو رغيف، دار الفقه للطباعة والنشر، دفتر انتشارات إسلامي، ص ٩.

الإضاءة الأولى

مفهوم الاحتمال ببساطة ودوره في حياتنا العلمية والعملية

مفهوم الاحتمال ببساطة :

يعد مفهوم الاحتمال أحد المفاهيم التي جرى اختلاف كبير في تعريفها وتحديدها، فهناك العديد من النظريات في تفسيره : هناك النظرية التقليدية التي تعدّه قياساً للعلاقة أو للنسبة بين عدد الحالات الملائمة لوقوع حدث من الأحداث وعدد الحالات الممكنة – إمكانات متساوية – لوقوع هذا الحادث. وهناك النظرية المنطقية التي تقصره على قياس علاقة بين قضايا لا بين حوادث، ثم هناك النظرية التكرارية التي تعتبره قياساً لدرجة التكرار النسبي لوقوع حدث من الأحداث. ولكل نظرية من هذه النظريات تفريعات واختلافات في داخل النظرية نفسها، هذا إلى جانب ما تحاوله النظرية المنطقية من رد التقليدية والتكرارية إليها، وما تحاوله التكرارية بدورها من رد التقليدية والمنطقية إليها. (١)

إذن هناك خلاف واسع بين أهل الفن حول تعريف الاحتمال وتفسير مضمونه المعرفي الدقيق.

يطرح الاستفهام الكبير، الذي يستنزف طاقات ذهنية عندما نقول : حينما نقذف بقطعة النقد فإن احتمال ظهور وجه الصورة هو $1/2$ ، أو أن احتمال ذهابي إلى الدعوة هو $1/100$ ، فهل نخبر بذلك عن وصف واقعي وخارجي (نظير الحرارة أو الوزن أو مكانهما)، أم نخبر عن حالتنا النفسية وحجم اطمئناننا ؟ هل أن الاحتمال يرجع إلى الحوادث الخارجية أم أنه يرتبط بالقضايا المنطقية ؟ هل أن احتمال صدق القضية (ظهور وجه الصورة) هو $1/2$ ، أم أنه احتمال وقوع

وجه الصورة خارجا ؟ وهل يمكن تفسير الحوادث المحتملة على أساس الوقائع اليقينية ؟ (٢)

وعلى الرغم من هذا الاختلاف الواسع حول تعريف وتحديد مفهوم الاحتمال إلا أننا مع ذلك نستطيع في هذه الإضاءة أن نغض النظر مؤقتا عن هذه الاختلافات وأن نوضح هذا المفهوم ببساطة فنقول :

))) كثيرا ما نتحدث في حياتنا الاعتيادية عن الاحتمال، فإذا قيل : ما هي درجة احتمال أن يظهر وجه الصورة إذا قذفنا بقطعة النقد عشوائيا إلى الأرض ؟ أجبنا على هذا السؤال بأنه $1/2$ ، أي أن :

$$\frac{1}{2} = \frac{\text{ظهور وجه الصورة}}{\text{رمية قطعة النقد}}$$

وإذا كان أحد أولاد خالد العشرة أعمى فما هي درجة احتمال أن يكون أحد أولاد خالد الذي نختاره عشوائيا أعمى ؟ إن درجة احتمال كونه أعمى $1/10$ ، أي أن :

$$\frac{1}{10} = \frac{\text{هذا الفرد أعمى}}{\text{أحد أولاد خالد أعمى}}$$

وإذا اخترنا أربعة من أولاد خالد بطريقة عشوائية فما هو احتمال أن يكون الأعمى بينهم ؟ إن احتمال ذلك $4/10$ ، أي أن :

$$\frac{4}{10} = \frac{\text{أحد الأربعة أعمى}}{\text{أحد أولاد خالد أعمى}}$$

وهذه الكسور التي استعملناها : $(\frac{1}{2}, \frac{1}{10}, \frac{4}{10})$ تحدد قيمة احتمال حادثة بالنسبة إلى حادثة أخرى، فهناك في المثال الأول حادثتان إحداهما رمية قطعة النقد والأخرى ظهور وجه الصورة ، و $\frac{1}{2}$ هو الكسر الذي يحدد قيمة احتمال الحادثة الثانية بالنسبة إلى الحادثة الأولى ، أي أنا إذا افترضنا وقوع الحادثة الأولى فاحتمال وقوع الحادثة الثانية هو $\frac{1}{2}$)(((٣)

الاحتمال ودوره في حياتنا العلمية والعملية :

للاحتمال أهمية كبيرة جدا في حياتنا العلمية والعملية، فأما من الناحية العملية فـ : ((من البداهة القول إن الأحكام الاحتمالية لا القطعية، هي الغالبة في تعاملاتنا مع مفردات الحياة العملية، فنقول إن هذه القضية محتملة أو متوقعة الحدوث، أو نقول إن درجة احتمالها النصف أو الربع أو غير ذلك. فالاحتمالات مستخدمة في مختلف مجالات الحياة العملية، وتستعين بها شركات الأعمال والتأمين وغيرها. كما تستعين بها العلوم الاجتماعية والنفسية عبر الإحصاءات المختلفة، وكذلك العلوم الفيزيائية وعلى رأسها الفيزياء الذرية وعلم الوراثة والجينات وألعاب الحظ والمصادفة وغيرها.

وعليه صرح هنري بوانكاريه أنه بدون حسابات الاحتمال فإن العلم يكون مستحيلا. كما أشار فنيتي Finetti بأن هذه الحسابات تشكل الأساس لمعظم اعتقاداتنا الشخصية)). (٤) وقال باسكال عن الاحتمال : يمكن لكل امرئ أن يستخدمه، ولا يمكن لأي شخص أن يستبعده. (٥) وقال أيضا : استبعد الاحتمال، ولن يمكنك أن ترضى عن العالم كثيرا، وبالاحتمال لا يمكنك سوى أن ترضى عنه أكثر من ذلك. (٦)

هذا وقد دخلت أفكار الاحتمال في أغلب الاتجاهات مثل الطبيعة، والكيمياء، والبيولوجي، والطب، والفسولوجي، وعلم النفس، وإدارة الأعمال، والعلوم السياسية، والتربية، والاقتصاد، وبحوث العمليات، وكل أفرع الهندسة.

هوامش الإضاءة الأولى :

- ١ - فلسفة المصادفة، محمود أمين العالم، دار المعارف، مصر، ص ١٩٨.
- ٢ - الأسس المنطقية للاستقراء في ضوء دراسة الدكتور سروش، السيد عمار أبو رغيف، دار الفقه للطباعة والنشر، دفتر انتشارات إسلامي، ص ٣١.
- ٣ - الأسس المنطقية للاستقراء، السيد محمد باقر الصدر، إعداد وتحقيق لجنة التحقيق التابعة للمؤتمر العالمي للإمام الشهيد الصدر- قدس -، مركز الأبحاث والدراسات التخصصية للشهيد الصدر، مطبعة شريعت، قم، ص ١٧٣.
- ٤ - الاستقراء والمنطق الذاتي، يحيى محمد، الانتشار العربي، ص ٢٢٤.
- ٥ - الضرورة والاحتمال، السيد نفادي، دار التنوير للطباعة والنشر، بيروت - لبنان، ص ٩٣.
- ٦ - المصدر السابق ، ص ٩٣ .

الإضاءة الثانية

نبذة مختصرة في تاريخ الاحتمال

تاريخ الاحتمال :

للاحتمال وحسابه تاريخ طويل ليس بالأمر اليسير استقصاءه والوقوف على جميع فتراته ورجاله، ولكن لا بأس بالمرور – ولو بشكل بسيط جدا – على أهم هذه الفترات في تاريخ الاحتمال وحسابه والإشارة إلى أهم رجالاته ٠ ف :

من الناحية التاريخية عرفت نظرية الاحتمال لدى العرب والهنود وغيرهم قبل أن تلتفت نظر الغربيين منذ النهضة الحديثة. وأول ما بدأ الاهتمام عبر تحديد القيم الرياضية الخاصة بألعاب الحظ والمصادفة. وهناك بعض الاصطلاحات التي شاعت لدى الغرب ظهر أن مصدرها كان من العرب، ومن ذلك لفظة (هزرد) التي تعني اللعب في قطعتي زهر أو ثلاث، وقد أشير إلى هذه اللعبة في أدبيات العصر الكنيسي في الغرب. وكانت اللفظة شائعة قبل أن تحل محلها لفظة (الصدفة) وعليه ذكر الأستاذ هاكن أن الرياضيات الاحتمالية، هي مثل نظام الأرقام في الغرب، تعود إلى أصل عربي، وأن لفظة هزرد هي كلفظة علم الجبر مأخوذة من العرب. وقد كان أوائل العلماء الأوربيين – وهم الإيطاليون – يعملون على حل مشاكل ألعاب الحظ والمصادفة للهزرد الشائعة في أفريقيا الشمالية، في الوقت الذي كانوا فيه منشغلين بتطوير علم الجبر وحل مسائله الرياضية. ومع أن العلم الخاص بلعبة الزهر له بصيص من الوجود لدى الأوربيين خلال القرن الخامس عشر، إلا أن أساس هذا العلم يرتد إلى قديم الزمان. فمن المصادر التي تناولت العلم المذكور ما جاء في بعض الكتب الهندية القديمة، حيث وردت قطعة نصية تشير إلى هذا النوع من العلم في كتاب (ماهاباراتا) وذلك قبل أن يتعرف الأوربيين عليه بقرون طويلة. (١)

على أن نشير إلى أن هناك اتفاقاً بين الباحثين في نظرية الاحتمال على أن حساب الاحتمالات بشكله الرياضي ابتدأه (بسكال) حيث انتشر القمار في أوروبا بين الطبقات المرفهة إبان القرن السابع عشر الميلادي. وطرح المقامرون أسئلة بشأن فرص الفوز وكسب المقامرة واحتمال الربح. وقد أثارت هذه الأسئلة رجال العلم أمثال (غاليلو) و (فرما) و (ليبنتز) و (بسكال) وقد حاول هؤلاء الإجابة على هذه الأسئلة وتحديد فرص الفوز واحتمال الربح.

ولكن ما من أحد قبل (بسكال) و (فرما) استطاع أن يقدم المبادئ الأساسية والمناهج السليمة التي يمكن بها أن يخضع هذا الموضوع للتحديد الحسابي الدقيق. فإلى هذين العالمين من علماء الهندسة ينبغي أن نرد البدايات الأولى – كما يقول لابلاس – لعلم الاحتمالات، هذا العلم الذي يعد اكتشافه في مرتبة واحدة بين روائع الأشياء التي يتميز بها القرن السابع عشر. (٢)

إذن فقد كان للاهتمام عند (بسكال) دوراً كبيراً، ومن المعروف أيضاً عن (بسكال) فيما يختص بالاحتمال أن الشيفالييه دي ميريه وضع له في صيف عام ١٦٥٤ سؤالين خاصين بألعاب الحظ. قام السؤال الأول بصدد لعبة الزهر، ويمكن التعبير عنه على النحو الآتي : لنفرض أننا نلعب بالزهر، كم هو عدد الرميات التي يستطيع الإنسان بعدها أن يؤمل أملاً معقولاً في مجيء عددي الستة معا ؟ أما المسألة الثانية فكانت أصعب وأهم من الأولى، وقد أدى حل (بسكال) لها إلى اكتشاف نواة حساب الاحتمالات. وتلك المسألة تتعلق بألعاب الحظ على العموم، ويمكن التعبير عنها كما يأتي : إذا أوقف اللاعبان لعبهما مختارين قبل نهاية الدور، وبحثاً في تقسيم عادل لما جاء به الحظ لكل منهما، فما نصيب كل منهما تبعاً لاحتمال كسبه للدور في ذلك الوقت ؟

وقد نجح (بسكال) في حل المسألة، وذلك بتجزئتها إلى عدة مراحل، وبارجاع الحالات الممكنة إلى أبسط المواقف. وقد وصل في حله هذا إلى اكتشاف طريقتين من طرق حساب الاحتمالات، واكتشف ثالثتهما بيبير دي فرمات الذي راسله (بسكال) في ذلك

الوقت بصدد المسائل السابقة بالذات. ولقد عالج فرمات هذه المشكلات من خلال النظرية العامة للتضمينات.

ولقد ورث هيجنز هذا التراث عن (بسكال) و (فيرمات) وساهم في تطويره في رسالته (حساب اللاعبين في اللعب) عام ١٦٥٨ أو ١٦٥٧ وعاونه في هذا معاونه (رفير توماس بيز) وبلغت نظرية فيرمات أقصى تطور لها على يد الرياضي السويسري جاكوب برنوي، فمن الملاحظ أن بيرنوي يعتبر المؤسس الحقيقي لنظرية الاحتمال باعتبارها فرعاً من فروع الرياضيات، وذلك في مؤلفه المنشور بعنوان (فن التخمين) في بازل عام ١٧١٣، ويمكن أن يقال أن هدفه كان إدماج الوسائل القبلية للمركب الاحتمالي مع الوسائل البعدية للنظرية الإحصائية في شكلها المبكر . (٣)

نعم : يعد جيمس برنوي بحق أكبر شخصية في تاريخ الاحتمال بعد هيجنز ويقع كتاب Ars Conjectandi في أجزاء أربعة. وليس للأجزاء الثلاثة الأولى أهمية تاريخية كبيرة. أما الجزء الرابع فعلى الرغم من أنه تركه ناقصاً إلا أنه من أخطر الصفحات في تاريخ نظرية الاحتمالات، إذ يقدم فيه بيرنوي خطوط نظريته الخاصة التي تسمى باسمه. ففي القرن السابع عشر دأب بعض العلماء وهم ممن يعدون الرعيل الأول من رجال الإحصاء على تجميع المعلومات الضرورية لتحديد الوفيات والمواليد وجنس المولود وغير ذلك، وقد أوضحت هذه الأبحاث الأولى واقعة جديدة لم تكن متوقعة من قبل هي أنه لو وجد انتظام بين نوع معين من الأمثلة المجمعة، فإن هذا الانتظام يصبح أكثر وضوحاً كلما تضاعف عدد الأمثلة موضوع البحث. كما اكتشف أن الذكور والأنثى لا تولد فحسب بنسب متساوية على وجه التقريب، وإنما تميل إلى أن تتقارب نحو رقم معين محدد عندما يصبح عدد الأمثلة المسجلة كبيراً. ونظرية برنوي ليست إلا الصياغة النظرية لهذه النظرية، ويسمى المؤلفون عادة باسم (قانون الأعداد الكبيرة)، وإن كان كينز يراه اسماً غير ملائم، ويرى أن تسمى النظرية باسم (ثبات التكرارات الإحصائية).

وخلاصة نظرية برنوي أن درجة الاحتمال تزداد ثباتا كلما مضت الأمثلة في الزيادة، فلو رمينا بقطعة نقد في الهواء لكانت نسبة ظهور الوجه في الرمية الأولى $1/2$ بحسب مثلث بسكال وبحسب معرفتنا القبلية. ولو أخذنا في رمي قطعة النقد هذه مائة مرة مثلا وأخذنا نسجل عدد مرات ظهور الوجه إلى العدد الكلي لمرات رمي القطعة، لوجدنا النسبة تقترب من $50/100$ أي من $1/2$ بمقدار يتراوح بين هامش ضيق أو يتسع. فقد تكون $45/100$ أو $54/100$ أو أكثر من ذلك أو أقل. ولكن الملاحظ بحسب نظرية برنوي أن هذا الهامش المتراوح يأخذ في الضيق كلما تضاعف عدد مرات رمي قطعة النقد، أي لو وصلت إلى ألف فما يزيد عن ذلك، ففي هذه الحالة نجد نسبة ظهور الوجه إلى العدد الكلي للمرات أقرب ما تكون إلى النسبة $1/2$. وهكذا كلما ازدادت الأمثلة ازدادت درجة الاحتمال ثباتا. وتعد هذه النظرية أساسا لما يسمى بالاحتمال البعدي أو التجريبي كما سنرى. (٤)

وقد بلغ مبحث الاحتمال درجاته القصوى لرياضيي القرن الثامن عشر، بالعمل الضخم الذي وضعه (لا بلاس) مؤسس الاتجاه التقليدي الذي ساد خلال القرن التاسع عشر.

استقر حساب الاحتمالات على يد (لا بلاس)، حيث يعتبره مؤرخو العلم مؤسس القواعد النظرية للاحتمال، وأول من صاغ حساب الاحتمال كقواعد أقامها على نسق نظري وقد نبه إلى أهمية ودور حساب الاحتمال في العلوم المختلفة، دون سجنه في دائرة ألعاب الصدفة.

وقبل الاسترسال في الحديث عن تاريخ الاحتمال في ما بعد (لا بلاس) تجدر الإشارة إلى أن الفترة التي سبقت (لا بلاس) لم تخل من الفلاسفة المهتمين بالاحتمال، فـ : منهم من اهتم بحساب الاحتمالات، ومنهم من اهتم بالاحتمال من الناحية المعرفية. ومنهم اهتموا بحساب الاحتمالات ليعتبر، فقد كان له استبصار كامل بأهميته، ووضع منطقا للاحتمال في صورة منطق كمي لقياس درجات الحقيقة،

ولم يقصد منه أن يكون حلاً تجريبياً لمشكلة الاحتمال، وبالرغم من هذا الاهتمام من ليبنتز، فهو لم يساهم مساهمة جدية في تقدمه، وإنما اكتفى بتجميع ما قاله سابقوه، وبتحديد برنامج للدراسة. كما اهتم به منطقة بورت رويال (١٦٦٢) الذين كانوا يتعاملون مع منطق الاحتمال في شكله الحديث. كما اهتم بالاحتمال - أيضاً - (جون لوك) الذي تبع منطقة بورت رويال. وممن اهتم بالاحتمال في هذه الفترة - أيضاً - (هيوم) الذي ذهب إلى أن درجات الإثبات ثلاث. أعلاها اليقين المنطقي، ويتلوها درجة الاحتمال البرهاني، وأدناها درجة الاحتمال التخميني ... والواضح من فهم (هيوم) للاحتمال هو الجهل بالأسباب، فالجهل بالأسباب هو المسؤول عن هذه الدرجة الدنيا من المعرفة. (٥)

أما بعد (لابلاس) فقد تطور الاحتمال وحساب الاحتمالات بشكل كبير، وقد ساهم في ذلك عدد كبير من المفكرين والفلاسفة والعلماء.

أحد أهم هؤلاء المفكرين والفلاسفة الذين ساهموا في تطوير الاحتمال وحسابه هو المفكر الاقتصادي (كينز) الذي حاول إقامة التعميمات الاستقرائية على أساس رياضي، مستنبطاً قيمة الاحتمال البعدي للتحليل من قوانين حساب الاحتمال، كما حاول (لابلاس) من قبل (٦)

ويعتبر برتراند (راسل) من أبرز فلاسفة القرن التاسع عشر الذين ساهموا في تطوير الاحتمال وحسابه، فبين العامين (١٩١٠ و ١٩١٣) ظهرت باكورة العمل المشترك بين الفيلسوف الإنكليزي المعروف برتراند رسل (١٨٧٢ - ١٩٧٠) وأستاذه ومواطنه الرياضي ألفرد نورث وايتهيد (١٨٦١ - ١٩٤٧) في ثلاثة مجلدات باسم (أصول الرياضيات) تأسيساً منهما للمنطق الرياضي، وقد عده بعض الباحثين من أعظم الأعمال الفكرية في تاريخ البشرية، وكان (رسل) قد سبق ذلك بكتاب (مبادئ الرياضيات) عام ١٩٠٣. ثم تعرض رسل سنة ١٩١٢ لمشكلة الاستقراء في كتابه (مشكلات الفلسفة) تحت عنوان (في الاستقراء). وفي عام ١٩٤٨ عاد

(برتراند رسل) إلى الساحة مع كتابه (المعرفة الإنسانية، مداها وحدودها) والذي خصص حوالي (٨٠) صفحة منه للبحث حول نظرية الاحتمال، ولقد لعب هذا الكتاب دورا بارزا في نقل أفكار القارة الغربية إلى الشرقية.

وكان للعالم السوفيتي (أندري كولمو غوروف ١٩٠٣ - ١٩٧٨) عام ١٩٣٣ دور بارز في تحديد أنظمة العد التي تعتمد عليها نظرية الاحتمال. وفي هذه الفترة توالى أعمال مجموعة من العلماء عملوا على التأسيس لبدهيات الاحتمال، وكان منهم (فردريك وايزمان) سنة ١٩٣١، و (ستيفان مازكيور) سنة ١٩٣٢، و (جنينا هوز ياسون) سنة ١٩٤٠، و (رايت) سنة ١٩٤١. وفي العام ١٩٤١ انصرف الفيلسوف الألماني (ردولف كارناب ١٨٩١ - ١٩٧٠) إلى دراسة الاستقرار ومشكلاته. وفي هذه الفترة تمكن الفيلسوف الإنكليزي (تشارلي دنبر برود ١٨٨٧ - ١٩٧١) من التأسيس لبدهيات الاتصال والانفصال، واللذين نقلهما عنه (رسل) في كتابه المعرفة الإنسانية. وفي عام ١٩٥٠ ظهرت إحدى أعمق الدراسات حول الاحتمال والاستقراء، وذلك في كتاب (كارناب) : (الأسس المنطقية للاحتتمال) الذي تناول فيه المسألة بعمق وتخصص بعد أن كان كارناب - كما أشرنا سابقا - قد انصرف إلى مشاكل الاحتمال والاستقراء منذ سنة ١٩٤١.

هذا فيما يخص تاريخ الاحتمال في القارة الغربية، أما في القارة الشرقية : ففي العام ١٩٥٠ نشر الدكتور المصري (زكي نجيب محمود ١٩٠٥ - ١٩٩٣) كتابه المعروف (المنطق الوضعي) الذي تعرض في الفصل الأخير منه إلى حساب الاحتمالات، ذكرا بعض ما عند القوم من نظريات لكن دون أن يأتي بجديد في المضمار.

وفي الجهة المقابلة - أعني قارتنا الآسيوية وبالتحديد الحاضرة العلمية لمدينة النجف الأشرف - شهد مسجد الشيخ الطوسي (شيخ الطائفة ومؤسس الحوزة العلمية) في أوائل الستينات زرع بذور جديدة في درس الأصولي، لاحت بداياته في تموز عام ١٩٦٣ م،

وذلك لدى وصول السيد محمد باقر الصدر - قدس سره - إلى مبحث (حجية الدليل العقلي). وقد تزامن بحثه في ذلك ونقاشه مع الإخباريين مع اطلاعه على أثر الدكتور زكي نجيب محمود (المنطق الوضعي) والذي كان محفزا على الدخول في رحلة معرفية دارت رحاها حول الاستقراء ونظرية الاحتمال والتي دامت زهاء تسع سنوات. وقد فتح هذا الأمر نافذة العلاقة بين السيد الصدر والدكتور زكي نجيب محمود بتوسط السيد مرتضى الرضوي، فكانت بينهما مراسلات أشار فيها الدكتور زكي على السيد الصدر بمراجعة كتاب برتراند رسل (المعرفة الإنسانية، مداها وحدودها) مما اضطر السيد الصدر إلى تكليف أحد الأساتذة في بغداد بترجمة القسم المتعلق بنظرية الاحتمال إلى العربية ليتيسر رجوعه إليه.

يكتب - قدس سره - بتاريخ ١٥ / ١١ / ١٩٦٥ م : «وشكرا جزيلا للأستاذ الجليل الدكتور زكي نجيب محمود على ما تفضل به من معلومات، فقد تفضل مشكورا بالإرشاد إلى الفصل الأخير من كتابه الجديد (المنطق الوضعي) والقسم الخامس من كتاب برتراند رسل. أما كتاب المنطق الوضعي للدكتور زكي نجيب محمود فهو موجود عندي بطبعته الأولى في مجلد واحد ضخم وقد جاء ذكره في رسالتي السابقة وأنا أعتر بما جاء فيه عن الاحتمال وكنت ولا أزال أرجع إليه وأستفيد منه، لكنه كان بودي الإطلاع على نظرية الاحتمال وبخاصة عند (كينز) بصورة أوسع، ولهذا فكرت في طلب ترجمة لكتاب (كينز)، ويبدو الآن على ضوء رسالتكم أن ترجمة كتاب (كينز) تكتنفها الصعوبات، فإذا كان القسم الخامس من كتاب (برتراند رسل) الذي أشار إليه الدكتور زكي نجيب يكفي إلى حد ما لاستعراض النظرية، فالرجاء يا أخي أن تفاوضوا الأستاذ الجليل زكي نجيب محمود على أساس ما تفضل به من إرشاد إلى القسم الخامس من ذلك الكتاب في استحصال مترجم موثوق به لهذا القسم خاصة إذا لم يكن قد سبق أن ترجم إلى اللغة العربية ».

وقد تمخض عن هذه الرحلة العلمية مذهب جديد في المعرفة سماه
السيد الشهيد الصدر بـ (المذهب الذاتي في نظرية المعرفة) والذي
بين أسسه المنطقية في كتابه (الأسس المنطقية للاستقراء) . (٧)

هوامش الإضاءة الثانية :

- ١ - الاستقراء والمنطق الذاتي، مصدر سابق، ص ٢٢٦.
- ٢ - فلسفة المصادفة، محمود أمين العالم، دار المعارف، مصر، ص ١٩٩.
- ٣ - الضرورة والاحتمال، مصدر سابق، ص ٩٣-٩٤.
- ٤ - فلسفة المصادفة، مصدر سابق، ص ٢٠٢-٢٠٤.
- ٥ - الضرورة والاحتمال، مصدر سابق، ص ٩٥-٩٨.
- ٦ - الأسس المنطقية للاستقراء ، مصدر سابق، ص ٣٧١.
- ٧ - المذهب الذاتي في نظرية المعرفة ، السيد كمال الحيدري، مؤسسة الإمام الجواد للفكر والثقافة، ص ٩-١٢.

الإضاءة الثالثة

نظرية الاحتمال في ضوء المذهب الذاتي

(بديهيات نظرية الاحتمال)

الشهيد الصدر يعتمد بديهيات (برود) :

((سوف نستخدم الرمز : $ح/ل$ للدلالة على احتمال حادثة على افتراض حادثة أخرى، أي أنا نرسم باللام إلى حادثة وبالحاء إلى حادثة أخرى وب : $ح/ل$ إلى احتمال الحادثة الأولى على افتراض الحادثة الثانية. وسوف نفترض أن هذا الاحتمال مفهوم بدون حاجة للتعريف، إلى أن نحاول تعريفه فيما سيلي.

ولقد لخص (برتراند رسل) بديهيات نظرية الاحتمال نقلا عن الأستاذ (سي • دي • برود) كما يلي :

١ – إذا افترضنا (ل) و (ح) فهناك قيمة واحدة فقط لـ : $ح/ل$ ، وعليه نستطيع أن نتحدث عن احتمال (ل) على أساس (ح).

٢ – إن القيم الممكنة لـ $ح/ل$ هي الأعداد الحقيقية من صفر إلى واحد وبضمنها العدد واحد والعدد صفر.

٣ – إذا كانت (ح) تستلزم (ل) كانت $ح/ل = ١$ ، ويستخدم (١) للدلالة على اليقين.

٤ – إذا كانت (ح) تستلزم لا (ل) كانت $ح/ل =$ صفر، ويستخدم (صفر) للدلالة على الاستحالة أي اليقين بالنفي.

٥ - إن احتمال كل من (ل) و (ك) في وقت واحد بالنسبة إلى (ح) هو احتمال (ل) بالنسبة إلى (ح) مضروباً باحتمال (ك) بالنسبة إلى (ل) و (ح)، وهو أيضاً احتمال (ك) بالنسبة إلى (ح) مضروباً باحتمال (ل) بالنسبة إلى (ك) و (ح)، وهذه تعرف بـ (بديهية الاتصال).

ومثال ذلك إذا أردنا معرفة درجة احتمال أن يكون الطالب متفوقاً في المنطق والرياضيات معاً، فالحاء تعني هنا عدد الطلاب، واللام تعني التفوق في المنطق، والكاف تعني التفوق في الرياضيات. وعليه نقول : إن درجة احتمال تفوقه في كليهما في وقت واحد يساوي درجة احتمال تفوقه في المنطق مضروبة في احتمال أن يكون الطالب المتفوق في المنطق متفوقاً في الرياضيات.

٦ - إن احتمال (ل) أو (ك) بالنسبة إلى (ح) هو احتمال (ل) بالنسبة إلى (ح) مضافاً إليه احتمال (ك) بالنسبة إلى (ح) مطروحاً منه احتمال (ل) و (ك) معاً.

ففي المثال السابق إذا أردنا أن نعرف درجة احتمال أن يكون الطالب متفوقاً في المنطق أو في الرياضيات جمعنا درجة احتمال تفوقه في الرياضيات مع درجة احتمال تفوقه في المنطق، وطرحنا من ذلك درجة احتمال تفوقه فيهما معاً التي تحددها بديهية الاتصال، فيكون الناتج هو درجة احتمال أحد الأمرين.

هذه هي البديهيات الست التي تفترضها نظرية الاحتمال، وعلى هذا الأساس يجب أن يلاحظ عند تفسير الاحتمال أن يعطى مفهوماً تصدق عليه تلك البديهيات، أي يجب أن يكون لاحتمال (ل) على افتراض (ح) معنى يفرض أن يكون لهذا الاحتمال قيمة واحدة لا أكثر، تحقيقاً للبديهية الأولى، ويسمح بأن يحصل هذا الاحتمال على أي قيمة ابتداءً من الصفر وانتهاءً بالواحد، تحقيقاً للبديهية الثانية، ويتطلب أن تكون قيمة الاحتمال (١) في حالة استلزام (ح) لـ (ل) و (٠) في حالة استلزام (ح) لنفي (ل) تحقيقاً للبديهية الثالثة،

والرابعة. ويتفق في ناتج ضربه وجمعه مع ما تحدده بديهية الاتصال وبديهية الانفصال من قيمة في حالتى الضرب والجمع (((. (١)

وللمزيد من الإيضاح :

((بحسب بديهية الاتصال عرفنا أن درجة احتمال أن تتصف (أ) بصفتي (ب ، ج) معا، هي درجة احتمال ان تتصف (أ) بصفة (ب) مضروبة في درجة احتمال أن تتصف (أ ب) بصفة (ج).

ونضع ذلك في صيغة رمزية فنقول :

$$ح (أ - ب - ج) = ح (أ - ب) \times ح (أ ب - ج) .$$

فإذا أردنا مثلا أن نستخرج درجة احتمال أن يكون الطالب ممتازا في اللغة الانجليزية والرياضة معا، وجب أن نحسب درجة احتمال امتيازه في اللغة الانجليزية وحدها، ثم نضرب ذلك في درجة احتمال امتيازه في الرياضة على أساس أنه ممتاز في الانجليزية.

لاحظ أننا نخطئ الحساب لو جعلنا :

$$ح (أ - ب - ج) = ح (أ - ب) \times ح (أ - ج)$$

أي أننا نخطئ الحساب في المثال السابق لو ضربنا درجة احتمال امتياز الطالب في اللغة الانجليزية في درجة احتمال امتيازه في الرياضة؛ لأن ذلك قد يفوت علينا الاحتمال بأن يكون الامتياز في اللغة الانجليزية هو نفسه عاملا يؤثر في درجة الامتياز في الرياضة، ولذلك ينبغي - بعد حساب احتمال التفوق في اللغة الانجليزية - أن نضرب هذا في درجة احتمال التفوق في الرياضة في هذه الحالة الخاصة التي ظهر فيها تفوقه في الانجليزية، لا في درجة احتمال التفوق في الرياضة مطلقة من غير قيد.

فإذا كانت درجة الاحتمال في الحالة الأولى وحدها هي $1/n$ ،
ودرجة الاحتمال في الثانية وحدها – على فرض تحقق الحالة الأولى
– هي $1/m$ ، فإن درجة احتمال اجتماع الحادثتين معا هي $1/n \times 1/m$.

مثال : ما درجة احتمال أن تسقط زهرة النرد مرتين متتاليتين
بالرقم (٦) إلى أعلى ؟

احتمال أن تسقط الزهرة في المرة الأولى بالرقم (٦) إلى أعلى
هو $1/6$ ، واحتمال أن تسقط الزهرة في المرة الثانية بالرقم (٦) إلى
أعلى على فرض تحقق الحالة الأولى، هو :

$$\frac{1}{36} = \frac{1}{6} \times \frac{1}{6}$$

مثال : وعاءان في كل منهما ثلاث كرات : اثنتان بيضاوان وواحدة
سوداء، فما درجة احتمال أن تسحب السوداءوين في وقت واحد ؟

قد يخيل إليك للوهلة الأولى أن هناك أربع احتمالات، هي :

ب ب ، ب س ، س ب ، س س [ب = أبيض ، س = أسود] :

لكن في ذلك الحساب تجاهلا للقيمة الاحتمالية للأبيض بالنسبة
للأسود ويجعلهما متساويتين، مع أن القيمة الاحتمالية للأبيض أكبر
من القيمة الاحتمالية للأسود، ويجب مراعاة ذلك – كما أسلفنا – عند
حساب درجة الاحتمال، ولشرح ذلك نقول :

ارمز لكرات الوعاء الأول بالرموز : ب ١ ، ب ٢ ، س ١ ، س ٢

وارمز لكرات الوعاء الثاني بالرموز : ب ٣ ، ب ٤ ، س ٣ ، س ٤

فيكون احتمال السحب من الوعاء الأول هو :

أ إما أن تكون ب ١ أو ب ٢ أو س ١

وا احتمال السحب من الوعاء الثاني هو :

أ إما أن تكون ب ٣ أو ب ٤ أو س ٢

وا احتمالات الجمع بين أ ، أ معا هي :

ب ١ ب ٣ ، ب ١ ب ٤ ، ب ١ س ٢ ، ب ٢ ب ٣ ، ب ٢ ب ٤ ، ب ٢ س ١
س ٢ ، س ١ ب ٣ ، س ١ ب ٤ ، س ١ س ٢

وهي تسع حالات ، فيها الأسودان مرة واحدة، وإذن فاحتمال
سحبهما معا هو $1/9$.

وهذه النتيجة تتفق مع مبدأ الاتصال الذي شرحناه، لأن احتمال
الأسود في الحالة الأولى هو $1/3$ ، وفي الحالة الثانية هو $1/3$ ، وإذن
يكون احتمالهما معا هو $1/3 \times 1/3 = 1/9$) (٢٠

مثال : في مدينة ما إطفائيتان تعملان مستقلتين عن بعضهما،
احتمال وصول الأولى إلى مكان الحريق خلال خمس دقائق يساوي
(٠ ، ٩٥) ، واحتمال وصول الثانية إلى المكان خلال المدة نفسها
يساوي (٠ ، ٩٠) ، ما هو احتمال وصول الإطفائيتين معا إلى مكان
الحريق خلال خمس دقائق ؟

هذا المثال تطبيق لبديهية الاتصال – أيضا –، أي أن احتمال
وصول الإطفائيتين معا إلى مكان الحريق خلال خمس دقائق هو ناتج
ضرب احتمال وصول الإطفائية الأولى إلى مكان الحريق خلال
خمس دقائق باحتمال وصول الإطفائية الثانية إلى نفس المكان خلال
المدة نفسها على تقدير وصول الأولى.

أي أن احتمال وصول الإطفائيين معا إلى مكان الحريق خلال
خمس دقائق يساوي : $0,95 \times 0,90 = 0,855$ ،

مثال : ((إذا أخبرنا (أ) برواية عن (ب) عن (ج) عن (د)
وكنا على يقين بأن كل واحد من الرواة صادق فيما نقل، فسوف نسلم
ونصدق بالرواية، ونستطيع القول أن الرواية صادقة $100\% = 1/1$
ولو كان هناك شخص خامس يروي عن (أ) أو يروي عنه (د)
وكنا على يقين أيضا بصدقه فسوف لا يتغير حكمنا بصدق الرواية.
ومهما كثرت الوسائط التي نتيقن بصدقها فسوف لا تتأثر ولا تتغير
قناعتنا بصدق الرواية.

ولكن إذا كنا نحتمل صدق (أ) و (ب) و (ج) --- بنسبة معينة،
كأن يكون احتمال صدق الراوي $3/4$ فسوف ينخفض احتمال صدق
الرواية كلما تعددت الوسائط وكثر الرواة. أي أن احتمال صدق
الرواية سوف لا يبقى على نسبة صدق الراوي الواحد بل سوف يقل
احتمال صدق الرواية عن $3/4$ ، ويأخذ الاحتمال سيرا تنازليا كلما
تعدد الرواة وكثرت الوسائط التي وصلتنا الرواية عن طريقهم.

اتضح لنا أننا إذا كنا على يقين بصدق الراوي (أ) و (ب) و
(ج) --- فسوف نكون على يقين بصدق الرواية ويكون احتمال
صدقها = (١) وهو رقم اليقين.

أما إذا كنا نحتمل صدق الراوي (أ) و (ب) و (ج) بدرجة
($3/4$) فإن الاحتمال يأخذ بالضعف كلما تعددت وكثرت وسائط
النقل. فإذا كان الرواة ثلاثة فاحتمال صدق الرواية أكبر مما لو كان
الرواة أربعة، وإذا كانوا أربعة فالاحتمال أكبر مما لو كانوا خمسة،
وهكذا ---

وهنا نتساءل عن سر الفرق بين هاتين الحالتين، لماذا يبقى احتمال
صدق الرواية (١) في المثال الأول بينما لا يبقى احتمال صدق
الرواية ($3/4$) كما هو الحال في المثال الثاني ؟

يرجع السر في هذه المسألة الحسابية إلى قاعدة حسابية تنطبق على المثالين، وهي التي تبقي احتمال الصدق في المثال الأول على ما هو عليه الراوي (١) بينما تخفض احتمال الصدق على ما هو عليه الراوي (٣/٤) في المثال الثاني.

فما هي هذه القاعدة الحسابية ؟

القاعدة الحسابية تقول : إذا أردنا أن نقيس احتمال وقوع الحدث (أ) و (ب) معا فعلينا أن نضرب قيمة احتمال (أ) في قيمة احتمال (ب) على تقدير (أ).

نأتي على المثالين السابقين لنرى سر الفرق بينهما في ضوء تطبيق القاعدة الحسابية عليهما.

نلاحظ أن صدق الرواية يعني صدق الرواة معا ، فاحتمال أن تصدق الرواية يعني احتمال اجتماع صدق الرواة معا . فإذا كنا نحتمل أن تصدق الرواية في المثال الأول فهذا يعني أننا نحتمل صدق (أ) و (ب) و (ج) و (د) مجتمعين.

وحيثما نطبق القاعدة الحسابية على هذا المثال نجد أن احتمال صدق الرواية يساوي احتمال صدق (أ) مضروبا في احتمال صدق (ب) على تقدير صدق (أ) ، مضروبا في احتمال صدق (ج) على تقدير صدق (أ) و (ب) ، مضروبا في احتمال صدق (د) على تقدير صدق (أ) و (ب) و (ج) . وهذا يعني أن احتمال صدق الرواية في المثال الأول $= 1 \times 1 \times 1 \times 1 = 1$.

وإذا كان لدينا راو خامس وسادس --- نحتمل صدقهم ١٠٠ % ، فهذا يعني أننا نبقي نضرب واحدا في واحد وتبقى النتيجة واحدا ، (الذي هو رقم اليقين) .

وحيثما نطبق القاعدة الحسابية على المثال الثاني، حيث كنا نحتمل صدق الراوي بدرجة $3/4$ فسوف تكون النتيجة كالتالي :

$$11/206 = 3/4 \times 3/4 \times 3/4 \times 3/4 \text{ أي أقل من } 1/3 .$$

ومن هنا فكلما كثر عدد الوسائط انخفض احتمال صدق الرواية، ما دام احتمال صدق الراوي أقل من رقم اليقين (١). وهذه القاعدة الحسابية تستند إلى بديهية رياضية تسمى بـ (بديهية الاتصال) (٣)

مثال : كيس يحتوي على ثلاث كرات سوداء وسبع كرات بيضاء. لنفرض أننا سحبنا منه كرتين كل على حدة وبدون إعادة. فإذا رمزنا إلى سحب كرة بيضاء بالرمز (أ) وإلى سحب كرة سوداء بالرمز (ب) فإن الحالات المتوقعة :

أ أ	١ - الكرتان بيضاوان
أ ب	٢ - الأولى بيضاء والثانية سوداء
ب أ	٣ - الأولى سوداء والثانية بيضاء
ب ب	٤ - الكرتان سوداوان

إن احتمالات النتائج لسحب الكرة الأولى ثم الثانية بالترتيب يمكن إيضاحها كالآتي :

١ - احتمال أن تكون الكرتان بيضاوان - بتطبيق بديهية الاتصال - = احتمال أن تكون الكرة الأولى بيضاء مضروبا في احتمال أن تكون الكرة الثانية بيضاء على افتراض أن تكون الأولى بيضاء. أي : $1/10 \times 6/9 = 6/90$.

٢ - احتمال أن تكون الأولى بيضاء والثانية سوداء - بتطبيق بديهية الاتصال - = احتمال أن تكون الكرة الأولى بيضاء مضروبا

في احتمال أن تكون الكرة الثانية سوداء على افتراض أن تكون الأولى بيضاء. أي: $1/10 \times 3/9 = 3/90 = 1/30$.

٣ - احتمال أن تكون الأولى سوداء والثانية بيضاء - بتطبيق بديهية الاتصال - = احتمال أن تكون الكرة الأولى سوداء مضروبا في احتمال أن تكون الكرة الثانية بيضاء على افتراض أن تكون الأولى سوداء. أي: $1/9 \times 3/10 = 3/90 = 1/30$.

٤ - احتمال أن تكون الكرتان سوداوان - بتطبيق بديهية الاتصال - = احتمال أن تكون الكرة الأولى سوداء مضروبا في احتمال أن تكون الكرة الثانية سوداء على افتراض أن تكون الأولى سوداء. أي: $2/9 \times 3/10 = 6/90 = 1/15$.

أما بحسب بديهية الانفصال فقد عرفنا أن: ((درجة احتمال أن يتصف شيء ما (أ) بواحدة على الأقل من صفتي (ب) و (ج) هي درجة احتمال أن تتصف (أ) بصفة (ب) وحدها، مضافا إليها درجة احتمال أن تتصف (أ) بصفة (ج) وحدها مطروحا من ذلك درجة احتمال أن تتصف (أ) بصفتي (ب ، ج) معا.

والصورة الرمزية لمبدأ الانفصال هي كالآتي :

$$ح (أ - ب \vee ج) = ح (أ - ب) + ح (أ - ج) - ح (أ - ب - ج)$$

لاحظ في هذه الصيغة الرمزية أن :

ح = درجة الاحتمال ، $V = أ$ ، $ب - ج$ = صفتا (ب) و (ج) معا.

وتقرأ الصيغة هكذا : إن درجة احتمال أن تكون (أ) موصوفة إما بصفة (ب) أو بصفة (ج) ، تساوي درجة احتمال أن تكون (أ) موصوفة بصفة (ب) ، مضافا إليها درجة احتمال أن تكون (أ)

موصوفة بصفة (ج)، مطروحا منه درجة احتمال أن تكون (أ)
موصوفة بصفتي (ب ، ج) معا.

ولشرح هذا الجزء الأخير من مبدأ الانفصال، نقول : افرض أن
حالتى ب ، ج متضادتان، أي أنهما لا تجتمعان معا، مثال ذلك أن
يكون لديك تذكرتان في نصيب، ولا بد أن تكون الرابحة إحداهما فقط،
إذ لا يربح في النصيب إلا تذكرة واحدة، فها هنا يكون احتمال ربحك
بتذكرة (ب) أو بتذكرة (ج) هو : $H (أ - ب) + H (أ - ج)$

لكن قد تكون حالتا ب ، ج مما يمكن اجتماعهما معا، مثال ذلك أن
ورقة اللعب قد تتصف بصفتين في آن واحد، فتكون - مثلا - سبعة
وتكون حمراء، ونريد أن نحسب درجة احتمال سحب ورقة تكون فيها
إحدى الصفتين على الأقل، فعندئذ لا يكفي في قياس درجة الاحتمال
أن نجمع احتمال أن تكون الورقة المسحوبة سبعة، إلى احتمال أن
تكون الورقة المسحوبة حمراء، لأن احتمال أن تكون الورقة
المسحوبة سبعة يدخل فيه احتمال أن تكون حمراء كذلك؛ لذلك لا يكفي
لحساب احتمال إحدى الحالتين على الأقل مجرد جمع الاحتمالين، بل
لا بد أن نطرح من ذلك درجة احتمال اجتماعهما معا ---

مثال : وعاءان، الأول فيه (٨) كرات بيضاء وكرتان سوداوان،
والثاني فيه (٦) كرات بيضاء وأربع كرات سوداء، فما درجة
احتمال أن أسحب كرة من كل من الوعاءين، فأسحب كرة واحدة على
الأقل بيضاء ؟

احتمال سحب كرة بيضاء من الوعاء الأول هو $1/10$

احتمال سحب كرة بيضاء من الوعاء الثاني هو $7/10$

احتمال سحب كرتين بيضاوين معا هو $4/100$

إذن احتمال سحب واحدة على الأقل بيضاء هو :

$$(٤) ((٩٢/١٠٠ = ٤٨/١٠٠ - ٦/١٠ + ٨/١٠$$

مثال : في حالة رمي زهرة نرد، ما هو احتمال الحصول على عدد فردي ؟

الحل : الحصول على عدد فردي معناه الحصول على ١ أو ٣ أو ٥ ، وحيث أن هذه الحوادث الثلاثة متنافية ف — بتطبيق بديهية الانفصال — :

$$ح (١ أو ٣ أو ٥) = ح (١) + ح (٣) + ح (٥)$$

$$١/٢ = ١/٦ + ١/٦ + ١/٦ =$$

ولمزيد من الإيضاح للبديهيتين كليهما :

((**مثال :** إذا كانت لدينا عشر كرات، خمس منها مصبوغ باللون الأخضر، وخمس منها مصبوغ باللون الأحمر وأردنا سحب كرتين من هذه الكرات فما هو احتمال أن تخرج الكرة الأولى والثانية وهما يحملان اللون الأحمر.

حينما نريد قياس احتمال خروج الكرة الأولى حمراء والثانية حمراء فهذا يعني أن نطبق القاعدة الحسابية المتقدمة (بديهية الاتصال) فنضرب احتمال خروج الكرة الأولى حمراء × احتمال خروج الكرة الثانية حمراء على تقدير خروج الأولى حمراء.

احتمال خروج الكرة الأولى وهي ملونة باللون الأحمر يساوي ٥/١٠ ، لأن خمسا من الكرات العشرة ملونة باللون الأحمر.

أما احتمال خروج الكرة الثانية وهي ملونة باللون الأحمر على تقدير خروج الأولى حمراء فهو يساوي ٤/٩ .

وقد يتساءل البعض عن السبب الذي جعل احتمال خروج الكرة الثانية مساويا لـ (٤/٩) ؟

والسر في هذا الموضوع واضح، وذلك لأننا لا نريد أن نستخرج احتمال خروج الكرة الثانية حمراء قبل السحب، وبشكل مطلق، بل نحن نريد أن نتعرف على قيمة احتمال خروج الكرة الثانية حمراء على تقدير خروج الأولى حمراء. وعلى تقدير خروج الكرة الأولى حمراء سوف تبقى لدينا ٤ كرات حمراء ضمن تسع كرات، خمسة منها خضراء وأربعة منها حمراء. فاحتمال خروج الكرة الثانية حمراء سوف يساوي ٤/٩ (على تقدير خروج الأولى حمراء).

إذن احتمال خروج الكرة الأولى والثانية حمراء يساوي $\frac{4}{9} \times \frac{5}{10} = \frac{20}{90} = \frac{2}{9}$.

وإذا سألنا : ما هو احتمال أن تخرج واحدة من الكرتين وهي ملونة باللون الأحمر ؟

والإجابة على هذا الاحتمال تتكلفه قاعدة حسابية تعرف ببديهية الانفصال، وتقول هذه البديهية : إذا أردنا أن نعرف قيمة احتمال حصول إحدى حادثتين فعلينا أن نجمع قيمة احتمال الحادثة الأولى والحادثة الثانية، ونطرح منهما قيمة احتمال الحادثتين معا.

نأتي هنا على تطبيق هذه القاعدة على المثال المتقدم، لقد كانت لدينا عشر كرات خمس منها باللون الأحمر وخمس منها باللون الأخضر، ونريد هنا أن نتعرف على قيمة احتمال خروج كرة واحدة حمراء في حالة سحب كرتين.

وفق القاعدة علينا أن نجمع احتمال خروج الكرة الأولى حمراء واحتمال خروج الكرة الثانية حمراء ونطرح من المجموع احتمال خروجهما معا حراوين.

احتمال خروج الكرة الأولى حمراء = $5/10$.

احتمال خروج الكرة الثانية حمراء = $5/10$.

احتمال خروجهما معا حمراوين = $2/9$ وفقا لبديهية الاتصال، كما تقدم إيضاح هذه النسبة.

إذن ! احتمال خروج إحدى الكرتين حمراء = $5/10 + 5/10 - 2/9$
 $(5) \cdot ((7/9 = 70/90 = 20 - 90/90 = 2/9 - 10/10 = 2/9$

مثال آخر : ((لو كان لدينا (٢٦) بطاقة حمراء مع (٢٦) بطاقة سوداء مختلطة، وسحبنا عشوائيا بطاقتين على التوالي، فما هو احتمال أن تكون كل منهما حمراء ؟

هذا المثال تطبيق لبديهية الاتصال، وهذا يعني أن المطلوب (ل) ،
(ك\م)، وأن احتمال البطاقة الأولى حمراء (ل\م) هو ($26/52$)
= $2/1$)، وأن احتمال الثانية حمراء على افتراض كون الأولى حمراء
(ك\م، ل) هو ($25/51$)، حيث إذا ظهرت لنا الأولى حمراء فإن
العدد المتبقي للكل هو (٥١)، منها (٢٥) بطاقة حمراء. لذلك فإن
احتمال أن يكون كل منهما حمراء عبارة عن احتمال أن تكون البطاقة
الأولى حمراء مضروبة باحتمال أن تكون الثانية حمراء على فرض
كون الأولى حمراء، أي أن الناتج : $2/1 \times 25/51 = 102/25$.

أما بخصوص بديهية الانفصال سيكون المطلوب هو الحصول
على بطاقة واحدة حمراء على الأقل من السحب السابق. أي أنه
عبارة عن احتمال البطاقة الأولى حمراء مضافا إليه احتمال البطاقة
الثانية حمراء مطروحا منهما احتمال كونهما حمراوين معا. ومن
الناحية الرياضية ستكون النتيجة كالتالي :

$$ل، ك\م = 2/1 + 2/1 - 102/25 = 102/77 = (٦) \cdot (($$

مثال آخر : ((هناك راميان يصيب أحدهما الهدف بنسبة ٨٠%، ويصيب الآخر الهدف بنسبة ٧٠% في نفس الظروف العامة للرماية، فأطلق كل واحد منهما طلقة على الهدف، فما هي قيمة احتمال إصابة الهدف حينئذ ؟

المسألة هنا تمثل تطبيقاً من تطبيقات بديهية الانفصال التي تقول أن احتمال حصول إحدى حادثتين يساوي احتمال الحادثة الأولى + احتمال الحادثة الثانية – احتمالهما معاً.

لكننا لا نستطيع أن نعرف قيمة احتمالهما معاً دون أن نطبق في المرحلة السابقة بديهية الاتصال، التي تقول إذا أردنا أن نعرف قيمة احتمال وقوع حادثتين معاً فعلياً أن نضرب قيمة احتمال الأولى في قيمة احتمال الثانية على تقدير الأولى.

نأتي الآن على تحديد قيمة احتمال إصابة كل من الراميين الهدف.

احتمال إصابتهما الهدف معاً = احتمال إصابة الأول الهدف × احتمال إصابة الثاني الهدف على تقدير إصابة الأول.

$$\frac{56}{100} = \frac{70}{100} \times \frac{80}{100} = \text{احتمال إصابتهما الهدف معاً}$$

نعود إلى تحديد احتمال إصابة الهدف، الذي يعني احتمال إصابة أحدهما الهدف. وتطبيقاً لبديهية الانفصال علينا أن نجمع احتمال إصابة الأول الهدف واحتمال إصابة الثاني الهدف، ونطرح منهما احتمال إصابتهما الهدف معاً.

$$\text{احتمال إصابة الأول الهدف} = 80/100.$$

$$\text{احتمال إصابة الثاني الهدف} = 70/100.$$

احتمال إصابتهما الهدف معا = $56/100$.

احتمال إصابة الهدف =

$$80 \times \frac{70}{100} + 56 \times \frac{56}{100} - 56 \times \frac{100}{100} = \frac{56}{100} \times (70 - 44) = \frac{26}{100} = 0.26$$

مثال : إذا كان لدينا أربعة صناديق متماثلة، الأول به (١٠ كرات حمراء، ٥ خضراء، ٤ بيضاء = ١٩)، و الثاني به (٨ حمراء، ٦ خضراء، ٥ بيضاء = ١٩)، والثالث به (٧ حمراء، ٨ خضراء، ٩ بيضاء = ٢٤)، والرابع به (١٢ حمراء، ٧ خضراء، ٦ بيضاء = ٢٥) : - فإذا اخترنا كرة واحدة عشوائيا من أحد الصناديق الأربعة احسب احتمال أن تكون هذه الكرة حمراء اللون.

الصندوق الأول	الصندوق الثاني	الصندوق الثالث	الصندوق الرابع
١٠ ح ٥ خ ٤ ب	٨ ح ٦ خ ٥ ب	٧ ح ٨ خ ٩ ب	١٢ ح ٧ خ ٦ ب
١٩	١٩	٢٤	٢٥

نرمز للكرة الحمراء بالرمز (ح)، والخضراء بالرمز (خ)، والبيضاء بالرمز (ب)، ويلاحظ من الشكل السابق أن كل صندوق به على الترتيب ١٩، ١٩، ٢٤، ٢٥ كرة.

الحل : اختيرت كرة واحدة عشوائيا من أحد الصناديق الأربعة احسب احتمال أن تكون هذه الكرة حمراء.

احتمال اختيار كرة حمراء من أحد الصناديق هو حالة من أربع حالات، هي :

الحالة الأولى – احتمال اختيار الكرة حمراء من الصندوق الأول.
الحالة الثانية – احتمال اختيار الكرة حمراء من الصندوق الثاني.
الحالة الثالثة – احتمال اختيار الكرة حمراء من الصندوق الثالث.
الحالة الرابعة – احتمال اختيار الكرة حمراء من الصندوق الرابع.

إذن : احتمال اختيار كرة حمراء من أحد الصناديق الأربعة –
بحسب بديهية الانفصال – = احتمال الحالة الأولى + احتمال الحالة
الثانية + احتمال الحالة الثالثة + احتمال الحالة الرابعة.

وحيثما نريد قياس احتمال كل حالة من الحالات الأربعة السابقة
فهذا يعني أن نطبق بديهية الاتصال، لأن كل حالة من الحالات هي
تعبير عن احتمال وقوع حادثتين معا.

فاحتمال الحالة الأولى هو عبارة عن احتمال أن تكون الكرة
المختارة من الصندوق الأول، واحتمال أن تكون حمراء. واحتمال
ذلك يعني : احتمال اختيار الكرة من الصندوق الأول مضروبا
باحتمال أن تكون الكرة حمراء على تقدير اختيارها من الصندوق
الأول.

واحتمال الحالة الثانية هو عبارة عن احتمال أن تكون الكرة
المختارة من الصندوق الثاني، واحتمال أن تكون حمراء. واحتمال
ذلك يعني : احتمال اختيار الكرة من الصندوق الثاني مضروبا
باحتمال أن تكون الكرة حمراء على تقدير اختيارها من الصندوق
الثاني.

واحتمال الحالة الثالثة هو عبارة عن احتمال أن تكون الكرة
المختارة من الصندوق الثالث، واحتمال أن تكون حمراء. واحتمال
ذلك يعني : احتمال اختيار الكرة من الصندوق الثالث مضروبا
باحتمال أن تكون الكرة حمراء على تقدير اختيارها من الصندوق
الثالث

واحتمال الحالة الرابعة هو عبارة عن احتمال أن تكون الكرة المختارة من الصندوق الرابع، واحتمال أن تكون حمراء. واحتمال ذلك يعني : احتمال اختيار الكرة من الصندوق الرابع مضروباً باحتمال أن تكون الكرة حمراء على تقدير اختيارها من الصندوق الرابع.

إذن اختيار كرة حمراء من أحد الصناديق =

$$\frac{12}{25} \times \frac{1}{4} + \frac{7}{24} \times \frac{1}{4} + \frac{8}{19} \times \frac{1}{4} + \frac{10}{19} \times \frac{1}{4}$$

$$\frac{12}{100} + \frac{7}{96} + \frac{8}{76} + \frac{10}{76} =$$

$$= 0.43$$

مثال : صندوق يحتوي على ثمان كرات متماثلة خمس منها بيضاء وثلاث حمراء. سحببت منه كرتان عشوائيا واحدة وراء الأخرى دون إرجاع. أوجد احتمال :

- ١ - أن تكون كلاهما بيضاء.
- ٢ - أن تكون كلاهما من نفس اللون.
- ٣ - أن تكون الأولى بيضاء و الثانية حمراء.
- ٤ - أن تكون إحداهما بيضاء.
- ٥ - أن تكون واحدة على الأقل بيضاء.

الحل :

١ - احتمال أن تكون كلاهما بيضاء يعني احتمال حادثتين معا :
الأولى (احتمال أن تكون الكرة الأولى بيضاء) والثانية (احتمال أن
تكون الكرة الثانية بيضاء)، وهذا يعني تطبيق بديهية الاتصال، أي أن
احتمال أن تكون كلاهما بيضاء يساوي احتمال أن تكون الأولى
البيضاء مضروبا باحتمال أن تكون الثانية بيضاء على تقدير أن
الأولى البيضاء :

$$\frac{5}{14} = \frac{20}{56} = \frac{4}{7} \times \frac{5}{8}$$

٢ - احتمال أن تكون كلاهما من نفس اللون يعني احتمال إحدى
حالتين : الحالة الأولى هو احتمال أن تكون كلاهما بيضاء، والحالة
الثانية احتمال أن تكون كلاهما حمراء، وهذا يعني تطبيق بديهية
الانفصال، أي أن احتمال أن تكون كلاهما من نفس اللون يساوي
احتمال أن تكون كلاهما بيضاء مضافا إليه احتمال أن تكون كلاهما
حمراء مطروحا منه احتمال الحالتين معا، وبما أن احتمال الحالتين
معا ممتنع فإن احتمال إحدى الحالتين يساوي احتمال الأولى مضافا
إليه احتمال الثانية.

والحالة الأولى : احتمال أن تكون كلاهما بيضاء هو في حقيقته
يعبر عن احتمال حادثتين معا، كما ذكرنا ذلك في النقطة السابقة،
وتبين لنا أنه يساوي ٥ / ١٤

والحالة الثانية : احتمال أن تكون كلاهما حمراء هو - أيضا -
يعبر عن احتمال حادثتين معا : الأولى (احتمال أن تكون الكرة الأولى
حمراء) والثانية (احتمال أن تكون الكرة الثانية حمراء)، وهذا يعني
تطبيق بديهية الاتصال، أي أن احتمال أن تكون كلاهما حمراء يساوي
احتمال أن تكون الأولى حمراء مضروبا باحتمال أن تكون الثانية
حمراء على تقدير أن الأولى حمراء :

$$\frac{3}{28} = \frac{6}{56} = \frac{2}{7} \times \frac{3}{8}$$

إذن احتمال أن تكون كلاهما من نفس اللون =

$$\frac{13}{28} = \frac{3}{28} + \frac{5}{14}$$

٣ - أن تكون الأولى بيضاء والثانية حمراء يعني احتمال حادثتين معا الأولى (احتمال أن تكون الكرة الأولى بيضاء) والثانية (احتمال أن تكون الكرة الثانية حمراء)، وهذا يعني تطبيق بديهية الاتصال، أي أن احتمال أن تكون الأولى بيضاء والثانية حمراء يساوي احتمال أن تكون الأولى بيضاء مضروبا باحتمال أن تكون الثانية حمراء على تقدير أن الأولى بيضاء :

$$\frac{15}{56} = \frac{3}{7} \times \frac{5}{8}$$

٤ - أن تكون إحداهما بيضاء يعني احتمال إحدى حالتين : الحالة الأولى هي احتمال أن تكون الكرة الأولى بيضاء والكرة الثانية حمراء، والحالة الثانية هي احتمال أن تكون الكرة الأولى حمراء والكرة الثانية بيضاء. وهذا يعني تطبيق بديهية الانفصال، أي أن احتمال أن تكون إحداهما بيضاء يساوي احتمال الحالة الأولى مضافا إليه احتمال الحالة الثانية مطروحا منه احتمال الحالتين معا، وبما أن احتمال الحالتين معا ممتنع فإن احتمال إحدى الحالتين يساوي احتمال الأولى مضافا إليه احتمال الثانية

والحالة الأولى : احتمال أن تكون الكرة الأولى بيضاء والكرة الثانية حمراء هو في حقيقته يعبر أيضا عن احتمال حادثتين معا : الأولى (احتمال أن تكون الكرة الأولى بيضاء) والثانية (احتمال أن تكون الكرة الثانية حمراء)، وهذا يعني تطبيق بديهية الاتصال، أي أن احتمال أن تكون الأولى بيضاء والثانية حمراء يساوي احتمال أن تكون الكرة الأولى بيضاء مضروبا باحتمال أن تكون الكرة الثانية حمراء على تقدير أن الأولى بيضاء :

$$\frac{10}{56} = \frac{3}{7} \times \frac{5}{8}$$

والحالة الثانية : احتمال أن تكون الكرة الأولى حمراء والكرة الثانية بيضاء هو في حقيقته يعبر أيضا عن احتمال حادثتين معا : الأولى (احتمال أن تكون الكرة الأولى حمراء) والثانية (احتمال أن تكون الكرة الثانية بيضاء)، وهذا يعلى تطبيق بديهية الاتصال، أي أن احتمال أن تكون الأولى حمراء والثانية بيضاء يساوي احتمال أن تكون الكرة الأولى حمراء مضروبا باحتمال أن تكون الكرة الثانية بيضاء على تقدير أن الأولى حمراء :

$$\frac{10}{56} = \frac{5}{7} \times \frac{3}{8}$$

إذن احتمال أن تكون إحداهما بيضاء :

$$\frac{10}{28} = \frac{10}{56} + \frac{10}{56}$$

٥ - أن تكون واحدة على الأقل بيضاء يعني احتمال إحدى ثلاث حالات : الحالة الأولى هو احتمال أن تكون الكرة الأولى بيضاء والكرة الثانية حمراء، والحالة الثانية هو احتمال أن تكون الكرة الأولى حمراء والكرة الثانية بيضاء، والحالة الثالثة هو احتمال أن تكون الكرتان كلاهما بيضاء، وهذا يعني تطبيق بديهية الانفصال، وبالاكتتماد على ما تحصل من نتائج فيما سبق يكون احتمال أن تكون واحدة على الأقل بيضاء يساوي :

$$\frac{20}{28} = \frac{50}{56} = \frac{10}{56} + \frac{10}{56} + \frac{5}{14}$$

تقرير بديهيات الاحتمال هي مسألة اختيار:

((يجب أن نوضح بهذا الصدد أن مسألة تقرير بديهيات الاحتمال هي مسألة اختيار؛ لأننا لا نريد بالبديهيات إلا المصادرات التي تتطلب نظرية الاحتمال افتراضها القبلي، وهذا يختلف باختلاف التفسير الذي نختاره للاحتتمال، فقد يكون الاحتمال بتفسير يفترض مصادرة وبتفسير آخر لا يحتاج إلى تلك المصادرة، فلا يعني عدم صدق تلك البديهيات على تعريف الاحتمال نقصا منطقيا في التعريف)) (٨)

وبعبارة أخرى : ((إن عدد البديهيات التي يتوقف عليها حساب الاحتمال مسألة ترتبط بطبيعة الأسلوب والطريقة الرياضية التي نريد أن نصل خلالها إلى حساب قيمة احتمال الحوادث. وحينئذ فمن الممكن أن تكون هناك طريقة يتوقف استخدامها على (س) من البديهيات، وهناك طريقة أخرى يتوقف استخدامها على (س - ١) أو (س - ٢). والأمر كذلك بالنسبة إلى بديهيات تفسير الاحتمال، حيث أن عدد البديهيات التي يستلزمها كل تفسير يرتبط كثرة وقلة بطبيعة التفسير المختار. وعلى كلا التقديرين لا يؤثر حذف أو إضافة بعض المبادئ من قائمة البديهيات المفروضة على بدهاة تلك البديهيات لو تمت تلك البدهاة بنفسها)) (٩)

وبعبارة ثالثة : ((فباتباع جونسون وكينز سنشير بـ م أن باعتبارها فكرة غير معرفة : احتمال م إذا كانت ن لدينا. وهذه الفكرة غير المعرفة، المقصود بها أنها معرفة فقط من خلال بديهيات أو مصادرات محسوبة. فأى شيء يتوافق وهذه البديهيات هو (تفسير) لحساب الاحتمال، ومن الممكن أن تكون هناك تفسيرات متعددة ممكنة، ولا واحد منها أكثر صحة أو أقل شرعية من الآخر، ولكن ربما يكون بعضها أكثر أهمية من الأخريات --- وهذه البديهيات طبقا للبروفيسور برود هي : ---

وهناك تصنيف آخر للبديهيات يقلل من عددها (((١٠) فبعضهم اعتبرها ثلاثة كما هي الحال مع كرامر، كما أن بعضا آخر اعتبرها خمسة مثلما هي الحال مع كولموجوروف. (١١)

هوامش الإضاءة الثالثة :

- ١ - الأسس المنطقية للاستقراء، مصدر سابق، ص ١٧٥-١٧٨.
- ٢ - المنطق الوضعي، الدكتور زكي نجيب محمود، مكتبة الأنجلو المصرية، ص ٣٤٦-٣٤٧.
- على أن نشير أيضا إلى أن الدكتور زكي قد أشار إلى أن المثل - الوارد في ما نقلناه عنه - مأخوذ من كتاب **Intrmediate Logic** لصاحبيه **Weiton and Monahan** ص ٢٧٤.
- ٣ - منطق الاستقراء، السيد عمار أبو رغيف، مصدر سابق، ص ٦٧-٦٩.
- مثال صدق الرواية التاريخية الذي جاء به السيد عمار أبو رغيف - في ما نقلناه عنه - لإيضاح بديهية الاتصال، أورده أيضا الدكتور زكي نجيب محمود في ص ٣٤٩ من الجزء الثاني من كتابه (المنطق الوضعي) تحت عنوان (تطبيق مبدأ الاتصال على صدق الرواية التاريخية)، وقد ذكر في الهامش : أن المثل مأخوذ من كتاب بيرتراند رسل **Human Knowledge** : ص ٣٦٤.
- على أن نشير إلى أن السيد عمار أبو رغيف قد أشار في مقدمة كتابه المذكور إلى أن كثيرا من الأمثلة قد استقاها من مصادر انجليزية مترجمة وغير مترجمة، ويبدو أن مثال صدق الرواية التاريخية الذي جاء به لتوضيح بديهية الاتصال هو أحد هذه الأمثلة.
- ٤ - المنطق الوضعي، مصدر سابق، ص ٣٥٠-٣٥٢.
- ٥ - منطق الاستقراء، مصدر سابق، ص ٧٠-٧١.
- ٦ - الاستقراء والمنطق الذاتي ، مصدر سابق، ص ٢٣١.
- على أن نشير إلى أن مثال أوراق اللعب كان قد أورده أيضا - لإيضاح بديهيات الاتصال والانفصال - الدكتور زكي نجيب محمود في ص ٣٥١ من الجزء الثاني من كتابه المنطق الوضعي.

- ٧ - منطق الاستقراء، مصدر سابق، ص ٧٥-٧٧.
- ٨ - الأسس المنطقية للاستقراء، مصدر سابق ، ص ٢٤٠.
- ٩ - منطق الاستقراء، مصدر سابق، ص ١٥٩،
- ١٠ - الضرورة والاحتمال، مصدر سابق، ص ١٠٠.
- ١١ - الاستقراء والمنطق الذاتي، مصدر سابق، ص ٢٢٩.

الإضاءة الرابعة نظرية الاحتمال في ضوء المذهب الذاتي

(حساب الاحتمال)

تنبيه : قد يتساءل البعض قائلًا : حينما نتصفح بعض الكتب الخاصة بحساب الاحتمالات، نجد أن هذه الكتب تبحث في :

* نظرية المجموعات، وتعالج فيها بعض الأفكار والمفاهيم الأساسية في نظرية المجموعات والتي تعتبر ضرورية لأي مدخل معاصر في نظرية الاحتمالات.

* طرق العد، وتعالج فيها : (القاعدة الأساسية للعد) و (رمز المضروب) و (التباديل) و (التباديل مع التكرار) و (العينات المرتبة) و (التوافيق) و (التجزيئات المرتبة) و (الأشجار البيانية) و (معاملات ذات الحدين – نظرية ذات الحدين).

* وتبحث أيضا في : (فضاء العينة والأحداث) و (مسلمات الاحتمال) و (فضاء الاحتمال المنتهي) و ---

* الاحتمال المشروط والاستقلال، وتعالج فيه : (الاحتمال المشروط) و (نظرية الضرب في الاحتمال المشروط) و (العمليات العشوائية المنتهية والأشجار البيانية) و (نظرية بيز) و (الاستقلال) و (الاحتمال المشروط في الفضاء المنتهي).

* المتغيرات العشوائية : وتعالج فيها : (دالة توزيع متغير عشوائي منته وتوقعه) و (التباين والانحراف المعياري) و (التوزيع المشترك).

* والقائمة تطول --- .

وفي ضوء ما تقدم، فعند مقارنة ماجاء في هذه الكتب عن حساب الاحتمالات مع ما جاء عنه في (الأسس المنطقية للاستقراء)، نجد أن الشهيد الصدر لم يعالج إلا قليلا من مواضيع حساب الاحتمالات.

والسؤال الأساسي هنا : لماذا لم يتوسع الشهيد الصدر في البحث في حساب الاحتمال شأنه في ذلك شأن الكتب الأخرى التي تبحث في هذا الموضوع ؟

وفي الجواب نقول : إن الهدف الأساسي من دراسة الشهيد الصدر لنظرية الاحتمال هو تقديم تفسير مقنع للاحتمال، ولكي يثبت الشهيد الصدر أن دراسته قد نجحت في تقديم هذا التفسير المقنع للاحتمال، فإن عليه أن يثبت – على أقل تقدير – أن هذا التفسير :

- ١ – يفي بالبديهيات التي يقوم على أساسها.
- ٢ – أن يكون منسجما مع الجانب الحسابي للاحتمال.
- ٣ – أن يكون شاملا لأي احتمال.

وفي ضوء هذا يتبين لنا أن (انسجام التفسير مع الجانب الحسابي للاحتمال) يعتبر شرطا أساسيا في إثبات نجاح نظرية الاحتمال التي تتبنى هذا التفسير.

ولكي يثبت الشهيد الصدر انسجام تعريفه مع الجانب الحسابي للاحتمال، درس القواعد الأساسية في حساب الاحتمالات، وبين كيف أن نظريته في الاحتمال تفسر هذا الجانب تفسيراً كاملاً على أساس تفسيرها لهذه القواعد، باعتبار أن الجانب الحسابي بأكمله إنما يستند – في الأساس – على هذه القواعد الأساسية.

وبمعنى آخر أن حساب الاحتمالات هذا الموجود الكبير الذي يحسب بيده المقطرة مقدار احتمال الحوادث أو القضايا في الفروض

المختلفة بشكل مدهش ما هو إلا مجموعة من القواعد الأساسية تشعبت وتفرعت بشكل كبير وهائل على أساس معايير منطقية وقواعد رياضية، مما يعني أن حساب الاحتمالات بأكمله، إنما يستمد مشروعيته من هذه القواعد الأساسية، فإذا ما أثبت الشهيد الصدر انسجام تفسيره مع هذه القواعد أثبت في نفس الوقت انسجام هذا التفسير مع هذا الحساب بأكمله.

إذن : الغرض الأساسي من دراسة الشهيد الصدر لحساب الاحتمال هو إثبات انسجام تفسيره مع الجانب الحسابي من الاحتمال، - وليس دراسة حساب الاحتمال نفسه -، ولما كان هذا الغرض يتحقق بمجرد إثبات انسجام التفسير مع القواعد الأساسية للاحتمال اكتفى الشهيد الصدر بدراسة هذه القواعد الأساسية وبيان انسجامها مع تفسيره.

كتب الشهيد الصدر تحت عنوان (انسجام التعريف مع الجانب الحسابي من الاحتمال) ما نصه : (((نريد في هذه النقطة أن نثبت أن هذا التعريف يفسر الجانب الحسابي من الاحتمال تفسيراً كاملاً، فكل القواعد والعمليات الحسابية التي مرت بنا لتحديد درجة الاحتمال إذا درسناها بعمق نجد أن مردها جميعاً إلى علم إجمالي يراد تحديد درجة الاحتمال على أساسه طبقاً لما يقرره هذا التعريف.

وفي النقطة الأولى قد استطعنا أن نوضح تفسير بديهيتي الاتصال والانفصال على أساس هذا التعريف، ورأينا أن كلا من احتمال (ل) و (ك) عضو في مجموعة الاحتمالات التي تتمثل في علم إجمالي، وأن تحديد درجة الاحتمال وفقاً للتعريف يطابق تماماً الأسلوب الذي تقترحه البديهيتان لتحديدها.

وجمع الاحتمالات وضربها يتركزان على أساس بديهيتي الاتصال والانفصال، وبذلك يثبت أن التعريف الذي فسر البديهيتين يفسر كل عمليات الجمع والضرب.

ولنأخذ بعد ذلك تباعا ثلاث قضايا من حساب الاحتمال، وهي مبدأ الاحتمال العكسي، ومثال الحقائق ونظرية برنولي للأعداد الكبيرة نفسرها على أساس التعريف الجديد (((.

حساب الاحتمال :

(((قاعدة الجمع في الاحتمالات المتنافية :

إذا كانت (ح) عملية من العمليات وكان من الضروري أن تؤدي إلى واحدة فقط من النتائج التالية : أ ، ب ، ج ، د ، فهناك أربعة احتمالات هي : أ\ح ، ب\ح ، ج\ح ، د\ح ، فإذا أردنا أن نعرف قيمة احتمال أن توجد أ\ح أو ب\ح أمكن الحصول على ذلك عن طريق جمع قيمة احتمال أ\ح مع قيمة احتمال ب\ح ، وهذا يعني أن احتمال حصول إحدى نتيجتين أو إحدى نتائج معينة يساوي مجموع احتمالات الحصول على كل نتيجة من تلك النتائج على حدة.

أي أن احتمال أ\ح أو ب\ح = قيمة احتمال أ\ح + قيمة احتمال ب\ح، وهذا تطبيق للبدئية السادسة (بدئية الانفصال) لأنها كانت تنص على أن قيمة احتمال إحدى الحادثتين (أ) أو (ب) تساوي قيمة احتمال (أ) + قيمة احتمال (ب) - قيمة احتمال المجموع. ونظرا إلى أن اجتماع الحادثتين غير محتمل في النتائج المتنافية، فيصدق أن احتمال إحدى الحادثتين يساوي مجموع الاحتمالين ((((١)

في ضوء ما تقدم يتضح : أنه في الاحتمالات المتنافية يشترط أن تكون الحوادث متضادة، فالحوادث المتنافية هي الحوادث الممكنة الوقوع لمحاولة معينة والتي يمنع وقوع أحدها وقوع الحوادث الممكنة الأخرى، بمعنى أنه من غير الممكن أن تقع حادثتين أو أكثر في نفس الوقت لنفس المحاولة. فإذا حاولنا رمي حجر نرد في الهواء نجد أن الحالات الممكنة لوقوع حجر النرد هي ست حالات - (أن يقع حجر النرد ويكون الرقم (١) إلى الأعلى، أن يقع حجر النرد ويكون الرقم

(٢) إلى الأعلى --- أن يقع حجر النرد ويكون الرقم (٦) إلى الأعلى (-) ، ولكن حالة واحدة من هذه الحالات هي التي ستقع، بمعنى أن وقوع حجر النرد وفق إحدى الحالات الست ينفي وقوع أي حالة من الحالات الأخرى، وكذلك الحال مع وجهي قطعة النقد، حيث ظهور أحدهما مانع لظهور الآخر، ومثله ما يحصل عن إجراء فحص لمعرفة نوع دم المريض، فإن نتيجة الفحص هي إما الصنف A أو B أو AB أو O، إذ لا يمكن أن تكون نتيجة الفحص صنفين أو أكثر في نفس الوقت، بمعنى أن أي صنف منها ينفي ظهور الأصناف الأخرى.

(((مجموع الاحتمالات في المجموعة المتكاملة يساوي واحدا :))

كلما كانت لدينا حالتان أو عدة حالات وكان لا بد أن تقع إحدى تلك الحالات، ولا يمكن في نفس الوقت أن تقع أكثر من حالة واحدة، اعتبرنا تلك الحالات متنافية، ونطلق على مجموعة من الحالات من هذا القبيل اسم (مجموعة الحالات المتكاملة). فحينما نقذف قطعة النقد تعتبر حالة ظهور الصورة وحالة ظهور الكتابة مجموعة متكاملة؛ لأن إحدى الحالتين لا بد أن تظهر، ولا يمكن أن تظهر أكثر من حالة واحدة. وحينما يفتح كتاب مكون من عشر أوراق، فإن حالة ظهور الورقة الأولى وحالة ظهور الورقة الثانية --- وحالة ظهور الورقة العاشرة تعتبر مجموعة من الحالات المتكاملة؛ لأن من الضروري أن تقع واحدة منها، ولا يمكن أن تقع أكثر من واحدة.

وعلى هذا الأساس يمكن أن نقرر : أن مجموع الحالات المتكاملة يساوي دائما واحدا صحيحا؛ لأن وقوع إحدى الحالات ضروري بحكم تعريفنا للمجموعة المتكاملة، وهذا يعني أن قيمته واحد. وقد عرفنا في قاعدة الجمع السابقة أن احتمال إحدى حالتين أو حالات يساوي مجموع تلك الاحتمالات إذا كانت متنافية، وينتج ذلك المعادلة التالية :
 قيمة مجموع الحالات المتكاملة = قيمة احتمال وقوع إحدى الحالات.

ولما كان الجانب الأيسر من المعادلة يعبر عن رقم واحد، فلا بد أن تكون قيمة مجموع احتمالات الحالات المتكاملة واحدا صحيحا (((0 (٢)

(((قاعدة الجمع في الاحتمالات غير المتنافية :

إذا كانت هناك حالتان (أ) و (ب) محتملتان، وكان من المحتمل اجتماع الحالتين معا، وأردنا أن نعرف قيمة احتمال (أ) أو (ب) فليس بالإمكان أن نحدد قيمة هذا الاحتمال عن طريق جمع قيمة احتمال (أ) مع قيمة احتمال (ب) كما كنا نصنع في الاحتمالات المتنافية؛ لأن احتمال المجموع موجود هنا، وهو يدخل في كل من احتمال (أ) واحتمال (ب)، فلا بد أن نطرح قيمة احتمال المجموع من مجموع قيمتي الاحتمالين لكي نصل إلى قيمة احتمال (أ) أو (ب).

وكما يمكن أن نصل إلى معرفة قيمة احتمال (أ) أو (ب) عن هذا الطريق كذلك يمكن أن نصل إلى ذلك عن طريق آخر، وهو أن نركب مجموعة متكاملة تتألف من حالتين متناقضتين، وهما حالة وجود (أ) أو (ب) وحالة عدم وجود شيء منهما. وقيمة الاحتمال لهاتين الحالتين تساوي واحدا صحيحا وفقا لما تقدم في الفقرة السابقة بالنسبة إلى كل مجموعة متكاملة، فإذا استطعنا أن نحدد قيمة احتمال عدم وجود شيء منهما ونطرح هذه القيمة من الواحد الصحيح فسوف يبقى لنا الكسر الذي يمثل قيمة احتمال وجود (أ) أو (ب). وأما كيف نحدد قيمة احتمال عدم وجود شيء منهما، فذلك بضرب احتمال عدم (أ) في احتمال عدم (ب) على تقدير افتراض عدم (أ) وفقا لبديهية الاتصال ((((٣)

في ضوء ما تقدم يتضح : أنه في الاحتمالات غير المتنافية يشترط أن تكون الحوادث غير متضادة، فالحوادث غير المتنافية هي الحوادث الممكنة الوقوع لمحاولة معينة والتي لا يمنع وقوع أحدها وقوع الحوادث الممكنة الأخرى، بمعنى أنه من الممكن أن تقع حادثتين أو

أكثر في نفس الوقت لنفس المحاولة. فإذا حاولنا أن نعرف نتائج حالة الطقس في أحد أيام الربيع فإنه من الممكن أن تكون نتيجة الفحص أنه مشمس، ومن الممكن أن تكون النتيجة أنه ممطر، ومن الممكن أن تكون النتيجة أنه مشمس وممطر في نفس الوقت.

ولمزيد من الإيضاح لـ (جمع الاحتمالات) نقول : ((إذا كان احتمال وقوع حدث معين = ح ١ ، واحتمال وقوع حدث آخر = ح ٢ ، وكان حدوث أيهما مانعا من حدوث الآخر، واعتبرنا وقوع أي الحدثين بمثابة نجاح، فإن احتمال النجاح = ح ١ + ح ٢ .

وعلى وجه التعميم إذا كانت احتمالات وقوع (ن) من الأحداث هي على التوالي ح ١ ، ح ٢ ، ح ٣ --- ح ن، فإن احتمال وقوع أيها :

$$= ح ١ + ح ٢ + ح ٣ + \dots + ح ن$$
هذا على شرط أن يكون وقوع أيها مانعا من حدوث كل الآخرين.

ويجدر بنا أن ننتيظ جيدا لاشتراط كون كل حدث مانعا للآخر عند جمع الاحتمالات وإلا وقعنا في أخطاء جسيمة، فإذا كان من الممكن لحدثين أن يقعوا في نفس الوقت فلا يجوز مطلقا جمع احتماليهما.

ولإيضاح أهمية هذا الشرط افرض أننا رمينا قطعة من النقود إلى أعلى مرتين :

احتمال ظهور الوجه في المرة الأولى = $1/2$ كما بينا من قبل.

احتمال ظهور الوجه في المرة الثانية = $1/2$ كذلك.

لو كان من الجائز جمع هذين الاحتمالين لكان احتمال ظهور الوجه إما في المرة الأولى أو في المرة الثانية = $1/2 + 1/2 = 1$ = مقياس التأكيد. وهذا خطأ واضح، ويمكن للقاريء أن يثبتته في الحال عن طريق رمي قطعة نقود مرتين إلى أعلى فسيوضح من تكرار التجربة

أنه من الجائز جدا أن يرمي قطعة النقد مرتين متتاليتين دون أن يحصل على الوجه في أيهما.

والسبب في هذا الخطأ هو أن وقوع الحدث الأول [أي ظهور الوجه في الرمية الأولى] لا يعتبر مانعا من وقوع الحدث الثاني [أي ظهور الوجه في المرة الثانية] ولهذا لا يجوز جمع الاحتمالين.

وبالمثل إذا اشترت عشرة تذاكر يا نصيب كل منها خاصة بجمعية مختلفة، وكان عدد التي تصدرها كل جمعية عشرة فقط بينها واحدة تفوز بالجائزة، فلا يمكنك أن تقول أن احتمال فوزك بإحدى الجوائز العشرة.

$$\frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10} = \text{--- إلى عشر مرات} = 1$$

= مقياس التأكيد؛ فمن الجائز جدا أن تشتري هذه التذاكر العشرة دون أن تفوز بأية جائزة. أما إذا اشترت التذاكر العشرة الخاصة بجمعية واحدة ففي هذه الحالة فقط تستطيع أن تطمئن إلى فوزك بالجائزة. إذ في هذه الحالة يكون وقوع أي حدث [فوز إحدى التذاكر] مانعا لحدوث الآخرين، وبالتالي يجوز جمع الاحتمالات ((٠ (٤)

مثال : إذا رمينا زهر نرد، فما هو احتمال ظهور الوجه رقم (٢) أو الوجه رقم (٤) ؟

إن احتمال ظهور أي من الوجهين (٢) أو (٤) هو :

احتمال ظهور الوجه الذي يحمل الرقم (٢) + احتمال ال ظهور الوجه الذي يحمل رقم (٤)

$$\frac{1}{3} = \frac{2}{6} = \frac{1}{6} + \frac{1}{6}$$

مثال : في حالة رمي زهرة نرد مرتين ما هو احتمال الحصول على وجهين متشابهين ؟

الحل : الحصول على وجهين متشابهين معناه الحصول على (١ و ١) أو (٢ و ٢) أو (٣ و ٣) أو --- أو (٦ و ٦)، وهي حوادث متنافية، واحتمال كل واحد منها يساوي $1/36$ - بحسب بديهية الاتصال - كما أوضحنا سابقا.

$$ح(وجهين متشابهين) = ح(١ و ١) + ح(٢ و ٢) + \dots + ح(٦ و ٦)$$

$$1/6 = 6/36 = 1/36 + 1/36 + 1/36 + 1/36 + 1/36 + 1/36$$

مثال : إذا سحبنا قطرة دم من شخص معين لمعرفة صنف دمه، فما هو احتمال أن يكون دم هذا الشخص من غير الصنف (O) .

احتمال أن يكون دم هذا الشخص من صنف غير صنف الـ (O) هو : احتمال أن يكون دم هذا الشخص من الصنف (A) + احتمال أن يكون دم هذا الشخص من الصنف (B) + احتمال أن يكون دم هذا الشخص من الصنف (AB) .

$$3/4 = 1/4 + 1/4 + 1/4$$

ويمكن تحديد قيمة احتمال أن يكون دم هذا الشخص من غير الصنف (O) بطرح قيمة احتمال أن يكون دم هذا الشخص من الصنف (O) من رقم اليقين. أي : $1/4 - 1 = 3/4$. طالما أن هذه الحوادث متنافية.

مثال : إذا علمت أن احتمال سقوط المطر في أحد أيام فصل الربيع هو (٥٢ ، ٠)، وأن احتمال كون الطقس مشمساً هو (٣٦ ، ٠)،

وأن احتمال كون الطقس مشمساً وممطراً في آن واحد هو (٠ ، ١٨)
(ما هو احتمال أن يكون الطقس مشمساً أو ممطراً ؟)

الحل : افرض أن (أ) تمثل حادثة سقوط المطر في هذا اليوم،
وأن (ب) تمثل حادثة كون الطقس مشمساً في هذا اليوم،

عندئذ يكون احتمال (أ) أو (ب) يساوي [احتمال (أ) +
احتمال (ب) - احتمالهما معا]

$$٠ ، ٧٠ = ٠ ، ١٨ - ٠ ، ٣٦ + ٠ ، ٥٢$$

طالما أن الحوادث غير متنافية

مثال : إذا سحبنا ورقة من مجموعة أوراق اللعب فما هو احتمال أن
تكون الورقة عدداً أو من مجموعة معينة من المجموعات الأربعة
المكونة لأوراق اللعب ؟

نفرض أن (أ) تمثل الحصول على عدد، وأن (ب) تمثل
الحصول على ورقة من مجموعة معينة ولتكن (الديناري) .

$$ح (أ) = ٤٠ / ٥٢$$

$$ح (ب) = ١٣ / ٥٢$$

$$ح (أ و ب) = ١٠ / ٥٢$$

وبتطبيق قانون جمع الاحتمالات :

$$ح (أ أو ب) = ح (أ) + ح (ب) - ح (أ و ب)$$

$$٤٣ / ٥٢ = ١٠ / ٥٢ - ١٣ / ٥٢ + ٤٠ / ٥٢$$

مثال : إذا كان هناك (٤) أعضاء من مجلس إدارة إحدى الشركات هم (أ ، ب ، ج ، د) مرشحين لاختيار اثنين من بينهم لتمثيل الشركة في أحد المؤتمرات الدولية، فما هو احتمال أن يتم اختيار العضو (أ) أو العضو (د) من بين الأعضاء الأربعة لتمثيل الشركة ؟

مجموع الاحتمالات الممكنة : (أ ب) ، (أ ج) ، (أ د) ، (ب ج) ، (ب د) ، (ج د) .

الحالات الملائمة لاختيار (أ) : (أ ب) ، (أ ج) ، (أ د) .
 الحالات الملائمة لاختيار (د) : (أ د) ، (ب د) ، (ج د) .
 الحالات الملائمة لاختيار (أ د) : (أ د) .

وبتطبيق قانون جمع الاحتمالات نحصل على التالي :

$$ح (أ أو د) = ح (أ) + ح (د) - ح (أ د)$$

$$= ٣/٦ + ٣/٦ - ١/٦$$

))) قاعدة الضرب في الاحتمالات المشروطة :

إذا كان (أ) و (ب) حالتين محتملتين، فقد تكون قيمة احتمال (ب) إذا افترضنا وجود (أ) أكبر من قيمة احتمال (ب) إذا لم نفترض وجود (أ) . ومثال ذلك : أن نجاح الطالب في المنطق حالة محتملة ونجاحه في الرياضيات حالة محتملة أيضا، غير أنا إذا افترضنا أن الطالب إذا نجح في المنطق فسوف يكبر احتمال أن ينجح في الرياضيات على أساس ما يكشف عنه النجاح في المنطق من كفاءة عقلية، والعكس صحيح أيضا. بمعنى أنا إذا افترضنا أن الطالب قد نجح في الرياضيات فعلا فسوف يكبر احتمال أن ينجح في المنطق.

وكل احتمال يتأثر بافتراض صدق احتمال آخر يسمى (احتمالاً مشروطاً). فإذا أردنا أن نعرف قيمة احتمال أن ينجح الطالب في المنطق والرياضيات معا فلا بد أن نضرب قيمة احتمال نجاحه في المنطق بقيمة احتمال نجاحه في الرياضيات على افتراض نجاحه في المنطق وفقاً لبديهية الاتصال ، فإذا رمزنا إلى النجاح في المنطق بـ (أ) وإلى النجاح في الرياضيات بـ (ب) وإلى الانتماء إلى المدرسة بـ (ح) حصلنا على المعادلة التالية :

$$\text{قيمة احتمال (أ) و (ب) معا} = \text{قيمة احتمال أ} \times \text{ب} \quad (\text{أ} + \text{ح}) . (\text{هـ})$$

مثال : بفصل (١٢) طالب و (٤) طالبات، إذا اختير (٣) من الفصل بطريقة عشوائية فما هو احتمال أن يكونوا جميعاً طلاباً ؟

احتمال أن يكون المختار الأول طالباً هو ١٢/١٦ حيث أنه يوجد (١٢) من بين (١٦) طالباً.

إذا كان الأول طالباً فيكون احتمال أن المختار الثاني طالباً هو ١١/١٥ ، حيث أنه يوجد (١١) طالب بين (١٥) الباقين.

وأخيراً إذا كان الأول والثاني طالبين فيكون احتمال أن المختار الثالث طالب ١٠/١٤ حيث يوجد (١٠) طلاب من بين (١٤) الباقين، وبذلك يكون احتمال أن الثلاثة طلاب باستخدام نظرية الضرب هو :

$$\frac{11}{28} = \frac{10}{14} \times \frac{11}{15} \times \frac{12}{16}$$

مثال : سحب طالب ما (٥) دفاتر واحدا بعد الآخر كوجبة أولى من مجموع (٥٢) دفترًا من حصته الموزعة كالتالي (١٣) دفتر من فئة معينة ولتكن (س) و (٣٩) دفتر من فئة أخرى ولتكن (ص) ، فما هو احتمال أن تكون جميع الدفاتر المسحوبة كوجبة أولى من الفئة (س) ؟

احتمال أن يكون الدفتر الأول من الفئة (س) هو $13/52$ ، وأن يكون الدفتر الثاني من نفس الفئة هو $12/51$ ، وأن يكون الدفتر الثالث من نفس الفئة هو $11/50$ ، وأن يكون الدفتر الرابع من نفس الفئة هو $10/49$ ، وأن يكون الدفتر الأخير من نفس الفئة أيضا هو $9/48$

وبهذا يكون احتمال أن جميع الدفاتر المسحوبة كوجبة أولى هي من الفئة (س) هو :

$$\frac{13}{52} \times \frac{12}{51} \times \frac{11}{50} \times \frac{10}{49} \times \frac{9}{48} = \frac{33}{66640}$$

مثال : وعاء به (٧) كرات حمراء صغيرة و (٣) كرات بيضاء صغيرة، اختيرت ثلاث كرات من الوعاء واحدة بعد الأخرى. أوجد احتمال أن تكون الكرتان الأولى والثانية من اللون الأحمر والثالثة بيضاء.

احتمال أن تكون الكرة الأولى حمراء هو $7/10$ ، حيث أنه يوجد (٧) كرات حمراء من بين (١٠) كرات

إذا كانت الكرة الأولى حمراء فإن احتمال أن تكون الثانية أيضا حمراء هو $6/9$ حيث أنه يوجد (٦) كرات حمراء باقية من تسع كرات.

إذا كانت الكرتان الأولى والثانية من اللون الأحمر فإن احتمال أن تكون الكرة الثالثة بيضاء هو $3/8$ ، حيث أنه يوجد ثلاث كرات بيضاء من بين (٨) كرات موجودة في الوعاء. وباستخدام طريقة الضرب فإن احتمال أن تكون الكرتان الأولى والثانية حمراء والثالثة بيضاء هو :

$$\frac{7}{40} = \frac{3}{8} \times \frac{6}{9} \times \frac{7}{10}$$

مثال : صندوق يحتوي على (١٢) وحدة انتاج بها (٤) وحدات معيية. اختيرت ثلاث وحدات من هذا الصندوق وحدة تلو الأخرى بطريقة عشوائية. فما هو احتمال أن تكون الوحدات الثلاثة كلها سليمة ؟

احتمال أن تكون الوحدة الأولى سليمة هو $8/12$ ، حيث أن هناك (٨) وحدات سليمة من بين (١٢) وحدة.

إذا كانت الوحدة الأولى سليمة فإن احتمال ان تكون الوحدة الثانية سليمة هو $7/11$ ، حيث أن هناك (٧) وحدات فقط سليمة من بين (١١) وحدة باقية.

إذا كانت الوحدة الأولى والوحدة الثانية سليمتين فإن احتمال أن تكون الوحدة الثالثة سليمة هو $6/10$ ، حيث أن هناك (٦) وحدات فقط سليمة من بين (١٠) وحدات باقية.

إذا باستخدام نظرية حاصل الضرب فإن احتمال أن تكون الوحدات الثلاث المختارة كلها سليمة هو :

$$\frac{14}{50} = \frac{6}{10} \times \frac{7}{11} \times \frac{8}{12}$$

مثال : إذا كان مقيدا بالسنة الأولى في كلية (س) للعام الجامعي ٨٧ - ٨٨ (١٠٠٠) طالب، ونجح منهم في للسنة الثانية في نهاية العام (٦٠٠) طالبا فقط، ثم نجح للسنة الثالثة (٤٠٠) طالب فقط، فإذا كان هناك طالب مقيد بالسنة الأولى للعام الدراسي ٨٧ - ٨٨، احسب احتمال نجاحه في سنتين متتاليتين أي حساب احتمال وصوله للسنة الثالثة دون رسوب.

الحل : احتمال نجاح الطالب في سنتين متتاليتين يعني احتمال نجاحه أولا من السنة الأولى إلى السنة الثانية، ويعتبر هذا النجاح حادث مستقل ثم نجاحه من السنة الثانية إلى السنة الثالث ، ويعتبر هذا النجاح تابع ومشروط بنجاحه أولا من السنة الأولى للسنة الثانية.

إذن احتمال نجاحه في سنتين متتاليتين يساوي - بتطبيق بديهية الاتصال - احتمال نجاحه في السنة الأولى مضروبا باحتمال نجاحه في السنة الثانية على افتراض نجاحه في السنة الأولى، أي أن احتمال نجاحه في سنتين متتاليتين يساوي :

$$\frac{4}{10} = \frac{400}{600} \times \frac{600}{1000}$$

مثال : مخزن به (٧٠) سلعة جديدة و (٣٠) سلعة رديئة، تم سحب سلعة واحدة من المخزن في ثلاث مرات متتالية دون إحلال، احسب احتمال أن تكون السلعة الأولى فقط جيدة.

الحل : احتمال أن تكون السلعة الأولى فقط جيدة يعني سحب سلعة جيدة في المرة الأولى دون رد هذه السلعة للمخزن ثم سحب سلعة رديئة في المرة الثانية دون رد هذه السلعة أيضا للمخزن وأخيرا سحب سلعة رديئة في المرة الثالثة.

إذن احتمال سحب ثلاث سلع معا بحيث تكون الأولى منهما فقط هي الجيدة يساوي - بتطبيق بديهية الاتصال - احتمال سحب سلعة جيدة من المخزن مضروبا باحتمال سحب سلعة رديئة من المخزن على افتراض سحب سلعة جيدة مضروبا باحتمال سحب سلعة أخرى رديئة على افتراض سحب سلعتين إولاهما جيدة والثانية رديئة، أي أن احتمال سحب ثلاث سلع معا بحيث تكون الأولى منهما فقط هي الجيدة يساوي :

$$0.628 = \frac{29}{98} \times \frac{30}{99} \times \frac{70}{100}$$

مثال : مخزن به (٢٠٠) سلعة ممتازة، و (١٠٠) سلعة متوسطة، و (١٠٠) سلعة تالفة ، فإذا سحبنا منه سلعة واحدة عشوائيا في ثلاث مرات متتالية دون إحلال . احسب احتمال أن يكون من بين السلع الثلاث واحدة على الأقل ممتازة.

الحل :

سلع ممتازة	سلع غير ممتازة	مجموع السلع
٢٠٠	٢٠٠	٤٠٠

ويعني احتمال سحب سلعة واحدة على الأقل ممتازة = واحدة ممتازة أو ٢ ممتازة أو ٣ ممتازة.

أما احتمال سحب واحدة ممتازة فيساوي :

$$\frac{199}{398} \times \frac{200}{399} \times \frac{200}{400} \times \frac{1}{(1-3)!}$$

$$\frac{119400}{317604} = \frac{199}{398} \times \frac{200}{399} \times \frac{1}{2} \times 3 =$$

أما احتمال سحب سلعتين ممتازتين فيساوي :

$$\frac{200}{398} \times \frac{199}{399} \times \frac{200}{400} \times \frac{!3}{!(2-3)!2}$$

$$\frac{119400}{317604} = \frac{200}{398} \times \frac{199}{399} \times \frac{1}{2} \times 3 =$$

اما احتمال سحب ثلاث سلع ممتازة فيساوي :

$$\frac{198}{398} \times \frac{199}{399} \times \frac{200}{400} \times \frac{!3}{!(3-3)!3}$$

$$\frac{39601}{317604} = \frac{198}{398} \times \frac{199}{399} \times \frac{1}{2} =$$

إذن احتمال سحب سلعة واحدة على الأقل ممتازة يساوي :

$$، 876 = \frac{39601}{317604} + \frac{119400}{317604} + \frac{119400}{317604}$$

حل آخر : احتمال سحب سلعة ممتازة

$$= 1 - \text{احتمال أن تكون السلع الثلاث غير ممتازة}$$

$$= 1 - \left(\frac{198}{398} \times \frac{199}{399} \times \frac{200}{400} \right)$$

$$= 1 - 0.1240601 = 0.876$$

))) قاعدة الضرب في الاحتمالات المستقلة :

وهناك احتمالات غير مشروطة لا يتأثر بعضها بافتراض صدق الآخر، من قبيل احتمال أن ينجح خالد في المنطق واحتمال أن ينجح زيد في الرياضيات. فإن قيمة احتمال نجاح زيد في الرياضيات تساوي قيمة احتمال نجاحه على افتراض نجاح خالد، ويسمى هذا النوع من الاحتمالات بـ (الاحتمالات المستقلة).

فإذا رمزنا إلى نجاح خالد بـ (أ) وإلى نجاح زيد بـ (ب) وإلى الانتماء إلى المدرسة بـ (ح) كان $A \cap B = A \cap C + B$ ، وهذا معنى أن الاحتمال غير مشروط. وفي هذه الحالة تكون قيمة احتمال (أ) و (ب) معا = قيمة احتمال $A \cap C \times$ قيمة احتمال $B \cap C$ وفقا لبديهية الاتصال ؛ لأن $B \cap C = B \cap C + A$.((((٦)

مثال : إذا كان احتمال أن يعيش رجل (١٠) سنوات أخرى هو ٤/٥، واحتمال أن تعيش زوجته (١٠) سنوات أخرى هو ٣/١، فما هو احتمال أن يعيش الاثنان (١٠) سنوات أخرى ؟ وما هو احتمال أن يعيش أحدهما على الأقل عشر سنوات أخرى ؟

$$\text{نفترض أن (أ) = [يعيش الرجل عشر سنوات أخرى]}$$

ونفترض أن (ب) = [تعيش الزوجة عشر سنوات أخرى]

$$\text{إذن (أ)} = 1/4, \text{ و (ب)} = 1/3.$$

من الواضح هنا أن الاحتمالان مستقلان فلا تأثير لـ (أ) على (ب) والعكس صحيح.

إذن : احتمال (أ) و (ب) معا هو :

$$\frac{1}{12} = \frac{1}{3} \times \frac{1}{4}$$

وأما احتمال (أ) أو (ب) فهو :

$$\frac{1}{2} = \frac{1}{12} - \frac{1}{3} + \frac{1}{4}$$

مثال : إذا كان احتمال أن يصيب أحد الرماة – ولنرمز له بـ (أ) – هدفا ما يساوي $1/4$ ، وكان احتمال أن يصيب رام آخر – ولنرمز له بـ (ب) – نفس الهدف يساوي $2/5$ ، فما هو احتمال إصابة الهدف إذا صوب كل من (أ) و (ب) نحو الهدف مرة واحدة.

مالدينا هو : أن $1/4$ هو احتمال إصابة الهدف من قبل الرامي (أ)، وأن $2/5$ هو احتمال إصابة الهدف من قبل الرامي (ب).

والمطلوب هو : قياس درجة احتمال أن يصيب الهدف أحد الراميين (أ) أو (ب) ز

ومن الواضح أن احتمال أن يصيب (أ) أو (ب) الهدف لا يتأثر بنتيجة الآخر، وهذا يعني أن الحدث [(أ) يصيب الهدف] مستقل عن الحدث [(ب) يصيب الهدف]

إذن : احتمال أن يصيب الهدف (أ) أو (ب) يساوي :

احتمال إصابة الهدف من قبل (أ) + احتمال إصابة الهدف من قبل (ب) - احتمال إصابة الهدف من قبل (أ) و (ب) معا.

$$\text{أي : } 11/20 = 2/20 - 13/20 = 2/5 \times 1/4 - 2/5 + 1/4$$

))) مبدأ الاحتمال العكسي : (٧)

إذا كنا نرسم لحادثة ما ب (ل)، ولحادثة أخرى ب (ك)، وللظروف العامة التي تحدد احتمالنا لكل من الحادثتين بالنسبة إليها ب (ح)، فإن بديهية الاتصال المتقدمة تقول :

$$\frac{\text{ل}}{\text{ح}} \times \frac{\text{ك}}{\text{ح} + \text{ل}} = \frac{\text{ك}}{\text{ح}} \text{ و } \frac{\text{ل}}{\text{ح}} \text{ معاً}$$

$$\frac{\text{ل}}{\text{ح} + \text{ك}} \times \frac{\text{ك}}{\text{ح}} = \frac{\text{ك}}{\text{ح}} \text{ و } \frac{\text{ل}}{\text{ح}} \text{ معاً}$$

ويلزم عن بديهية الاتصال أن :

$$\frac{\text{ل} \mid \text{ك} \times \text{ح} \mid \text{ل}}{\text{ك} \mid \text{ح}} = \frac{\text{ل}}{\text{ح} + \text{ك}}$$

أي أن احتمال تفوق طالب في الرياضيات على أساس الظروف العامة وافترض تفوقه في المنطق يساوي احتمال تفوقه في الرياضيات على أساس الظروف العامة مضروباً في احتمال تفوقه في المنطق على أساس الظروف العامة وافترض تفوقه في الرياضيات، مقسوماً على احتمال تفوقه في المنطق على أساس الظروف العامة. وهذه المعادلة اللازمة عن بديهية الاتصال تسمى بـ (مبدأ الاحتمال العكسي).

ولنوضح فائدة هذا المبدأ في حساب الاحتمالات في المثال التالي :

إذا فرضنا خطأ مستقيماً مقسماً إلى قسمين : (أ) و (ب) والمطلوب إطلاق النار على هدف موضوع على هذا الخط ، ونحن لا نعلم أن الهدف هل وضع على (أ) أو على (ب) ، ولنفرض أن احتمال كونه موضوعاً على (أ) $3/4$ ، واحتمال كونه موضوعاً على (ب) $1/4$ ، وعلى هذا الأساس وجهنا الطلقة إلى (أ) ، وكان احتمال أن نصيب (أ) وفقاً لما حاولناه $3/4$ ، واحتمال أن نخطئ في المحاولة وتصيب الطلقة (ب) $1/4$ ، ولنفرض أنه قيل لنا بشكل مؤكد أننا أصبنا الهدف. فما هي قيمة احتمال أن يكون الهدف موضوعاً على (أ).

إن قيمة هذا الاحتمال كانت قبل توجيه الطلقة حسب ما افترضناه $3/4$ ، ولكنها سوف تزداد الآن. ومبدأ الاحتمال العكسي هو الذي يحدد لنا قيمة ذلك الاحتمال بعد افتراض إصابة الهدف، فإذا كنا نرسم إلى قيمة الاحتمال بـ (د) ، وإلى كون الهدف موضوعاً على (أ) بـ (ج) ، وإلى كون الهدف موضوعاً على (ب) بـ (س) ، وإلى إصابة الهدف على تقدير كون الهدف في (أ) بـ (ط) ، وإلى إصابة الهدف على تقدير كون الهدف في (ب) بـ (و) فسوف تحصل لنا المعادلة التالية :

$$د (ج) \times د (ط)$$

$$د (ج) \times د (ط) + د (س) \times د (و)$$

وإذا بدلنا الر موز بالأرقام وافترضنا قيم الاحتمال كما تقدم في المثال، كانت المعادلة كما يلي :

$$\frac{9}{16} = \frac{\frac{3}{4} \times \frac{3}{4}}{\frac{1}{4} \times \frac{1}{4} + \frac{3}{4} \times \frac{3}{4}}$$

أي أن كون الهدف موضوعا على (أ) هو قبل الإصابة ٣/٤ وبعد إصابة الهدف يصير ٩/١٠ ((((٨)

وبتوضيح السيد الحائري في أحد هوامشه على الأسس :

((كون الهدف في (أ) على تقدير إصابة الهدف يساوي العكس مضروبا في الأول مقسوما على الثاني. وذلك على أساس ما مضى من مبدأ الاحتمال العكسي.

وحينئذ نقول في مفروض المثال الموجود في الكتاب :

كون الهدف في (أ) نرسم إليه بـ (جـ) وقيمه الاحتمالية ٣/٤ .

إصابة الهدف على تقدير كونه في (أ) نرسم إليه بـ (ط) وقيمه ٣/٤ .

كون الهدف في (ب) نرسم إليه بـ (س) وقيمه الاحتمالية ١/٤ .

إصابة الهدف على تقدير كونه في (ب) نرسم إليه بـ (و) وقيمتها الاحتمالية $1/4$.

ونرسم إلى القيمة الاحتمالية بـ (د)

$$\text{إذن قيمة إصابة الهدف} = د ج \times د ط + د س \times د و = 3/4 \times 1/4 + 1/4 \times 1/4$$

إذن قيمة كون الهدف في (أ) =

$$9/10 = \frac{9/16}{10/16} = \frac{9/16}{1/16 + 9/16} = \frac{3/4 \times 3/4}{1/4 \times 1/4 + 3/4 \times 3/4}$$

$$= \frac{د ج \times د ط}{د ج \times د ط + د س \times د و}$$

وبالرمز يتم ما جاء في المتن وهو :

د ج بعد إصابة الهدف ((٩) ٠

((وعن طريق مبدأ الاحتمال العكسي حددت قيمة احتمال نظرية الجاذبية بعد اكتشاف نبتون؛ لأن الجاذبية بمثابة كون الهدف موضوعا على (أ) في المثال السابق، واكتشاف نبتون بمثابة العلم بأن الهدف قد أصيب عند توجيه الطلقة، فكما كبر احتمال كون الهدف موضوعا على (أ) بعد اكتشاف أن الهدف قد أصيب مع محاولة الرامي لتوجيه الطلقة إلى (أ) كذلك كبر احتمال الجاذبية بعد اكتشاف نبتون.

وبكلمة موجزة : إن قيمة احتمال حادثة على أساس تكشف حقيقة ذات صلة بتلك الحادثة هي قيمة احتمال تلك الحادثة المسبق مضروبا في قيمة احتمال تلك الحقيقة على تقدير وجود تلك الحادثة مقسوما على الاحتمال المسبق لتلك الحقيقة قبل اكتشافها (((١٠)

))) حساب الاحتمال في مثال الحقائق :

هناك مثال مشهور في حساب الاحتمالات يتلخص فيما يلي : إذا افترضنا ثلاث حقائق تحتوي كل منها على خمس كرات، غير أنها تختلف في عدد ما تحتوي عليه من الكرات البيض، فواحدة منها تحتوي على ثلاث كرات بيضاء فقط، والأخرى على أربع كرات بيضاء فقط، والثالثة لا تشتمل إلا على الكرات البيضاء . ولنفرض أنا اخترنا حقيقة من تلك الحقائق عشوائيا واستخرجنا منها ثلاث كرات، فاتفق أنها بيضاء، فما هي درجة احتمال أن تكون هذه الحقيقة التي اخترناها عشوائيا هي الحقيقة الثالثة التي لا تشتمل إلا على كرات بيضاء ؟

إننا إذا رمزنا بـ (د) إلى قيمة الاحتمال، وبـ (جـ) إلى أن تكون الحقيقة ذات كرات بيضاء فقط، وبـ (ط) إلى سحب ثلاث كرات بيضاء على تقدير (جـ)، وبـ (س) إلى أن تكون الحقيقة هي الأولى التي لا تشتمل إلا على ثلاث كرات بيضاء، وبـ (و) إلى سحب ثلاث كرات بيضاء على تقدير (س)، وبـ (كـ) إلى أن تكون الحقيقة هي الثانية التي تشتمل على أربع كرات بيضاء، وبـ (هـ) إلى سحب ثلاث كرات بيضاء على تقدير (كـ) --- إذا اصطنعنا هذه الرموز فسوف نحصل على المعادلة التالية :

$$\frac{د (جـ) \times د (ط)}{د (جـ) \times د (ط) + د (س) \times د (و) + د (كـ) \times د (هـ)} = د (جـ)$$

وبالتعويض عن الرموز بالأرقام تكون المعادلة كما يلي : احتمال أن تكون الحقيقة هي الثالثة التي تشتمل على كرات بيضاء فقط يساوي :

$$\frac{1}{3} = \frac{1 \times \frac{1}{3}}{\frac{1}{2} \left(\left(\frac{4}{10} \times \frac{1}{3} \right) + \left(\frac{1}{10} \times \frac{1}{3} \right) + \left(1 \times \frac{1}{3} \right) \right)}$$

أي أن احتمال كون الحقيبة المسحوبة هي الحقيبة المشتملة على كرات بيضاء فقط هو $\frac{2}{3}$ ((١١)

مثال الحقائق بصورة أبسط :

((الحل : المطلوب – كما هو واضح – حساب قيمة احتمال أن تكون الحقيبة هي الثالثة، على تقدير سحب ثلاث كرات بيضاء.

نستخدم الرموز، ونرمز إلى احتمال سحب ثلاث كرات بيضاء بـ س/ل ، وإلى احتمال أن تكون الحقيبة هي الثالثة بـ س/ك .

س/ل ، و س/ك معا = س/ل × س/ل × س/ل ، وك ، وفقا لبديهية الاتصال .

س/ل ، و س/ك معا = س/ك × س/ك × س/ل وك/ل وفقا لبديهية الاتصال .

س/ل × س/ل × س/ك = س/ك × س/ك × س/ل .

$$\frac{\text{س/ك} \times \text{س/ك} \times \text{س/ل}}{\text{س/ل}} = \text{س/ك}$$

أي : أن احتمال أن تكون الحقيبة هي الثالثة على تقدير سحب ثلاث كرات بيضاء يساوي احتمال أن تكون الحقيبة هي الثالثة، مضروبا في

احتمال سحب ثلاث كرات بيضاء على تقدير أن تكون الحقيبة هي الثالثة، مقسوماً على احتمال سحب ثلاث كرات بيضاء .

س/ك = $\frac{1}{3}$ ، لأن لدينا ثلاث حقائب ولا ندري أيها منها في أيدينا ، فاحتمال كل واحدة منها يساوي $\frac{1}{3}$.

س.ك/ل = ١ لأن احتمال سحب ثلاث كرات بيضاء على تقدير أن تكون الحقيبة التي بين أيدينا هي الثالثة احتمال مؤكد الوقوع فهو يساوي رقم اليقين (١) .

أما (س/ل) فماذا يساوي ؟

س/ل يعني قيمة احتمال سحب ثلاث كرات بيضاء، فإذا أردنا أن نسحب من الحقيبة المجهولة التي بأيدينا ثلاث كرات، وأردنا أن نحسب قيمة احتمال خروجها بيضاء، فهذا الاحتمال يعني وقوع إحدى ثلاث حوادث. فأما أن تكون الحقيبة هي الأولى ونسحب ثلاث كرات بيضاء منها، وإما أن تكون الحقيبة هي الثانية ونسحب ثلاث كرات بيضاء منها، وإما أن تكون الحقيبة هي الثالثة ونسحب ثلاث كرات بيضاء منها .

ولأجل الحصول على قيمة احتمال سحب ثلاث كرات بيضاء لا بد من الجمع بين هذه الاحتمالات الثلاثة، وفقاً لقاعدة الجمع في الاحتمالات المتنافية، لأن هذه الاحتمالات الثلاثة يمتنع اجتماعها.

ولنرمز إلى احتمال أن تكون الحقيبة الأولى ونسحب ثلاث كرات بيضاء بـ ع/ه . ونرمز إلى احتمال أن تكون الحقيبة هي الثانية ونسحب ثلاث كرات بيضاء بـ ع/ن، وإلى احتمال أن تكون الحقيبة الثالثة ونسحب ثلاث كرات بيضاء بـ ع/و .

حينئذ سوف تكون المعادلة كالاتي :

$$\frac{1 \times 1/3}{\text{ع/هـ} + \text{ع/ن} + \text{ع/و}} = \frac{\text{س/ك} \times \text{س} \cdot \text{ك/ل}}{\text{س/ل}} = \text{س} \cdot \text{ل/ك}$$

ولكن ما هي قيمة ع/هـ ؟

إن قيمة ع/هـ تعني احتمال وقوع حادثتين معاً، وهما احتمال سحب ثلاث كرات بيضاء واحتمال كون الحقيبة هي الأولى، وحينئذ لا بد من تطبيق قاعدة الضرب في الاحتمالات المشروطة لاستخراج قيمة ع/هـ . وإذا رمزنا إلى احتمال كون الحقيبة هي الأولى بـ س/ق، فسوف يكون ع/هـ = س/ق × س · ق/ل .

أما احتمال ع/ن فهو يساوي أيضاً احتمال أن تكون الحقيبة هي الثانية مضروباً في احتمال سحب ثلاث كرات بيضاء على تقدير كون الحقيبة هي الثانية، وإذا رمزنا إلى احتمال كون الحقيبة هي الثانية بـ س/ص، فسوف تكون ع/ن = س/ص × س · ص/ل .

وا احتمال ع/و يساوي أيضاً احتمال أن تكون الحقيبة هي الثالثة مضروباً في احتمال سحب ثلاث كرات بيضاء على تقدير كون الحقيبة الثالثة، لنرمز إلى احتمال كون الحقيبة الثالثة بـ س/ك، حينئذ ستكون ع/و = س/ك × س · ك/ل .

$$\text{س/ق} = 1/3$$

$$\text{س} \cdot \text{ق/ل} = 1/10$$

$$\text{س/ص} = 1/3$$

$$\text{س} \cdot \text{ص/ل} = 4/10$$

س/ك = 1/3 ، كما تقدم . و س · ك/ل = 1 ، كما تقدم أيضاً .

$$\begin{aligned}
 & \frac{\text{س/ك} \times \text{س} \cdot \text{ك/ل}}{\text{س/ل}} = \text{إذن : س} \cdot \text{ل/ك} \\
 & = \frac{\text{س/ك} \times \text{س} \cdot \text{ك/ل}}{\text{س/ل} + \text{س} \cdot \text{ل/ك} + \text{س} \cdot \text{ل/ك} + \text{س} \cdot \text{ل/ك}} \\
 & = \frac{1/3}{1/3 + 4/30 + 1/30} = \frac{1 \times 1/3}{1 \times 1/3 + 4/10 \times 1/3 + 1/10 \times 1/3} = \\
 & \frac{1/3}{10/30} = \frac{1/3}{1/3} = 1
 \end{aligned}$$

أمثلة حول مبدأ الاحتمال العكسي :

مثال : هناك سيارتان مقلبتان ليلاً من منطقة العدو، وقد حصل لنا علم بأن قائد المجموعة يركب إحدى السيارتين، ولم يكن لدى موقعنا الدفاعي إلا طلقة واحدة في بندقية أحد الجنود، فليس أمامنا إلا قتل قائد المجموعة، وكنا نحتفل أن قائد المجموعة يقل السيارة التي تقع على جهة يسار الرامي، وكانت نسبة احتمالنا ٩٠% ، وأن قائد المجموعة يركب السيارة اليسارية ٩/١٠ ، فأعطينا البندقية إلى أحد الجنود الماهرين في الرماية الذي يصوب الهدف بنسبة ٩٠% ، أي أن احتمال إصابة الهدف ٩/١٠ ، فصوب البندقية نحو زجاجة الراكب الذي يجلس جنب السائق في السيارة اليسارية، حيث كان جلوس قائد المجموعة، وكنا نعلم أن الرامي سوف يصيب إحدى السيارتين حتماً . وبعد الرمي استرقنا السمع بواسطة أجهزة الإنصات فعلمنا أن قائد المجموعة قد قتل، ففي هذه الحالة سوف تزداد قيمة احتمال أن قائد المجموعة كان يقل السيارة اليسارية، ولكن ما هي القيمة الجديدة التي

سوف يكون عليها احتمال أن قائد المجموعة كان يقل السيارة اليسارية ؟

وتحديد هذه القيم يتم من إحدى قواعد حساب الاحتمال، التي تعرف باسم (الاحتمال العكسي) .

يقول مبدأ الاحتمال العكسي : أن قيمة احتمال حادثة ما على أساس اكتشاف حقيقة ذات صلة بتلك الحادثة تساوي قيمة احتمال تلك الحادثة $\times$ قيمة احتمال الحقيقة المكتشفة على تقدير تلك الحادثة مقسوما على الاحتمال المسبق لتلك الحقيقة قبل اكتشافها .

وحيثما نحاول تطبيق قاعدة (الاحتمال العكسي) على المثال الذي قدمناه فسوف نجد أننا لكي نستخرج القيمة الجديدة لاحتمال كون القائد يقل السيارة اليسارية بعد التأكد من إصابته علينا أن نضرب احتمال جلوس القائد في السيارة اليسارية $\times$ احتمال إصابته على تقدير جلوسه في السيارة اليسارية مقسوما على احتمال إصابة القائد قبل الرمي .

احتمال جلوس القائد في السيارة اليسارية $\times$ احتمال إصابته على تقدير جلوسه في السيارة اليسارية

احتمال إصابة القائد قبل الرمي

وحيثما نرجع إلى لغة الأرقام نلاحظ :

احتمال جلوس القائد في السيارة اليسارية = $9/10$.

احتمال إصابة القائد على تقدير جلوسه في السيارة اليسارية = $9/10$.

أما احتمال إصابة القائد قبل الرمي فهو يساوي مجموع احتماليين، احتمال إصابته وهو يقل السيارة اليسارية + احتمال إصابته وهو يقل

السيارة اليمينية. لأن احتمال إصابة القائد يعني في الواقع أحد احتمالين، وتطبيقا لبديهية الانفصال لا بد من الجمع. احتمال إصابة القائد وهو يقل السيارة اليسارية يعني في الحقيقة احتمال إصابة السيارة اليسارية واحتمال ركوبه السيارة اليسارية معا، ولكي نستخرج قيمة هذا الاحتمال علينا أن نطبق بدئية الاتصال فنضرب احتمال إصابة السيارة اليسارية $\times$ احتمال ركوب القائد السيارة اليسارية على تقدير الإصابة .

$$\frac{9}{10} \times \frac{9}{10} \text{ وهذا يعني أن نضرب } \frac{9}{10} \times \frac{9}{10}$$

كما أن احتمال إصابة القائد وهو يقل السيارة اليمينية يعني احتمال إصابة السيارة اليمينية واحتمال ركوب القائد في السيارة اليمينية معا. ولكي نستخرج قيمة هذا الاحتمال علينا تطبيق بدئية الاتصال فنضرب احتمال إصابة السيارة اليمينية $\times$ احتمال ركوب القائد السيارة اليمينية على تقدير احتمال إصابة السيارة اليمينية .

$$\frac{1}{10} \times \frac{1}{10} \text{ وهذا يعني أن نضرب } \frac{1}{10} \times \frac{1}{10}$$

$$\frac{9}{10} \times \frac{9}{10} = \text{إذن : احتمال إصابته وهو يقل السيارة اليسارية}$$

$$\frac{1}{10} \times \frac{1}{10} = \text{احتمال إصابته وهو يقل السيارة اليمينية}$$

وبما أن احتمال إصابة القائد قبل الرمي يساوي مجموع احتمالي إصابته وهو يقل السيارة اليسارية + احتمال إصابته وهو يقل السيارة اليمينية، فهذا يعني أن احتمال إصابة القائد قبل الرمي =

$$\frac{1}{10} \times \frac{1}{10} + \frac{9}{10} \times \frac{9}{10}$$

إذن : احتمال أن القائد كان يقل السيارة اليسارية =

احتمال ركوب القائد في السيارة اليسارية × احتمال إصابته على تقدير ركوبه في السيارة اليسارية

احتمال إصابة القائد قبل الرمي

$$\frac{9}{10} \times \frac{9}{10}$$

=

$$\frac{1}{10} \times \frac{1}{10} + \frac{9}{10} \times \frac{9}{10}$$

$$(13) \cdot \frac{81}{82} = \frac{81}{100} \cdot \frac{81}{100} = \frac{1}{100} + \frac{81}{100} =$$

مثال : لدينا ثلاثة أوعية كما يلي :

الوعاء (أ) به ثلاث كرات حمراء وخمس كرات بيضاء .

الوعاء (ب) به كرتان حمراوان وكرة بيضاء .

الوعاء (ج) به كرتان حمراوان وثلاث كرات بيضاء .

اختير وعاء بطرية عشوائية وسحبت منه كرة. وجد أن الكرة حمراء، فما هو احتمال أن تكون الكرة الحمراء من الوعاء (أ) ؟

هذا المثال هو تطبيق لمبدأ (الاحتمال العكسي) الذي ينص على التالي : إن قيمة احتمال حادثة ما على أساس اكتشاف حقيقة ذات صلة بتلك الحادثة تساوي قيمة احتمال تلك الحادثة $\times$ قيمة احتمال تلك الحقيقة على تقدير تلك الحادثة مقسوما على الاحتمال المسبق لتلك الحقيقة .

وبتطبيق مبدأ (الاحتمال العكسي) على هذا المثال يكون قيمة احتمال أن يكون الوعاء المختار هو (أ) بعد التأكد من أننا قد سحبنا كرة حمراء هو : قيمة احتمال أن يكون الوعاء المختار هو (أ) $\times$ قيمة احتمال خروج الكرة حمراء على تقدير أن يكون الوعاء المختار هو (أ) مقسوما على قيمة احتمال خروج الكرة حمراء قبل السحب .

قيمة احتمال أن يكون الوعاء المختار هو (أ)	$\times$	قيمة احتمال خروج الكرة حمراء على تقدير أن يكون الوعاء المختار هو (أ)

قيمة احتمال خروج الكرة حمراء قبل السحب

احتمال أن يكون الوعاء المختار هو (أ) $= 1/3$.

احتمال خروج الكرة حمراء على تقدير أن يكون الوعاء المختار هو (أ) $= 3/8$.

أما احتمال خروج الكرة حمراء قبل السحب فهو يساوي مجموع ثلاث احتمالات : احتمال خروج الكرة حمراء على تقدير أن يكون الوعاء هو (أ) + احتمال خروج الكرة حمراء على تقدير أن يكون الوعاء هو (ب) + احتمال خروج الكرة حمراء على تقدير أن يكون الوعاء هو (ج)؛ لأن احتمال خروج الكرة حمراء هو في الواقع أحد ثلاث احتمالات، وهذا يعني تطبيق بديهية الانفصال ، وبالتالي لا بد من الجمع .

ثم : إن احتمال خروج الكرة حمراء على تقدير أن يكون الوعاء المختار هو (أ) يعني : احتمال خروج الكرة حمراء واحتمال أن يكون الوعاء المختار هو (أ) معا . ولكي نستخرج قيمة هذا الاحتمال فلا بد من تطبيق بديهية الاتصال فنضرب احتمال أن يكون الوعاء المختار هو (أ) $\times$ احتمال خروج الكرة حمراء على تقدير أن يكون الوعاء هو (أ) . وهذا يعني أن نضرب $\frac{1}{3} \times \frac{3}{8}$.

وهكذا الأمر في احتمال خروج الكرة حمراء على تقدير أن يكون الوعاء المختار هو (ب)؛ إذ أنه يعني : احتمال خروج الكرة حمراء واحتمال أن يكون الوعاء المختار هو (ب) معا . ولكي نستخرج قيمة هذا الاحتمال فلا بد من تطبيق بديهية الاتصال فنضرب احتمال أن يكون الوعاء المختار هو (ب) $\times$ احتمال خروج الكرة حمراء على تقدير أن يكون الوعاء المختار هو (ب) ، وهذا يعني أن نضرب $\frac{1}{3} \times \frac{2}{3}$.

والأمر نفسه يقال في احتمال خروج الكرة حمراء على تقدير أن يكون الوعاء المختار هو (ج)؛ إذ أنه يعني احتمال خروج الكرة حمراء واحتمال أن يكون الوعاء المختار هو (ج) معا . ولكي نستخرج قيمة هذا الاحتمال فلا بد من تطبيق بديهية الاتصال فنضرب احتمال أن يكون الوعاء المختار هو (ج) $\times$ احتمال خروج الكرة حمراء على تقدير أن يكون الوعاء المختار هو (ج) .

وبما أن احتمال خروج الكرة حمراء قبل السحب يساوي مجموع احتمالات : خروج الكرة حمراء على تقدير أن يكون الوعاء المختار هو (أ) + خروج الكرة حمراء على تقدير أن يكون الوعاء المختار هو (ب) + خروج الكرة حمراء على تقدير أن يكون الوعاء المختار هو (ج) . أي

$$\frac{2}{5} \times \frac{1}{3} + \frac{2}{3} \times \frac{1}{3} + \frac{3}{8} \times \frac{1}{3}$$

إذن قيمة احتمال أن يكون الوعاء المختار هو (أ) على افتراض خروج الكرة حمراء =

$$\begin{array}{l} \text{قيمة احتمال أن يكون الوعاء} \\ \text{المختار هو (أ)} \end{array} \times \begin{array}{l} \text{قيمة احتمال خروج الكرة حمراء على} \\ \text{تقدير أن يكون الوعاء المختار هو (أ)} \end{array}$$

قيمة احتمال خروج الكرة حمراء قبل السحب

$$\begin{array}{r} \frac{3}{8} \times \frac{1}{3} \\ \hline \frac{2}{5} \times \frac{1}{3} + \frac{2}{3} \times \frac{1}{3} + \frac{3}{8} \times \frac{1}{3} \\ \hline \frac{1}{8} \\ \hline \frac{2}{15} + \frac{2}{9} + \frac{1}{8} \\ \hline \frac{45}{173} = \frac{1/8}{173/360} = \end{array}$$

مثال : يحتوي الصندوق (أ) على تسع ورقات مرقمة من (١) إلى (٩) ، ويحتوي الصندوق (ب) على خمس ورقات مرقمة من (١) إلى (٥) . اختير صندوق بطريقة عشوائية وسحب منه ورقة . إذا كان رقم الورقة المسحوبة زوجيا ، فما هو احتمال أن تكون الورقة المسحوبة من الصندوق (أ) .

هذا المثال هو أيضا تطبيق لمبدأ (الاحتمال العكسي) وبتطبيق المبدأ على المثال يكون قيمة احتمال أن يكون الصندوق المختار هو (أ) بعد التأكد من أن رقم الورقة المسحوبة زوجيا هو : قيمة احتمال أن يكون الصندوق (أ) هو المختار $\times$ قيمة احتمال خروج الورقة مرقمة برقم زوجي على تقدير أن يكون الصندوق المختار (أ) مقسوما على قيمة احتمال خروج الورقة مرقمة برقم زوجي قبل السحب .

قيمة احتمال أن يكون الصندوق المختار هو (أ)	$\times$	قيمة احتمال خروج الورقة مرقمة برقم زوجي على تقدير أن يكون الصندوق المختار هو (أ)

قيمة احتمال خروج الورقة مرقمة برقم زوجي قبل السحب

قيمة احتمال أن يكون الصندوق المختار هو (أ) $= 1/2$.
 قيمة احتمال خروج الورقة مرقمة برقم زوجي على تقدير أن يكون الصندوق المختار هو (أ) $= 4/9$.

أما احتمال خروج الورقة مرقمة برقم زوجي قبل السحب فهو يساوي مجموع احتماليين : احتمال خروج الورقة مرقمة برقم زوجي على تقدير أن يكون الصندوق المختار هو (أ) + خروج الورقة مرقمة برقم زوجي على تقدير أن يكون الصندوق المختار هو (ب) ؛ لأن احتمال خروج الورقة مرقمة برقم زوجي هو في الواقع أحد احتماليين ، وهذا يعني تطبيق بديهية الانفصال ، وبالتالي لا بد من الجمع بعد تطبيق بديهية الاتصال ؛ لأن احتمال خروج الورقة مرقمة برقم زوجي على تقدير أن يكون الصندوق المختار هو (أ) يعني :

احتمال أن يكون الصندوق المختار هو (أ) واحتمال أن تكون الورقة المسحوبة مرقمة برقم زوجي معا . وهكذا الأمر في احتمال خروج الورقة مرقمة برقم زوجي على تقدير أن يكون الصندوق المختار هو (ب) .

والحاصل : إن قيمة احتمال أن يكون الصندوق المختار هو (أ) على افتراض أن تكون الورقة المسحوبة مرقمة برقم زوجي يساوي :

$$\frac{1/2 \times 4/9}{2/5 \times 1/2 + 4/9 \times 1/2} = \frac{2/9}{1/5 + 2/9} = \frac{10}{19} = \frac{2/9}{19/45} =$$

ويستحسن أن نختم الحديث في مبدأ (الاحتمال العكس) بما كتبه الدكتور زكي نجيب محمود ، حيث كتب في المنطق الوضعي :

((إذا عرفنا وقوع حوادث معينة، وكان هناك عدة فروض لتفسيرها، فالاحتمال العكسي هو الذي نقيس به درجة ترجيح فرض على آخر، معتمدين على الحوادث التي عرفناها ، كما يتضح من المثال التالي :

لدينا وعاء فيه ثلاث كرات نجهل لونها، سحبنا منها كرة فوجدناها بيضاء، وأرجعناها في الوعاء، ثم سحبنا كرة أخرى فوجدناها سوداء،

وأرجعناها في الوعاء، وبعدئذ أخذنا نكرر العملية ، لكننا كلما سحبنا كرة وجدناها إما بيضاء أو سوداء.

هنالك احتمال أن تكون الكرات الثلاث مزيجاً من أبيض وأسود، واحتمال آخر، وهو أن تكون هناك كرة ثالثة لونها مخالف للأبيض والأسود، لم تخرج أبداً في عمليات السحب ، فكيف نرجح فرضاً على فرض ؟

لو فرضنا أن في الوعاء كرة لونها مخالف للأبيض والأسود، كان احتمال عدم سحبها في المرة الأولى $\frac{2}{3}$ ، وفي المرة الثانية $\frac{4}{9}$ ، وفي المرة الثالثة $\frac{8}{27}$ ، وفي المرة الرابعة $\frac{16}{81}$ ، --- واحتمال عدم سحبها في المرة الثامنة $\frac{256}{6561}$ ، وهي نسبة تكاد تبلغ $\frac{1}{26}$ ، وهكذا تأخذ نسبة الاحتمال في النقص كلما مضينا في السحب، مما يقلل من شأن الفرض الثاني ، ويزيد في ترجيح الفرض الأول .

وللاحتمال العكسي أهمية كبيرة في تبرير الاستدلال الاستقرائي، لأننا في هذا الاستدلال نحكم على كل أفراد النوع بما شهدناه في بعض الأفراد، فمثلاً نشاهد بعض الغربان ونجدها سوداء ، فنعمم الحكم قائلين : إن كل غراب أسود، فعلى أي أساس اعتمدنا في تعميم هذا الحكم، مع أن هنالك احتمالاً بأن تكون الغربان التي لم نرها ليست سوداء ؟ على أساس الاحتمال العكسي الذي شرحناه لك (بإيجاز) (١٤) .

نظرية التوزيع لـ (برنولي) :

سوف ندرس نظرية التوزيع لـ (برنولي) عند الشهيد الصدر على ثلاثة مراحل :

المرحلة الأولى :

((إذا فرضنا أن قطعة النقد قذفت (ن) مرة، وأن احتمال وقوع النقد على وجه الصورة في كل مرة محددة بعينها $\frac{1}{2}$ ، فما هو

احتمال أن يكون وقوع النقد على وجه الصورة قد تكرر (م) مرة
وأن يكون وجه الكتابة قد تكرر (ن - م) مرة ؟) (((١٥)

وفي ضوء هذا يتضح أن الهدف من البحث في هذه المرحلة التوصل إلى قيمة تكرر وقوع حادثة معينة (م) مرة ضمن إجراء عملية الاختبار (ن) مرة، وعدم تكرر وقوعها في (ن - م) مرة ضمن مجموع تلك الاختبارات. مثاله : تكرر حادثة خروج الصورة (م) مرة ضمن إجراء عملية إلقاء النقد (ن) مرة، وخروج الكتابة (ن - م) مرة من مجموع تلك الإلقاءات. (١٦)

وقد قسمنا البحث الوارد في ذلك إلى أربع خطوات :

))) الخطوة الأولى من المرحلة الأولى :

لما كان لفرضية تكرر الصورة (م) مرة وتكرر الكتابة (ن - م) صور عديدة، فبالإمكان أن نأخذ صورة محددة من تلك الصور بحيث نشخص (م) في مرات معينة ونشخص (ن - م) في مرات معينة أيضا، ونحسب قيمة احتمال تلك الصورة :

إن قيمة احتمال تلك الصورة بالذات = $\left(\frac{1}{2}\right)^m \times \left(1 - \frac{1}{2}\right)^{n-m}$ (١٧)

مثال : لو قذفنا قطعة نقد (٤٠) مرة فما هي قيمة احتمال أن يظهر وجه الصورة في المرات العشر الأولى، علماً أن قيمة احتمال خروج وجه الصورة يساوي ١/٢ ؟

حينما نقذف بقطعة نقد (٤٠) مرة، ونفترض أن وجه الصورة يظهر في المرات العشر الأولى، فهذا يعني أننا نفترض أيضا خروج وجه الكتابة في المرات الثلاثين (١١ - ٤٠) .

الاحتمالات مستقلة هنا، ونحن نريد أن نحسب قيمة احتمال ظهور وجه الصورة في المرة الأولى وظهوره في المرة الثانية --- إلى العاشرة واحتمال ظهور وجه الكتابة في المرة الحادية عشر، والثانية عشر --- إلى الأربعين . إذن يجب أن نطبق بديهية الاتصال.

وحيثما نطبق بديهية الاتصال فهذا يعني أن نضرب قيمة احتمال ظهور وجه الصورة في المرة الأولى $\times$ احتمال ظهورها في المرة الثانية $\times$ --- $\times$ احتمال ظهورها في المرة العاشرة $\times$ احتمال ظهور وجه الكتابة في المرة الحادية عشر $\times$ احتمال ظهور وجه الكتابة في المرة الثانية عشر $\times$ ----- $\times$ احتمال ظهور وجه الكتابة في المرة الأربعين .

وحسب الفرض المطروح في المثال تكون النتيجة كما يلي :

$$\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2}\right) \times \left(\frac{1}{2}\right)$$

مثال : لو قذفنا قطعة نقد (٤٠) مرة فما هي قيمة احتمال أن يظهر وجه الصورة في المرات العشر الثانية (١١ - ٢٠)، علماً أن قيمة احتمال خروج وجه الصورة يساوي $\frac{1}{2}$ ؟

حينما نقذف بقطعة نقد (٤٠) مرة، ونفترض أن وجه الصورة يظهر في المرات العشر الثانية، فهذا يعني أننا نفترض أيضا خروج وجه الكتابة في المرات العشر الأولى (١ - ١٠) وفي المرات العشرين الأخيرة (٢١ - ٤٠).

الاحتمالات مستقلة هنا، ونحن نريد أن نحسب قيمة احتمال ظهور وجه الكتابة في المرة الأولى وظهوره في المرة الثانية --- إلى العاشرة، واحتمال ظهور وجه الصورة في المرة الحادية عشر وظهوره في المرة الثانية عشر --- إلى العشرين واحتمال ظهور وجه

الكتابة في المرة الحادية والعشرين والثانية والعشرين --- إلى الأربعين . إذن يجب أن نطبق بديهية الاتصال، أي أننا نريد حساب قيمة احتمال كل هذه الصور معا.

وحينما نطبق بديهية الاتصال فهذا يعني أن نضرب قيمة احتمال ظهور وجه الكتابة في المرة الأولى $\times$ احتمال ظهورها في المرة الثانية $\times \dots \times$ احتمال ظهورها في المرة العاشرة $\times$ احتمال ظهور وجه الصورة في المرة الحادية عشر $\times$ احتمال ظهورها في المرة الثانية عشر $\times \dots \times$ احتمال ظهورها في المرة العشرين $\times$ احتمال ظهور وجه الكتابة في المرة الحادية والعشرين $\times$ احتمال ظهور وجه الكتابة في المرة الثانية والعشرين $\times \dots \times$ احتمال ظهور وجه الكتابة في المرة الأربعين .

وحسب الفرض المطروح في المثال تكون النتيجة كما يلي :

$$\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2}\right) \times \left(\frac{1}{2}\right)$$

وإذا استبدلنا الأرقام بالرموز وافترضنا أن العدد الكلي للرميات (ن) ، وعدد مرات خروج وجه الصورة (م) ، واحتمال خروج وجه الصورة في كل مرة (هـ) ، تكون المعادلة كما يلي :

$$(١٨) . \quad {}^{م-ن} (\text{هـ} - ١) \times (\text{هـ})^{\text{م}}$$

وهكذا يتم تعيين قيمة احتمال صورة معينة – خروج وجه الصورة في المرات العشر الأولى وخروج وجه الكتابة في المرات الباقية – من الصور الممكنة لخروج الصورة (م) مرة والكتابة (ن – م) مرة، وذلك بتطبيق بديهية الاتصال .

(((الخطوة الثانية من المرحلة الأولى :

وبعد هذا لا بد أن نتصور عدد الصور الممكنة للفرضية المطروحة، ونحصل ذلك عن طريق تطبيق القاعدة المعروفة للتوافيق على (م) و (ن) وذلك كما يلي :

$$(((١ - م) - (ن))) \times \dots \times (٢ - ن) \times (١ - ن) \times ن$$

$$(((\frac{1 \times 2 \times \dots \times (١ - م) \times م}{(١٩)} .$$

على أن نشير إلى أننا إذا افترضنا أن (ن) عبارة عن عدد (١٠) و (م) عبارة عن عدد (٦) كانت الصورة المعقولة لـ (م) في (ن) حسب قاعدة التوافيق المذكورة عبارة عما يلي :

$$١٥١٢٠٠ \quad ٥ \times ٦ \times ٧ \times ٨ \times ٩ \times ١٠$$

$$٢١٠ = \frac{\quad}{٧٢٠} = \frac{\quad}{١ \times ٣ \times ٣ \times ٤ \times ٥ \times ٦}$$

ولا يخفى أن (م - ١) الوارد في صيغة قاعدة التوافيق يساوي - حسب هذه الفرضية - عدد (٥) كما أن « (ن - (م - ١) » يساوي أيضا عدد (٥) في نفس هذه الفرضية، وقد يختلف الأمران في فرضيات أخرى، كما إذا افترضنا (ن) عبارة عن عدد (١٥) و (م) عبارة عن عدد (٧) فحينئذ سيكون (م - ١) مساويا لعدد (٦) ولكن « (ن - (م - ١) » يكون مساويا لعدد (٩) كما يظهر بالتأمل . (٢٠)

مثال : لو قذفنا قطعة نقد (٤٠) مرة، فما هي عدد الصور الممكنة لوقوع وجه الصورة عشر مرات ؟

هناك صور كثيرة ممكنة لخروج وجه الصورة ١٠ مرات، ولأجل أن نحدد مقدار هذه الصور بشكل دقيق علينا أن نستخدم قاعدة التوافيق، التي تعني : (أننا إذا أردنا أن نستخرج توافيق (م) في

(ن) فعلياً أن نقسم (ن) مضروبة بما يقل عنها بواحد مضروباً بما يقل عنه بواحد وهكذا إلى العدد [(ن - (م - ١))] على مفكوك (م) .

$$\frac{ن \times (ن - ١) \times (ن - ٢) \times \dots \times [ن - (م - ١)]}{م \times (م - ١) \times (م - ٢) \times (م - ٣) \times \dots \times ١} = \text{وبلغة الرموز}$$

وإذا أردنا أن نعوض عن الرموز بالأعداد المفروضة في المثال فسوف تكون المعادلة كالتالي :

$$\frac{٤٠ \times ٣٩ \times ٣٨ \times \dots \times ٣١}{١ \times ٢ \times ٣ \times ٣ \times ٤ \times ٥ \times ٦ \times ٧ \times ٨ \times ٩ \times ١٠}$$

وإذا أردنا اختصار المعادلة الرمزية فهي :

$$\frac{ن \times (ن - ١) \times \dots \times [ن - (م - ١)]}{م !}$$

حيث أن مفكوك (م) يعبر عنه رمزياً بالإشارة (!) ، كما أن مفكوك عشرة = ١٠ ! . (٢١)

))) الخطوة الثالثة من المرحلة الأولى :

وبعد أن نستخرج عدد صور (م) في (ن) وقيمة احتمال كل صورة، يمكننا أن نحدد قيمة احتمال الفرضية المطروحة بضرب عدد الصور الممكنة لـ (م) في (ن) في قيمة صورة مشخصة بعينها . ومعادلة ذلك كما يلي :

$$= \frac{1 \times (1 - \frac{1}{2}) \times \dots \times (1 - \frac{1}{m}) \times (1 - \frac{1}{n})}{1 \times 2 \times \dots \times (1 - \frac{1}{m}) \times m}$$

القيمة المطلوبة ((((٢٢)

على أن نشير إلى أن الخطوة الثالثة هي تجسيد ((لبديهية الانفصال القائلة في الاحتمالات المضادة بالجمع بين قيم تلك الاحتمالات ف ضرب عدد الصور الممكنة لـ (م) في (ن) في قيمة صورة مشخصة بعينها عبارة عن الجمع بين القيم ، حيث أن الضرب جمع متكرر (((٢٣)

مثال : ((ما هي قيمة احتمال أن يخرج وجه الصورة عشر مرات – في المثالين السابقين – ، وأن يخرج وجه الكتابة ثلاثين مرة ؟

تعرفنا في مثال الخطوة الأولى على طريقة استخراج قيمة احتمال ظهور وجه الصورة في المرات العشر الأولى، وظهور وجه الصورة في المرات العشر الأولى حالة ضمن ملايين الحالات، التي يمكن أن يظهر فيها وجه الصورة عشر مرات ضمن أربعين رمية .

وإذا أردنا قياس احتمال ظهور وجه الصورة عشر مرات حينما نقذف النقء (٤٠) مرة فهذا يعني أننا نريد احتساب احتمال كل الصور الممكنة لظهور وجه الصورة عشر مرات حينما نقذف النقء (٤٠) مرة، وتطبيقا لبديهية الانفصال لا بد أن نجمع قيم احتمالات مجموع الصور الممكنة، وهي تساوي ضرب مجموع الصور الممكنة في قيمة احتمال واحدة منها .

وقد تبين لنا من مثال الخطوة الأولى كيفية استخراج قيمة ظهور صورة محددة من الصور الممكنة . حيث أنها تساوي

$$\left(\frac{1}{2} - 1 \right) \times \left(\frac{1}{2} \right)$$

وإذا رمزنا إلى (٤٠) رمية بـ (ن) وإلى عدد المرات التي يظهر فيها وجه الصورة بـ (م) وإلى قيمة احتمال الحادثة بـ (هـ) ، سوف تكون المعادلة كالتالي :

$$ح = (هـ)^م \times (١ - هـ)^{ن-م}$$

وقد تعلمنا في مثال الخطوة الثانية كيفية استخراج عدد الصور الممكنة لظهور وجه الصورة عشر مرات ضمن أربعين مرة . وكان عبارة عن حساب قيمة الكسر التالي :

$$\frac{ن \times (١ - ن) \times \dots \times [(١ - م) - ن]}{م !}$$

نأتي هنا لاستخراج قيمة احتمال ظهور وجه الصورة عشر مرات ضمن أربعين رمية، حيث أنها تساوي مجموع توافيق (١٠) في (٤٠) أو مجموع توافيق (م) في (ن) مضروباً في احتمال ظهور وجه الصورة في عشر مرات محددة . وإذا رمزنا إلى قيمة احتمال ظهور وجه الصورة عشر مرات ضمن أربعين رمية بـ (ح) فسوف تكون المعادلة كالتالي :

$$ح = \frac{ن \times (١ - ن) \times \dots \times [(١ - م) - ن]}{م !} \times (هـ)^م \times (١ - هـ)^{ن-م} \times (٢٤)٠$$

))) الخطوة الرابعة من المرحلة الأولى :

ويمكن اختصار رموز عملية إخراج صور (م) الممكنة في (ن) ، بأن نضع (!) لكي نرمز به إلى كون العدد الموضوع إلى جانبه – ولنفرضه (م) مثلاً – مضروباً في جميع الأعداد الصحيحة التي يشتمل عليها بما فيها (م) نفسه ، فنختصر العملية كما يلي :

$$\frac{n!}{m!(n-m)!}$$

وعلى أساس هذا الاختصار يمكن أن نحدد قيمة تكرار الحادثة (م) مرة في (ن) كما يلي :

$$n! \times \left(\frac{1}{2} - 1 \right) \times \left(\frac{1}{2} \right) \times \dots \times \frac{1}{(n-m)!}$$

تنبيه : إذا أردنا أن نعرف كيف اختصرنا الكسر التالي :

$$\frac{n \times (n-1) \times \dots \times [(1-m) - 1]}{m!} \text{ بالكسر :}$$

$$\frac{n!}{m!(n-m)!} \text{ نقول :}$$

يمكننا أن نستبدل الكسر المتقدم بكسر آخر يساويه ، وذلك أن نضرب البسط والمقام بكميتين متساويتين . فإذا كان (ن) = (٤٠) ، وكان (م) في (ن) = ١٠ ، تكون المعادلة كما يلي :

$$\frac{1 \times \dots \times 29 \times 30 \times 31 \times \dots \times 38 \times 39 \times 40}{1 \times \dots \times 29 \times 30 \times 1 \times \dots \times 8 \times 9 \times 10}$$

يلاحظ هنا أننا ضربنا مفكوك (٣٠) في كل من البسط والمقام. وسوف تكون النتيجة واحدة ، وإذا أردنا اختصار المعادلة فهي :

$$! ٤٠$$

$$! ١٠ \times (١٠ - ٤٠) !$$

وحينما نستبدل الأرقام بالرموز فهي كما يلي :

$$ن !$$

$$(٢٦) . \frac{م ! \times (ن - م)}{(٢٦) .}$$

المرحلة الثانية :

(((والآن إذا رمزنا إلى حادثة ب (ر) وإلى نفيها ب (رَ) فقد نريد معرفة إيجاد عدد المرات الأكبر احتمالا لوقوع تلك الحادثة في (ن) من المرات، أي أن أي عدد من (ر) تكون قيمة احتمالها أكبر ما يمكن . ولنفرض في هذه الحالة أن قيمة احتمال وقوع الحادثة (ر) في مرة معينة معلومة ، ولنرمز إليها ب (هـ) كما أن عدد المرات الكلي الذي نرمز إليه ب (ن) معلوم أيضا .

إن معادلات برنولي هي التي تتكفل بإيجاد حل لهذه المسألة . ولنرمز إلى عدد معين من الأعداد التي تشتمل عليها (ن) ب (و) من قبيل (٧) في (١٥) مثلا، وإلى قيمة احتمال حادثة معينة ب (د ر) .((((٢٧)

إذن : الهدف من البحث في هذه المرحلة تعيين العدد الذي يتمتع بأكبر قيمة احتمالية من أعداد تكرر حادثة معينة في (ن) من المرات. (٢٨)

(((الخطوة الأولى من المرحلة الثانية : وبصدد الحل نحسب أولا الكسر الآتي :

$$\frac{در (و + ١)}{در (و)}$$

وفيما سبق قد عرفنا طريقة تحديد قيمة احتمال أن تتكرر الحادثة (و) مرة، أو (و + ١) مرة، فإذا طبقنا ذلك استخلصنا ما يلي :

$$\frac{\text{در (و + ١)}}{\text{در (و)}}$$

عدد الصور الممكنة لـ (و + ١) في (ن) × قيمة احتمال صورة مشخصة من تلك الصور

عدد الصور الممكنة لـ (و) في (ن) × قيمة احتمال صورة مشخصة من تلك الصور

وبلغة الرموز المتفق عليها نستخلص ما يلي :

$$\frac{\text{در (و + ١)} \times \frac{!}{(ن - و + ١)} \times \frac{!}{(ن - و + ١)}}{\text{در (و)} \times \frac{!}{(ن - و)}} = \frac{!}{(ن - و + ١)}$$

وبحل هذه المعادلة يتبين أن أيهما أكبر ، البسط أو المقام في ذلك الكسر المشار إليه، أي در (و + ١) \ در (و) ، فإن النسبة التي تحدد قيمة هذا الكسر قد تساوي واحدا صحيحا أو تكون أكبر منه أو أصغر ، ففي الحالة الأولى يكون البسط والمقام متساويين، وفي الحالة الثانية يكون البسط أكبر، وفي الحالة الثالثة يكون المقام أكبر .

والنسبة التي تحدد قيمة ذلك الكسر تطابق حاصل ضرب كسرين كما يلي :

$$\frac{\text{در (و + ١)}}{\text{در (و)}} \times \frac{ن - و}{و + ١} = \frac{!}{(ن - و + ١)}$$

فكلما كانت النسبة الأولى أكبر من واحد أو مساوية لواحد أو أصغر من واحد كان حاصل ضرب الكسرين الأخيرين كذلك أيضا وفقا للكسر الأول ، فإذا أردنا أن نعرف النسبة في الكسر الأول أكبر من واحد أو تساويه أو أصغر يمكننا الوصول إلى ذلك عن طريق الجواب على السؤال التالي :

$$\text{هل أن } 1 \text{ أكبر أو يساوي أو أصغر من } \left(\frac{ن-و}{ن+و} \times \frac{هـ}{هـ-1} \right) . (٢٩)$$

تنبيه :

$$\frac{\text{در} (1+و)}{\text{در} (و)} \quad \text{وقد يسأل أحدهم : كيف أصبح الكسر يساوي الكسر :}$$

$$\frac{\begin{array}{c} ن-و-1 \\ (ن-و) \times (1-در) \end{array}}{\begin{array}{c} (1+و) (1-و-ن) \\ (1-و-ن) \times (1-در) \end{array}}$$

الجواب : ((يتضح بالبيان التالي :

إذا أردنا أن نطبق ذلك على الرموز السابقة قلنا :

$$\text{أولا : (م) بالقياس إلى البسط} = (1+و)$$

$$\text{ثانيا : } (1/2) = (در)$$

$$\text{ثالثا : } (1-1/2) = (1-در)$$

$$\text{إذن} \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{n!}{m(m-1)!} =$$

وهو الحساب الذي انتهينا إليه فيما سبق =

$$= \frac{(n+1) - n}{(1 - n) \times} \times \frac{1 + n}{n} \times \frac{n!}{((1 + n) - n)(1 + n)}$$

$$\frac{1 - n}{(1 - n) \times} \times \frac{1 + n}{n} \times \frac{n!}{(1 - n)(1 + n)}$$

ونسمي ذلك بالنتائج الأول .

رابعاً : (م) بالقياس إلى المقام = (و)

$$= \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{n!}{m(m-1)!} =$$

$$\frac{n - n}{(1 - n) \times} \times \frac{و}{n} \times \frac{n!}{(و - n)(و)}$$

ونسمي ذلك بالنتائج الثاني .

ثم نقسم الناتج الأول على الناتج الثاني فيصبح هكذا :

$$\frac{\frac{\frac{1}{n} \times \frac{1}{1-n} \times \frac{1}{1-n}}{(1-n) \times (1-n)}}{\frac{\frac{1}{n} \times \frac{1}{1-n} \times \frac{1}{1-n}}{(1-n) \times (1-n)}}$$

ثم نقلب ما في ذلك من الكسر المركب إلى الكسر البسيط بقلب الكسر المقسوم عليه وضربه في المقسوم فيصبح هكذا :

$$\frac{\frac{1}{n} \times \frac{1}{1-n} \times \frac{1}{1-n}}{(1-n) \times (1-n) \times (1-n)} \times \frac{1}{n} \times \frac{1}{1-n} \times \frac{1}{1-n}$$

تنبيه آخر : وقد يسأل أحدهم - أيضا - : كيف اختصرنا الكسر التالي :

$$\frac{\frac{1}{n} \times \frac{1}{1-n} \times \frac{1}{1-n}}{(1-n) \times (1-n) \times (1-n)} \times \frac{1}{n} \times \frac{1}{1-n} \times \frac{1}{1-n}$$

$$\frac{1}{n} \times \frac{1}{1-n}$$

الجواب : ((لأجل التسهيل نجزيء ذلك إلى كسرين أحدهما مضروب في الآخر هكذا :

$$\frac{\frac{1+و}{در} \times \frac{1-و-ن}{(در-1)}}{\frac{و}{در} \times \frac{1-و-ن}{(در-1)}} \times \frac{\frac{1!}{ن} \times \frac{1!}{(ن-و)}}{\frac{1!}{ن} \times \frac{1!}{(ن-و-1)}} = \frac{(1+و)(1-و-ن)}{(و)(1-و-ن)} \times \frac{1!}{1!}$$

فأولا نختصر الكسر الأول فنقول :

$$= \frac{\frac{1!}{و} \times \frac{1!}{(ن-و)}}{\frac{1!}{(1-و-ن)} \times \frac{1!}{(1+و)}} = \frac{1!}{1!} \times \frac{(1-و-ن)(1+و)}{(و)(1-و-ن)}$$

$$\frac{و(ن-و)(1-و-ن)}{1+و} = \frac{و(ن-و)(1-و-ن)}{1+و} \times \frac{1!}{1!} = \frac{و(ن-و)(1-و-ن)}{1+و}$$

وثانيا نختصر الكسر الثاني بعد معرفة أن در = هـ فنقول :

$$= \frac{\frac{1+و}{در} \times \frac{1-و-ن}{(در-1)}}{\frac{و}{در} \times \frac{1-و-ن}{(در-1)}} = \frac{1+و}{و} \times \frac{1-و-ن}{1-و-ن}$$

$$= \frac{1+و}{و} \times \frac{1-و-ن}{1-و-ن} = \frac{1+و}{و}$$

هـ
 وهذا ما نسميه بالنتائج الثاني ؟
 ١ - هـ

ثم نضرب الناتج الأول في الناتج الثاني فيصبح هكذا :

$$\begin{array}{r} \text{ن - و} \\ \hline \text{و + ١} \end{array} \times \begin{array}{r} \text{هـ} \\ \hline \text{١ - هـ} \end{array} = ((٣١))$$

أمثلة توضيحية للخطوة الأولى من المرحلة الثانية :

مثال : هل أن احتمال خروج وجه الكتابة عشر مرات أكبر من احتمال خروجه إحدى عشرة مرة ضمن أربعين رمية لقطعة النقد، أم العكس ؟

هناك أسلوبان للإجابة على هذا الاستفهام ، فمن الممكن أن نتعرف على الاحتمال الأكبر عن طريق حساب قيمة كل احتمال من الاحتمالين . وهناك طريق آخر أقصر من الأول، وذلك بأن نحسب قيمة الكسر التالي :

احتمال خروج الكتابة (١٠ + ١) مرات

احتمال خروج الكتابة (١٠) مرات

فإذا كانت النتيجة = (١) فهذا يعني تساوي قيمة الاحتمالين، وإذا كانت أكبر من واحد فهذا يعني أن احتمال خروجه (١١) مرة أكبر، وإذا كانت نتيجة اختصار الكسر أصغر من واحد فهذا يعني أن قيمة احتمال خروجه عشر مرات أكبر من قيمة احتمال خروجه (١١) مرة .

نتبع الأسلوب التالي، ونرمز إلى احتمال خروج الكتابة بـ (ح) ،
فيكون الكسر كما يلي :

$$\frac{\frac{11-z}{2} \times \frac{11-1}{2} \times \frac{!z}{!(11-z)!11}}{\frac{1-z}{2} \times \frac{1-1}{2} \times \frac{!z}{!(1-z)!1}} = \frac{(1+1)z}{(1)z}$$

والكسر الأخير يساوي :

$$\begin{aligned}
& \frac{11 - \xi, \quad 1 \quad 11 \quad 1}{\left(\frac{-}{\gamma}\right) \times \left(\frac{-}{\gamma}\right) \times ! (1, - \xi,) ! 1, ! \xi,} \\
& \frac{1, - \xi, \quad 1 \quad 1, \quad 1}{\left(\frac{-}{\gamma}\right) \times \left(\frac{-}{\gamma}\right) \times ! (11 - \xi,) ! 11 ! \xi,} \\
& \frac{11 - \xi, \quad 1 \quad 11 \quad 1}{\left(\frac{-}{\gamma}\right) \times \left(\frac{-}{\gamma}\right) \times ! (1, - \xi,) ! 1,} \\
& \frac{1, - \xi, \quad 1 \quad 1, \quad 1}{\left(\frac{-}{\gamma}\right) \times \left(\frac{-}{\gamma}\right) \times ! (11 - \xi,) ! 11} \\
& \frac{11 - \xi, \quad 1 \quad 11 \quad 1}{\left(\frac{-}{\gamma}\right) \times \left(\frac{-}{\gamma}\right) \times ! (1, - \xi,) ! 1,} \\
& \frac{1, - \xi, \quad 1 \quad 1, \quad 1}{\left(\frac{-}{\gamma}\right) \times \left(\frac{-}{\gamma}\right) \times ! (11 - \xi,) ! 1, \times 11}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \frac{\frac{11 - \xi, \quad 1}{\gamma} \quad 11 \quad 1}{\left(\frac{1}{\gamma}\right) \times \left(\frac{1}{\gamma}\right) \times ! (1, - \xi,)} \\
& \frac{\quad}{1, - \xi, \quad 1 \quad 1, \quad 1} \\
& \frac{\quad}{\left(\frac{1}{\gamma}\right) \times \left(\frac{1}{\gamma}\right) \times ! (11 - \xi,) 11} \\
& \frac{11 - \xi, \quad 1 \quad 11 \quad 1}{\left(\frac{1}{\gamma}\right) \times \left(\frac{1}{\gamma}\right) \times ! (1 - 1, - \xi,) (1, - \xi,)} \\
& \frac{\quad}{1, - \xi, \quad 1 \quad 1, \quad 1} \\
& \frac{\quad}{\left(\frac{1}{\gamma}\right) \times \left(\frac{1}{\gamma}\right) \times ! (11 - \xi,) 11} \\
& \frac{11 - \xi, \quad 1 \quad 11 \quad 1}{\left(\frac{1}{\gamma}\right) \times \left(\frac{1}{\gamma}\right) \times (1, - \xi,)} \\
& \frac{\quad}{1, - \xi, \quad 1 \quad 1, \quad 1} \\
& \frac{\quad}{\left(\frac{1}{\gamma}\right) \times \left(\frac{1}{\gamma}\right) \times 11} \\
& \frac{11 - \xi, \quad 1 \quad 1}{\left(\frac{1}{\gamma}\right) \times \left(\frac{1}{\gamma}\right) \times (1, - \xi,)} \\
& \frac{\quad}{1, - \xi, \quad 1} \\
& \frac{\quad}{\left(\frac{1}{\gamma}\right) \times 11} \\
& \frac{3, \quad \frac{1}{\gamma} \times 3, \quad \frac{1}{\gamma} \times (1, - \xi,)}{11} = \frac{\quad}{\frac{1}{\gamma} \times 11} = \frac{\quad}{\frac{1}{\gamma} \times 11} =
\end{aligned}$$

وحيث أن النتيجة أكبر من (١)، إذن فاحتمال خروج وجه الكتابة (١١) مرة أكبر من احتمال خروجه (١٠) مرات .

مثال : هل أن احتمال ظهور وجه الكتابة (١٢) مرة أكبر أم (١٣) مرة ضمن أربعين رمية ؟

$$\frac{ح (١ + ١٢)}{ح (١٢)} : \text{نحسب قيمة الكسر التالي :}$$

$$\frac{١٣ - ٤٠ \quad ١ \quad ١٣ \quad ١ \quad ! ٤٠}{\left(\frac{1}{2}\right) \times \left(\frac{1}{2}\right) \times \frac{! ٤٠}{! (١٣ - ٤٠) ! ١٣}} =$$

$$\frac{١٢ - ٤٠ \quad ١ \quad ١٢ \quad ١ \quad ! ٤٠}{\left(\frac{1}{2}\right) \times \left(\frac{1}{2}\right) \times \frac{! ٤٠}{! (١٢ - ٤٠) ! ١٢}}$$

$$\frac{١٣ - ٤٠ \quad ١ \quad ١٣ \quad ١ \quad ! (١٢ - ٤٠) ! ١٢ ! ٤٠}{\left(\frac{1}{2}\right) \times \left(\frac{1}{2}\right) \times ! (١٢ - ٤٠) ! ١٢ ! ٤٠} =$$

$$\frac{١٢ - ٤٠ \quad ١ \quad ١٢ \quad ١ \quad ! (١٣ - ٤٠) ! ١٣ ! ٤٠}{\left(\frac{1}{2}\right) \times \left(\frac{1}{2}\right) \times ! (١٣ - ٤٠) ! ١٣ ! ٤٠}$$

$$\frac{١٣ - ٤٠ \quad ١ \quad ١٣ \quad ١ \quad ! (١ - ١٢ - ٤) (١٢ - ٤٠) ! ١٢}{\left(\frac{1}{2}\right) \times \left(\frac{1}{2}\right) \times ! (١ - ١٢ - ٤) (١٢ - ٤٠) ! ١٢} =$$

$$\frac{١٢ - ٤٠ \quad ١ \quad ١٢ \quad ١ \quad ! (١٣ - ٤٠) ! ١٢ ! ١٣}{\left(\frac{1}{2}\right) \times \left(\frac{1}{2}\right) \times ! (١٣ - ٤٠) ! ١٢ ! ١٣}$$

$$\frac{28}{13} = \frac{\frac{1}{2} \times 28}{\frac{1}{2} \times 13} = \frac{\frac{1}{2} \times (12 - 40)}{\frac{1}{2} \times 13} =$$

إذن ! ظهور وجه الكتابة (١٣) مرة أكبر من احتمال ظهور وجه
الكتابة (١٢) مرة .

مثال : هل أن احتمال ظهور وجه الكتابة (١٨) مرة أكبر، أم احتمال
ظهوره (١٩) مرة هو الأكبر ؟

$$\frac{\text{ح (١ + ١٨)}}{\text{ح (١٨)}} : \text{نحسب قيمة الكسر التالي :}$$

$$\frac{\frac{19-40}{2} \times \frac{19}{2} \times \frac{!40}{!(19-40)!19}}{\frac{18-40}{2} \times \frac{18}{2} \times \frac{!40}{!(18-40)!18}} =$$

$$\frac{\frac{19-40}{2} \times \frac{19}{2} \times !(18-40)!18!40}{\frac{18-40}{2} \times \frac{18}{2} \times !(19-40)!19!40} =$$

$$\frac{22}{19} = \frac{18-40}{19} =$$

إذن احتمال ظهور وجه الكتابة (١٩) مرة أكبر من احتمال ظهوره (١٨) مرة .

نأتي هنا لاستخدام الرموز بدلا من الأرقام، ونرمز إلى العدد الكلي للرميات الذي هو (٤٠) رمية بـ (ن)، ولعدد الرميات التي يراد قياس احتمالها بـ (و)، ولقيمة احتمال ظهور وجه الكتابة بـ (هـ) . حينئذ ستكون معادلة (برنولي) كما يلي :

$$\frac{ح (و + ١)}{ح (و)}$$

$$= \frac{[(و + ١) - ن] \times \frac{ح (و + ١)}{ح (هـ)} \times \frac{ن!}{[(و + ١) - ن]! (و + ١)!}}{(و - ن) \times \frac{و}{ح (هـ)} \times \frac{ن!}{و! (و - ن)!}}$$

$$= \frac{(و - ن - ١) \times \frac{و + ١}{ح (هـ)} \times \frac{ن! (و - ن)!}{(و - ن - ١)! (و + ١)!}}{(و - ن) \times \frac{و}{ح (هـ)} \times \frac{ن! (و + ١)! (و - ن)!}{(و - ن - ١)! (و + ١)!}}$$

$$= \frac{و - ن}{و + ١} \times \frac{ح}{ح - ١} \times (٣٢)$$

))) الخطوة الثانية من المرحلة الثانية : وإذا ما أردنا مثلاً أن نحدد قيمة (و) التي يتحقق عندها العلاقة التالية :

((در (و + ١) أكبر من در (و)) فلا بد أن نحدد قيم (و) التي يكون معها

$$\frac{\text{ن} - \text{و}}{\text{و} + ١} \times \frac{\text{و}}{\text{و} - ١} : \text{الواحد الصحيح أصغر من}$$

ومعنى أن الواحد أصغر من ذلك أن البسط أكبر من المقام أي أن (ن - و) أكبر (و + ١) $\times$ (و - ١) وهو عبارة أخرى عن أن در (و + ١) أكبر من در (و) لأن نسبة كل من هذين البسطين إلى مقامه واحدة .

وما دمنا نريد أن نحدد قيم (و) التي يكون معها الواحد الصحيح أصغر من

$$\frac{\text{ن} - \text{و}}{\text{و} + ١} \times \frac{\text{و}}{\text{و} - ١}$$

لكي تتحقق عندها العلاقة المطلوبة، فسوف نجد أن قيم (و) التي تحقق هذا الشرط هي دائماً أصغر من ((ن $\times$ در - (١ - در))، أي من عدد مجموع المرات مضروباً في قيمة احتمال الحادثة ناقصاً قيمة احتمال عدمها؛ لأن (و) لو ساواه لما كان الواحد أصغر من

$$\frac{\text{ن} - \text{و}}{\text{و} + ١} \times \frac{\text{و}}{\text{و} - ١} \text{ بل لساواه}$$

كما أن : (و) لو كان أكبر من ((ن $\times$ در - (١ - در))، لكان الواحد أكبر من ناتج ضرب ذينك الكسرين، فلا بد إذن أن يكون

(و) أصغر من العدد الحاصل من ضرب مجموع المرات في قيمة احتمال الحادثة مطروحا منه قيمة احتمال عدمها، وما دام (و) أصغر من قيمة ذلك العدد فسوف يصدق دائما أن قيمة احتمال تكرار الحادثة في (و + ١) أكبر من قيمة احتمال تكرار الحادثة في (و) فقط، وأما إذا كان (و) مساويا للعدد الحاصل من ضرب مجموع المرات في قيمة احتمال الحادثة مطروحا منه قيمة احتمال عدمها، فسوف تكون قيمة احتمال تكرار الحادثة في (و + ١) مساوية لقيمة احتمال تكرار الحادثة في (و) فقط، وإذا كان (و) أكبر من العدد الحاصل من ضرب مجموع المرات في قيمة احتمال الحادثة مطروحا منه قيمة احتمال عدمها، فسوف تكون قيمة احتمال تكرار الحادثة في (و + ١) أصغر من قيمة احتمال تكرار الحادثة في (و) فقط (٣٣) .

ويمكن تسليط الضوء على هذه الخطوة بصورة أكبر من خلال المثال التالي :

مثال : ما هي عدد المرات التي تتمتع بأكبر قيمة احتمالية لظهور وجه الصورة ، إذا ما قذفنا بقطعة النقد (١٥) مرة ؟

تعرفنا في المثال السابق على الكسر الذي يتم بموجبه قياس أي الاحتمالين هو الأكبر، احتمال (و) أو احتمال (و + ١) ؟ وكان الكسر مساويا للمعادلة التالية :

$$\frac{ن - و}{و + ١} \times \frac{هـ}{هـ - ١}$$

$$\frac{ن - و}{و + ١} \times \frac{هـ}{هـ - ١} = \frac{\text{قيمة احتمال ظهور الصورة في (و + ١)}}{\text{قيمة احتمال ظهور الصورة في (و)}} \text{ أي أن}$$

فإذا تساوى البسط والمقام وكانت نتيجة الكسر واحدا فهذا يعني أن احتمال ظهور وجه الصورة في (و) من المرات مساو لاحتمال ظهور وجه الصورة في (و + ١) من المرات. أما إذا كانت النتيجة أكبر من واحد، فهذا يعني أن البسط أكبر من المقام وكان احتمال ظهور وجه الصورة في (و + ١) من المرات أكبر من احتمال ظهورها في (و) من المرات.

ونحن نستطيع أن ننطلق من المعادلة :

$$\frac{ن - و}{و + ١} = \frac{هـ}{هـ - ١}$$

لاكتشاف عدد المرات التي تتمتع بأكبر قيمة احتمالية لظهور وجه الصورة في حال قذفنا لقطعة النقد (١٥) مرة . ونبدأ بطرح الاستفهام التالي :

هل هناك مقياس يمكن أن نتخذه قاعدة نستعين بها على معرفة الاجابة على الاستفهام التالي : متى يكون البسط مساويا للمقام في الكسر

$$\frac{ن - و}{و + ١} = \frac{هـ}{هـ - ١}$$

أي حين يكون احتمال (و) مساويا لاحتمال (و + ١) ؟

نعم هناك مقياس يمكن اعتماده كقاعدة لمعرفة تساوي البسط والمقام، وهذا المقياس هو إذا كانت (و) مساوية للحد التالي :

(المجموع الكلي لرميات قطعة النقد × احتمال ظهور وجه الصورة في رمية من الرميات - احتمال عدم ظهوره) .

وإذا رمزنا للمجموع الكلي للرميات بـ (ن) وإلى قيمة احتمال ظهور وجه الصورة بـ (هـ) حينئذ يمكن أن نضع الحد في الصيغة الرمزية التالية :

$$[ن \times هـ - (١ - هـ)] .$$

--- في ضوء ما تقدم اتضح لنا أننا إذا قذفنا قطعة النقد (ن) مرة، وأردنا أن نتعرف على عدد المرات التي تتمتع بأكبر قيمة احتمالية لظهور وجه الصورة، فنستطيع ذلك عن طريق حساب القيمة الاحتمالية لكل اعداد المرات .

واتضح أيضا أن عدد المرات إذا ساوى الحد فسوف تكون قيمته الاحتمالية مساوية لعدد المرات + ١ . وأن عدد المرات إذا كان أكبر من الحد بواحد فسوف تكون قيمته الاحتمالية أكبر من عدد المرات + ١ . وأن عدد المرات إذا كان أصغر من الحد فسوف يكون احتمال عدد المرات + ١ أكبر من احتمال عدد المرات ٠ (٣٤)

))) **الخطوة الثالثة من المرحلة الثانية :** وهذا يعني أن كل عدد من أعداد تكرار الحادثة في (ن) من المرات إذا كان أصغر من : (عدد المرات $\times$ قيمة احتمال الحادثة - قيمة احتمال عددها)، وهو ما سوف نطلق عليه اسم الحد، فليس هو العدد الذي يتمتع بأكبر قيمة احتمالية من أعداد تكرار الحادثة في (ن) من المرات؛ لأن كونه أصغر من الحد يحقق أن قيمته الاحتمالية أصغر من القيمة الاحتمالية للعدد الذي يزيد عليه بواحد.

فلا بد إذن أن لا يكون العدد الذي يتمتع بأكبر قيمة احتمالية من أعداد تكرار الحادثة في (ن) أصغر من الحد، كما أنه يجب ان لا يكون أكبر من الحد بواحد ؛ لأن الحد أعلى من قيم (و)، والعدد المطلوب أكبر من أعلى قيم (و) بواحد، فلا بد أن لا تصل زيادته على الحد إلى الواحد وإلا لكانت زيادته على أعلى قيم (و) أكثر من واحد .

ونستخلص من ذلك أن العدد المطلوب – أي عدد التكرار الأكثر قيمة – محصور في منطقة محددة تبدأ من الحد ولا تصل إلى الحد + ١، أي أنه ليس بأصغر من الحد ولا أكبر منه بواحد.

ويمكن تحديد المنطقة بالرموز كما يلي بين ((ن × د ر – (١ – د ر)) و ((ن × د ر + د ر)).

وعادة لا يتطابق العدد المطلوب مع نفس الحد ؛ لأن الحد في الغالب يشتمل على الكسر على أساس أن قيمة احتمال الحادثة تتمثل في كسر دائماً، لكن إذا اتفق أن أصبح الحد عدداً صحيحاً فسوف يكون العدد المطابق للحد مع نفس العدد زائداً واحد يتمتعان بأكبر قيمة احتمالية، كما إذا فرضنا أن عدد المرات (١٥) وأن احتمال وقوع الحادثة ١/٢ فإن الحد يكون حينئذ عدداً صحيحاً وهو (٧)، ويكون (٧) و (١ + ٧) أكبر أعداد تكرار الحادثة في القيمة الاحتمالية ((٣٥)٠.

وعلى هذا الأساس نستطيع أن نقول : إننا إذا قذفنا قطعة النقد (ن) مرة، فعدد المرات التي تتمتع بأكبر قيمة احتمالية لظهور وجه الصورة يجب أن لا تكون أصغر من الحد، لأنها لو كانت أصغر من الحد فسوف لا تكون العدد الذي يتمتع بأكبر قيمة احتمالية لظهور وجه الصورة. لأن العدد المفروض + ١ سيكون أكبر من قيمة احتمال العدد المفروض.

إذن عدد المرات الأكبر احتمالاً لظهور وجه الصورة يجب أن لا تكون أصغر من الحد، أي أصغر من [العدد الكلي لرميات قطعة النقد × قيمة احتمال ظهور وجه الصورة – (١ – قيمة احتمال ظهور وجه الصورة)]، وإذا استخدمنا الرموز نقول أن أكبر قيمة لـ (و) في (ن) يجب أن لا تكون أصغر من [ن × هـ - (١ - هـ)] .

كما نستطيع أن نقول على ضوء ما تقدم : أن عدد المرات الأكبر احتمالاً يجب أن لا تزيد على الحد بأكثر من واحد. لأن عدد المرات

التي تساوي قيمة الحد تساوي في قيمتها الاحتمالية لعدد المرات + ١ ، وما يزيد عن الحد بواحد اكبر احتمالا مما هو أكبر منه في عدد المرات.

إذن نستطيع أن نحصر عدد المرات التي تتمتع بأكبر قيمة في المنطقة التي تبتدئ بالحد وتنتهي بالحد + ١ .

أي من [العدد الكلي للرميات × قيمة احتمال الحادثة - (١ - قيمة احتمال الحادثة)] إلى [العدد الكلي للرميات × قيمة احتمال الحادثة - (١ - قيمة احتمال الحادثة) + ١] .

وإذا استخدمنا الرموز يكون العدد الأكبر احتمالا مرددا بين :

$$[(١ - هـ) - (١ - هـ)] \leftrightarrow [(١ - هـ) - (١ - هـ) + ١] \quad (٣٦)$$

المرحلة الثالثة :

والهدف من البحث في هذه المرحلة إثبات أنه كلما زاد عدد مجموع الاختبارات قلت نسبة التفاوت بين كل من (الحد) و (الحد + ١) وبين العدد الواقع بينهما الذي يتمتع - حسب ما انتهينا إليه في المرحلة السابقة من البحث - بأكبر قيمة احتمالية من أعداد تكرار الحادثة، بحيث سيبلغ التفاوت بينه وبينهما في الأعداد الكبيرة جدا إلى نسبة ضئيلة يمكن اعتبارها ملغية، فيعتبر العدد الأقوى احتمالا من أعداد تكرار الحادثة مساويا للحددين المحيطين به. (٣٧)

وقد قسمنا ما ورد في هذا البحث إلى خطوتين :

(((الخطوة الأولى من المرحلة الثالثة : وحتى الآن قد حصرنا العدد المطلوب بوصفه عددا صحيحا بين حدين، ولكن بالإمكان تحويله إلى كسر وحصره بين حدين ، وذلك إذا فرضنا أن (ن) هو العدد الأكثر احتمالا لوقوع حادثة معينة عند إجراء (ن) من

الاختبارات. فإن n/N هي النسبة الأكثر احتمالا لوقوع الحادثة عند إجراء (n) من الاختبارات، وهذه النسبة تقع بين حدين كما يلي :

$$1 - \frac{d}{n} \text{ — أصغر من } \frac{n}{n} \text{ ، وهذا أصغر من } d + \frac{d}{n} \text{ ،}$$

أي أن تلك النسبة هي أكبر من قيمة احتمال الحادثة بعد أن نطرح منها قيمة احتمال عدم الحادثة المقسومة على عدد الاختبارات، وأصغر من قيمة احتمال الحادثة زائدا قيمة احتمال الحادثة المقسومة على عدد المرات (38) .

وبصدد توضيح كيف أن النسبة n/N التي هي النسبة الأكثر احتمالا لوقوع الحادثة عند إجراء (n) من الاختبارات هي النسبة التي تقع بين الحدين المذكورين أعلاه نقول :

توضيح ذلك أن (n) يعبر حسب الفرض عن العدد الأكثر احتمالا لوقوع الحادثة، وقد ثبت فيما مضى أنه أكبر من الحد، أعني : $[n \times d - (1 - d)]$ وأصغر من الحد زائدا واحدا، أعني : $[n \times d + d]$ (لو لم يتفق كون الحد مع ما يزيد عليه بواحد كلاهما المطلوب) .

إذن فحينما قسمنا (n) على (n) لأجل أخذ النسبة الكسرية فمن الطبيعي أن يقسم الحدان أيضا على (n) بالطريقة التالية :

$$\frac{\text{الحد}}{n} = \frac{n \times d - (1 - d)}{n} = \frac{n \times d}{n} - \frac{1 - d}{n} = \frac{d}{n} - \frac{1 - d}{n} \text{ : أولا}$$

$$\frac{\text{الحد}}{n} = \frac{1 + n \times d + d}{n} = \frac{1}{n} + \frac{n \times d}{n} + \frac{d}{n} = \frac{1}{n} + d + \frac{d}{n} \text{ : ثانيا (٣٩)}$$

(((الخطوة الثانية من المرحلة الثالثة : وهذا يوضح أنه كلما ازداد عدد الاختبارات فهذا يعني ازدياد (ن) أي المقسوم عليه في الكسرين الواقعين في الحدين فيصغر جدا كسر : $1 / ن - 1$ / $ن$ وكسر $ن / ن$ / $ن$ بحيث يمكن إهمالهما، ويعتبر الحدان متساويين ومتساويين لـ (ن)، وهذا هو معنى أن الحادثة إذا كان احتمال وقوعها $1/2$ فسوف يكون نسبة تكررها في حالة القيام باختبارات كثيرة جدا هو النصف أيضا)) (٤٠)

ولتوضيح ما تقدم نقول : إن المقام في كلا الكسرين عبارة عن (ن) الذي يعبر عن عدد مجموع الاختبارات، وبحسب القاعدة العامة كلما زاد العدد في المقام صغر الكسر، ولكن بما أن الكسر الواقع في الحد الأول ($ن - 1$ / $ن$ - 1 / $ن$) يشكل عددا منفيًا؛ لأنه مسبوق بعلامة الناقص، والكسر الواقع في الحد الثاني ($ن + 1$ / $ن$ / $ن$) يشكل عددا مثبتًا لأنه مسبوق بعلامة الزائد، فكلما صغر الكسران كبرت نتيجة الحد الأول وصغرت نتيجة الحد الثاني، فيقتربان معا إلى الكسر المتوسط : ($ن / ن$) الذي يرمز إلى نسبة العدد الأقوى احتمالا إلى مجموع الاختبارات، حتى يبلغ التفاوت بين الكسور الثلاثة درجة ضئيلة تساعد على اعتبارها متساوية. (٤١)

وبعبارة أخرى :

لنفرض أن (هـ) التي هي رمز لقيمة احتمال وقوع الحادثة (وجه الصورة) في كل مرة من مرات رمي قطعة النقد تساوي $1 / 2$ ، حينئذ تصح المعادلة التالية :

$$\frac{1/2}{ن} + 1/2 \geq \frac{م}{ن} \geq \frac{1/2 - 1}{ن} - 1/2$$

أي أن عدد المرات الأكثر احتمالا بالنسبة إلى العدد الكلي لمرات قذف قطعة النقد يتراوح بين :

$$\frac{1/2}{N} + 1/2 \text{ ، و } \frac{1/2}{N} - 1/2$$

من هنا فكلما ازداد عدد (ن) فهذا يعني تضائل الكسرين :

$$\frac{1/2}{N} \text{ و } \frac{1/2 - 1}{N}$$

إلى درجة يمكن معها إهمالهما ، وتكون ن/م بين 1/2 و 1/2 ، أي مساوية للنصف.

على هذا الأساس يصح لنا في ضوء معادلات وتوزيع برنولي أن نقرر الحقيقة التالية :

(أن عدد المرات الأكبر احتمالاً يميل بزيادة العدد الكلي للاختبارات إلى الاقتراب من قيمة احتمال الحادثة منفردة، وعندما تزداد الاختبارات بشكل كبير يمكننا أن نؤكد أن عدد المرات الأكبر احتمالاً بالنسبة لعدد الاختبارات، التي أجريناها ، يساوي قيمة احتمال الحادثة منفردة. (٤٢)

))) النتيجة النهائية لنظرية برنولي :

والمحتوى الحقيقي لهذه النظرية هو أن حادثة (ر) إذا كانت محتملة بدرجة 1/2 وقمنا بأربعة اختبارات مثلاً، فسوف توجد لدينا خمسة احتمالات لوقوع الحادثة (ر) وهي :

أولاً : أنها وقعت في الجميع.

ثانيا : أنها وقعت في واحد.

ثالثا : أنها وقعت في اثنين.

رابعا : أنها وقعت في ثلاثة.

خامسا : أنها لم تقع أصلا.

وهذه التقادير مختلفة في عدد الصور الممكنة لها، فالتقدير الأول له صورة واحدة، والثاني له أربع صور، والثالث له ست صور، والرابع له أربع صور، والخامس له صورة واحدة، والمجموع (١٦) صورة. ولما كانت قيمة احتمال الحادثة (ر) هي $1/2$ فالصور كلها متساوية في قيمتها الاحتمالية، وينتج من ذلك أن يكون احتمال وقوع الحادثة مرتين فقط هو أكبر الاحتمالات؛ لأنه يشتمل على ست صور، بينما تشتمل الاحتمالات الأخرى على صورا أقل، غير أن الاحتمالات الأخرى في هذا المثال ليست صغيرة بدرجة يمكن إهمالها، وعلى هذا الأساس لا يمكن أن ندعي التأكد بشكل تقريبي بأن الحادثة سوف تتكرر في مرتين فقط، ولكن عندما يزداد عدد الاختبارات جدا تصبح الصور التي يشتمل عليها الاحتمال الأكبر قيمة كثيرة جدا بموجب قاعدة الجمع والتوافق، إلى درجة تتضاءل أمامها مجموع الصور التي تشتمل عليها سائر الاحتمالات الأخرى فيمكن إهمالها عمليا والتأكيد بأنه في مجموعة كبيرة جدا من الاختبارات سوف تتكرر الحادثة بالدرجة التي يحددها الاحتمال الأكبر قيمة، مع فسخ المجال لافتراض اختلاف يسير جدا (٤٣)٠(

صياغة مختصرة لما تقدم :

ويمكننا – فيما لو وجد القاريء الكريم صعوبة فيما تقدم – إعادة صياغة ما تقدم من بحوث في نظرية التوزيع لبرنولي بشكل مختصر كما يلي :

المرحلة الأولى : في هذه المرحلة نحاول التوصل إلى حساب قيمة احتمال تكرار وقوع حادثة معينة (م) مرة ضمن إجراء عملية الاختبار (ن) مرة. فإذا رمزنا إلى قيمة احتمال الحادثة بـ (هـ) يمكننا الحصول على ما تقدم باتباع الخطوات التالية :

الخطوة الأولى من المرحلة الأولى : لما كان لفرضية تكرار الصورة (م) مرة وتكرر الكتابة (ن - م) صور عديدة فبالإمكان أن نأخذ صورة محددة من تلك الصور بحيث نشخص (م) في مرات معينة، ونشخص (ن - م) في مرات معينة أيضاً، ونحسب قيمة احتمال تلك الصورة :

$$\text{قيمة احتمال تلك الصورة بالذات} = (هـ) \times (ن - م)$$

الخطوة الثانية من المرحلة الأولى : وبعد هذا لا بد أن نتصور عدد الصور الممكنة للفرضية المطروحة، ونحصل ذلك عن طريق تطبيق القاعدة المعروفة للتوافيق على (م) و (ن) لنعرف كم صورة لـ (م) في (ن) وذلك كما يلي :

ن !

$$م ! (ن - م) !$$

الخطوة الثالثة من المرحلة الأولى : وبعد أن نستخرج عدد صور (م) في (ن) وقيمة احتمال كل صورة، يمكننا أن نحدد قيمة احتمال الفرضية المطروحة بضرب عدد الصور الممكنة لـ (م) في (ن) في قيمة صورة مشخصة بعينها. ومعادلة ذلك :

$$\frac{ن !}{م ! (ن - م) !} \times (هـ) \times (ن - م)$$

المرحلة الثانية : نحاول في هذه المرحلة تعيين العدد الذي يتمتع بأكبر قيمة احتمالية من أعداد تكرر حادثة معينة في (ن) من المرات. ويمكننا الحصول على ذلك باتباع الخطوات التالية :

الخطوة الأولى من المرحلة الثانية : في هذه الخطوة تتم المقايسة بين قيمة احتمال تكرر الحادثة بعدد معين يرمز إليه بـ (و) وقيمة احتمال تكررها بذلك العدد زائداً واحداً، وذلك بوضع قيمة احتمال (و + ١) بسطاً وقيمة احتمال (و) مقاماً وتحديد كل منهما بطريقة المحاسبات الرمزية التي انتهينا إليها في المرحلة السابقة من البحث بعد تبديل (م) السابقة بـ (و + ١) في البسط وتبديلها بـ (و) في المقام، لمعرفة أي القيمتين أكبر.

وبمعنى آخر : إذا أردنا قياس أي الاحتمالين (و) أو (و + ١) هو الأكبر، فيمكننا التوصل إلى ذلك من خلال حساب قيمة الكسر التالي :

$$\frac{ح (و + ١)}{ح (و)}$$

وفيما سبق قد عرفنا تحديد قيمة احتمال أن تتكرر الحادثة (و) مرة، أو (و + ١) مرة، فإذا طبقنا ذلك استخلصنا ما يلي :

عدد الصور الممكنة لـ (و + ١) في (ن) × قيمة احتمال صورة مشخصة من تلك الصور

عدد الصور الممكنة لـ (و) في (ن) × قيمة احتمال صورة مشخصة من تلك الصور

وبحل هذه المعادلة يتبين أن أيهما أكبر البسط أو المقام في ذلك الكسر المشار إليه،

$$\frac{ح (و + ١)}{ح (و)} أي$$

فإن النسبة التي تحدد قيمة هذا الكسر قد تساوي واحدا صحيحا أو تكون أكبر منه أو أصغر، ففي الحالة الأولى يكون البسط والمقام متساويين، وفي الحالة الثانية يكون البسط أكبر، وفي الحالة الثالثة يكون المقام أكبر.

على أن نشير إلى التالي : أن النسبة التي تحدد قيمة الكسر التالي :

$$\frac{\text{ح (و + ١)}}{\text{ح (و)}} \quad \text{تطابق تماما حاصل ضرب الكسرين التاليين :}$$

$$\frac{\text{ن - و}}{\text{و + ١}} \times \frac{\text{هـ}}{\text{هـ - ١}}$$

الخطوة الثانية من المرحلة الثانية : قلنا أن قيمة حاصل ضرب الكسرين التاليين :

$$\frac{\text{ن - و}}{\text{و + ١}} \times \frac{\text{هـ}}{\text{هـ - ١}}$$

هي التي تحدد أي الاحتمالين أكبر : (و + ١) أو (و) ، فإذا كانت هذه القيمة تساوي واحدا صحيحا، فهذا يعني : أن البسط والمقام متساويين ، أي أن كلا الاحتمالين : (و + ١) و (و) متساويين ، وإذا كانت أكبر من واحد، فهذا يعني أن البسط أكبر من المقام، أي أن احتمال (و + ١) أكبر من احتمال (و) ، وإذا كانت أصغر من واحد و فهذا يعني ان المقام أكبر من البسط، أي أن احتمال (و) أكبر من احتمال (و + ١) .

والسؤال الأساسي في هذه الخطوة هو التالي : هل هناك مقياس يمكن أن نتخذ قاعدة نستعين بها على معرفة الإجابة على الاستفهام التالي : متى يكون البسط مساويا للمقام في الكسر :

$$\frac{ن - و}{هـ} \times \frac{و + ١}{هـ - ١}$$

أي حين يكون احتمال (و) مساويا لاحتمال (و + ١) ؟

نعم هناك مقياس يمكن اعتماده كقاعدة لمعرفة تساوي البسط والمقام، وهذا المقياس هو إذا كانت (و) مساوية للحد التالي :

(المجموع الكلي للمرات $\times$ قيمة احتمال الحادثة - قيمة احتمال عدمها) .

وإذا رمزنا للمجموع الكلي للمرات بـ (ن)، وإلى قيمة احتمال الحادثة بـ (هـ) يمكن أن نضع الحد في الصيغة الرمزية التالية : [ن $\times$ هـ - (هـ - ١)] .

إذن : يتضح لنا أن (و) إذا ساوى الحد فسوف تكون قيمته مساوية لـ (و + ١)، وإذا كان (و) أكبر من الحد فسوف تكون قيمته أكبر من (و + ١)، وإذا كان (و) أصغر من الحد فسوف تكون قيمته أصغر من (و + ١) .

الخطوة الثالثة من المرحلة الثانية : وعلى أساس ما تقدم نستطيع أن نقول : أن عدد المرات التي تتمتع بأكبر قيمة احتمالية لحادثة معينة يجب أن لا تكون أصغر من الحد، لأنها لو كانت أصغر من الحد فسوف لا تكون العدد الذي يتمتع بأكبر قيمة احتمالية للحادثة؛ لأن العدد المفروض + ١ سيكون أكبر قيمة من احتمال العدد المفروض.

إذن عدد المرات الأكبر احتمالا يجب أن لا تكون أصغر من الحد، أي أصغر من [العدد الكلي للمرات $\times$ قيمة احتمال الحادثة - (١ - قيمة احتمال الحادثة)] ، وإذا استخدمنا الرموز نقول أن أكبر قيمة لـ (و) في (ن) يجب أن لا تكون أصغر من [ن $\times$ هـ - (١ - هـ)].

كما نستطيع أن نقول على ضوء ما تقدم : أن عدد المرات الأكبر احتمالا يجب أن لا تزيد على الحد بأكثر من واحد؛ لأن عدد المرات التي تساوي قيمة الحد تساوي قيمتها الاحتمالية لعدد المرات + ١ ، وما يزيد عن الحد بواحد أكبر احتمالا مما هو أكبر منه في عدد المرات.

إذن : نستطيع أن نحصر عدد المرات التي تتمتع بأكبر قيمة في المنطقة التي تبدأ بالحد وتنتهي بالحد + ١ .

أي من [العدد الكلي للمرات $\times$ قيمة احتمال الحادثة - (١ - قيمة احتمال الحادثة)] $\leftrightarrow$ [العدد الكلي للمرات $\times$ قيمة احتمال الحادثة - (١ - قيمة احتمال الحادثة) + ١] .

وإذا استخدمنا الرموز يكون العدد الأكبر احتمالا مرددا بين :

$$[ن \times هـ - (١ - هـ)] \leftrightarrow [ن \times هـ - (١ - هـ) + ١]$$

وهنا يشير الشهيد الصدر إلى التالي : وعادة لا يتطابق العدد المطلوب مع نفس الحد؛ لأن الحد في الغالب يشتمل على الكسر على أساس ان قيمة احتمال الحادثة تتمثل في كسر دائما ولكن إذا اتفق أن أصبح الحد عددا صحيحا فسوف يكون العدد المطابق للحد مع نفس العدد زائدا واحدا يتمتعان معا بأكبر قيمة احتمالية، كما إذا فرضنا أن عدد المرات (١٥) وان احتمال وقوع الحادثة ١/٢ فإن الحد يكون حينئذ عددا صحيحا وهو (٧) ، ويكون (٧) و (٧ + ١) أكبر أعداد تكرر الحادثة في القيمة الاحتمالية.

المرحلة الثالثة : في هذه المرحلة سوف نحاول إثبات أنه كلما ازداد عدد مجموع الاختبارات قلت نسبة التفاوت بين كل من (الحد) و (الحد + ١) وبين العدد الواقع بينهما الذي يتمتع بأكبر قيمة احتمالية من أعداد تكرار الحادثة ، بحيث سيبلغ التفاوت بينه وبينهما في الأعداد الكبيرة جدا إلى نسبة ضئيلة يمكن اعتبارها ملغية، فيعتبر العدد الأقوى احتمالا من أعداد تكرار الحادثة مساويا للحددين المحيطين به. ويمكن بيان ذلك بالخطوتين التاليتين :

الخطوة الأولى من المرحلة الثالثة : بحسب ما تقدم كنا قد حصرنا العدد المطلوب بوصفه عددا صحيحا بين حددين و ولكن بالإمكان تحويله إلى كسر وحصره بين حددين، وذلك أنا إذا فرضنا أن (ن) هو العدد الأكثر احتمالا لوقوع حادثة معينة عند إجراء (ن) من الاختبارات، فإن ن / ن هي النسبة الأكثر احتمالا لوقوع الحادثة عند إجراء (ن)، وهذه النسبة تقع بين حددين كما يلي :

$$\frac{1 - \frac{1}{n}}{n} - \frac{1}{n} < \frac{1}{n} < \frac{1}{n} + \frac{1}{n}$$

أي أن تلك النسبة هي أكبر من قيمة احتمال الحادثة بعد أن نطرح منها قيمة احتمال عدم الحادثة المقسومة على عدد الاختبارات، وأصغر من قيمة احتمال الحادثة زائدا قيمة احتمال الحادثة المقسومة على عدد المرات.

الخطوة الثانية من المرحلة الثالثة : وعلى أساس ما تقدم فإنه كلما ازداد عدد الاختبارات فهذا يعني ازدياد (ن) أي المقسوم عليه في الكسرين الواقعين في الحددين ، فيصغر جدا كسر :

$$\frac{1}{n} - \frac{1}{n} < \frac{1}{n} < \frac{1}{n} + \frac{1}{n}$$

و مساويين لـ (ن) ، وهذا هو معنى أن الحادثة إذا كان احتمال وقوعها $1/2$ فسوف يكون نسبة تكررها في حال القيام باختبارات كثيرة جدا هو النصف أيضا.

والحصول النهائية لنظرية برنولي هي :

على أساس نظرية برنولي نستطيع أن نقول أن نسبة المرات الأكبر احتمالا إلى المجموع الكلي للمرات تقترب من قيمة احتمال الحادثة المنفردة كلما زدنا من العدد الكلي للمرات حتى يبلغ الفرق بينهما مقدارا ضئيلا جدا، يمكن إهماله ، والقول بأن نسبة المرات الأكبر احتمالا إلى المجموع الكلي للمرات يساوي قيمة احتمال الحادثة.

وعلى أساس نظرية برنولي نقول أن المرات الأكبر احتمالا وما يقرب منها من مرات تساوي قيمتها الاحتمالية (١) . إذا كان عدد المرات كبيرا جدا.

أمثلة حول معادلات برنولي :

مثال : القيت خمس قطع نقدية إلى الأعلى فما هي قيمة احتمال ظهور وجه الصورة في قطعة واحدة، وفي قطعتين، وفي ثلاث، وفي أربع، وفي خمس، واحتمال أن لا يظهر وجه الصورة في القطع الخمس ؟

نفترض أن قطعة النقد طبيعية وسالمة ، حيث يكون احتمال ظهور الصورة $1/2$ ، ونرمز إلى احتمال ظهور الصورة بـ (ح) ، وعلى أساس معادلات برنولي نستطيع تحديد قيم الاحتمالات الستة :

$$ح ١ = \frac{1! 0!}{(1/2) \times (1/2) \times (1/2) \times (1/2) \times (1/2)} = \frac{1! 0!}{(1/2)^5}$$

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{\xi} \times \left(\frac{1}{2}\right)^1 \times \frac{10!}{4!} =$$

$$\frac{0}{32} = \frac{1}{2^0} \times 0 =$$

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{2-0} \times \left(\frac{1}{2}\right)^2 \times \frac{10!}{2!(2-0)!2} = 2 \text{ } \mathcal{C}$$

$$\left(\frac{1}{2}\right)^3 \times \left(\frac{1}{2}\right)^2 \times \frac{13! \times 4 \times 0}{13 \times 2} =$$

$$\frac{10}{32} = \frac{1}{2^0} \times \frac{4 \times 0}{2} =$$

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{3-0} \times \left(\frac{1}{2}\right)^3 \times \frac{10!}{3!(3-0)!3} = 3 \text{ } \mathcal{C}$$

$$\left(\frac{1}{2}\right)^2 \times \left(\frac{1}{2}\right)^3 \times \frac{13! \times 4 \times 0}{2! \times 13!} =$$

$$\binom{2}{1/2} \times \binom{2}{1/2} \times \frac{2 \times 0}{2} =$$

$$\frac{1 \cdot}{32} = \frac{1 \cdot}{2} =$$

$$\binom{2-0}{1/2} \times \binom{2}{1/2} \times \frac{2!}{2!(2-0)!} = 2 \cdot$$

$$\binom{1}{1/2} \times \binom{2}{1/2} \times \frac{2! \times 0}{1! \times 2!} =$$

$$\frac{0}{32} = \frac{0}{2} =$$

$$\binom{0-0}{1/2} \times \binom{0}{1/2} \times \frac{0!}{0!(0-0)!} = 0 \cdot$$

$$\frac{1 \cdot}{32} = \binom{1}{1/2} \times 1 =$$

$$\binom{1-0}{1/2} \times \binom{1}{1/2} \times \frac{1!}{1!(1-0)!} = 1 \cdot$$

$$\frac{1}{32} = \frac{1}{2} \times \frac{15}{15} =$$

إذن $1/32 = 0$.

ولأجل معرفة العدد الأكبر احتمالا لظهور الصورة في هذا المثال يمكننا تطبيق القاعدة :

$$[(1 - h) - n \times h] \leftrightarrow [(1 - h) + 1] \times h$$

حيث سوف يكون العدد الأكبر احتمالا محصورا في هذه المنطقة،
ولأجل معرفة عدد المرات الأكبر احتمالا، نفرض :

h = قيمة احتمال الحادثة منفردة.

n = العدد الكلي للمرات.

m = عدد المرات الأكبر احتمالا.

حينئذ نحصل على ما يلي :

$$(1 - 1/2 + 1 - 1/2 \times 5) \leftrightarrow (1/2 + 1 - 1/2 \times 5)$$

$$(1/2 + 2 \times 1/2) \leftrightarrow (1/2 + 1 - 2 \times 1/2)$$

$$2 \leftrightarrow 3$$

فالعددان ٢ ، ٣ هما الأكبر احتمالا ، وهذا مطابق تماما لما تم حسابه وفق قاعدة التوافق.

حيث كان ح ٢ = ١٠/٣٢ ، و ح ٣ = ١٠/٣٢ أيضا، وباقي الاحتمالات أقل من ذلك.

مثال : إذا رمينا حجر نرد ثلاث مرات، فما هي قيمة احتمال ظهور الوجه (٦) في رمية واحدة، وفي رميتين، وفي ثلاث، واحتمال أن لا يظهر الوجه (٦) في أي رمية من الرميات الثلاث ؟

نفترض ان حجرد النرد سليما وطبيعيا، حيث يكون احتمال ظهور الوجه (٦) هو (١/٦)، ونرمز إلى احتمال ظهور الوجه (٦) بـ (ح)، وعلى أساس معادلات برنولي نستطيع تحديد قيم الاحتمالات الأربعة :

$$1 - 3 \quad 1 \quad !3 \\ (5/6) \times (1/6) \times \frac{!3}{!(1-3)!1} = 1 \text{ ح}$$

$$\frac{25}{36} \times \frac{1}{6} \times \frac{!3}{!2} =$$

$$\frac{75}{216} = \frac{25}{216} \times 3 =$$

$$2 - 3 \quad 2 \quad !3 \\ (5/6) \times (1/6) \times \frac{!3}{!(2-3)!2} = 2 \text{ ح}$$

$$\frac{5}{6} \times \frac{1}{36} \times \frac{!3}{!2} =$$

$$\frac{15}{216} = \frac{5}{216} \times 3 =$$

$${}^{3-3} \quad {}^3 \quad {}^3! \\ (5/6) \times (1/6) \times \frac{{}^3!}{({}^3 - {}^3)! {}^3!} = {}^3 \text{ ح}$$

$$\frac{1}{216} = \frac{1}{216} \times \frac{{}^3!}{{}^3!} =$$

$${}^{0-3} \quad {}^0 \quad {}^3! \\ (5/6) \times (1/6) \times \frac{{}^3!}{({}^0 - {}^3)! {}^0!} = {}^0 \text{ ح}$$

$$\frac{125}{216} = \frac{125}{216} \times \frac{{}^3!}{{}^3!} =$$

ولأجل معرفة العدد الأكبر احتمالاً لظهور الوجه (٦) في هذا المثال يمكننا تطبيق القاعدة :

$$[{}^n \times \text{هـ} - ({}^1 - \text{هـ})] \leftrightarrow [{}^n \times \text{هـ} - ({}^1 - \text{هـ}) + 1]$$

حيث سوف يكون العدد الأكبر احتمالاً محصوراً في هذه المنطقة، ولأجل معرفة عدد المرات الأكبر احتمالاً، نفرض :

هـ = قيمة احتمال الحادثة منفردة.

ن = العدد الكلي للمرات.

م = عدد المرات الأكبر احتمالاً.

حينئذ نحصل على ما يلي :

$$[١ + (١/٦ - ١) - ١/٦ \times ٣] \leftrightarrow [(١/٦ - ١) - ١/٦ \times ٣]$$

$$[١ + ١/٦ + ١ - ١/٦ \times ٣] \leftrightarrow [١/٦ + ١ - ١/٦ \times ٣]$$

$$[١/٦ + ١/٢] \leftrightarrow [٥/٦ - ١/٢]$$

إذن عدم ظهور الوجه (٦) في أي رمية من الرميات الثلاث هو الأكبر احتمالاً، وهذا مطابق تماماً لما تم حسابه وفق قاعدة التوافق.

حيث كان ح = ٠ ، $١٢٥/٢١٦$ ، وباقي الاحتمالات أقل من ذلك.

مثال : صندوق يحتوي على (٨) كرات سوداء، و (٤) كرات حمراء، ونريد أن نسحب منه (٣) كرات الواحدة وراء الأخرى مع الإرجاع، فما هو احتمال أن نسحب كرة واحدة فقط سوداء أو كرتين سوداوين أو الكرات الثلاث كلها سوداء، أو أن لا نسحب أي كرة سوداء.

من الواضح أن احتمال سحب أي كرة من الكرات السوداء يساوي $٨/١٢ = ٢/٣$ ، وبتعبير آخر : أن قيمة احتمال الحادثة منفردة يساوي $٢/٣$

$$٠ - ٣ \quad . \quad !٣ \\ (٢/٣ - ١) \times (٢/٣) \times \frac{!٣}{! (٠ - ٣) !} = ٠ \text{ ح}$$

$$1/27 = 1/27 \times 1 =$$

$${}^{1-3} \quad {}^1 \quad {}^3! \\ (2/3 - 1) \times (2/3) \times \frac{!3}{!(1-3)!1} = {}^1 \text{ ح}$$

$$6/27 = 1/9 \times 2/3 \times 3 =$$

$${}^{2-3} \quad {}^2 \quad {}^3! \\ (2/3 - 1) \times (2/3) \times \frac{!3}{!(2-3)!2} = {}^2 \text{ ح}$$

$$12/27 = 1/3 \times 4/9 \times 3 =$$

$${}^{3-3} \quad {}^3 \quad {}^3! \\ (2/3 - 1) \times (2/3) \times \frac{!3}{!(3-3)!3} = {}^3 \text{ ح}$$

$$8/27 = 8/27 \times 1 =$$

ولأجل معرفة أي الاحتمالات أكبر في هذا المثال يمكننا تطبيق القاعدة :

$$[{}^n \times \text{ه} - ({}^1 - \text{ه})] \leftrightarrow [{}^n \times \text{ه} - ({}^1 - \text{ه}) + 1]$$

حيث سوف يكون أكبر الاحتمالات محصورا في هذه المنطقة ،
ولأجل معرفة أي الاحتمالات أكبر ، نفرض :

هـ = قيمة احتمال الحادثة منفردة.

ن = العدد الكلي للمرات.

م = عدد المرات الأكبر احتمالا.

حينئذ نحصل على ما يلي :

$$[1 + (2/3 - 1) - 2/3 \times 3] \leftrightarrow [(2/3 - 1) - 2/3 \times 3]$$

$$[1 + 2/3 + 1 - 2/3 \times 3] \leftrightarrow [1/3 - 2/3 \times 3]$$

$$[2/3 + 2] \leftrightarrow [1/3 - 2]$$

إذن احتمال أن نسحب كرتين سوداوين أكبر احتمالا من باقي الاحتمالات، وهذا مطابق تماما لما تم حسابه وفق قاعدة التوافق.

حيث كان ح ٢ = ١٢/٢٧ ، وباقي الاحتمالات أقل من ذلك.

مثال : إذا كان احتمال إصابة صاروخ لهدف ما هو ٢/٣ ، وأطلق نحو الهدف (٤) صواريخ، فما هو احتمال :

- ١- أن يصيب واحد منها الهدف
- ٢- أن يصيب اثنان منها الهدف
- ٣- أن يصيب ثلاثة منها الهدف
- ٤- أن يصيب جميعها الهدف
- ٥- أن لا يصيب أي واحد منها الهدف

الحل :

$$1 - 4 \quad 1 \quad !4 \\ (2/3 - 1) \times (2/3) \times \frac{!4}{!(1 - 4) !1} = 1 \text{ ح}$$

$$8/81 = 1/27 \times 2/3 \times 4 =$$

$$\begin{matrix} 2-4 & 2 & 4 \\ (2/3-1) \times (2/3) \times \frac{!4}{!(2-4)!2} = 2 \text{ ح} \end{matrix}$$

$$24/81 = 1/9 \times 4/9 \times 6 =$$

$$\begin{matrix} 3-4 & 3 & 4 \\ (2/3-1) \times (2/3) \times \frac{!4}{!(3-4)!3} = 3 \text{ ح} \end{matrix}$$

$$32/81 = 1/3 \times 8/27 \times 4 =$$

$$\begin{matrix} 4-4 & 4 & 4 \\ (2/3-1) \times (2/3) \times \frac{!4}{!(4-4)!4} = 4 \text{ ح} \end{matrix}$$

$$16/81 = 16/81 \times 1 =$$

$$\begin{matrix} 0-4 & 0 & 4 \\ (2/3-1) \times (2/3) \times \frac{!4}{!(0-4)!0} = 0 \text{ ح} \end{matrix}$$

$$1/81 = 1/81 \times 1 =$$

ولأجل معرفة أي الاحتمالات أكبر في هذا المثال يمكننا تطبيق القاعدة :

$$0 [1 + (1 - هـ) - ن \times هـ] \leftrightarrow [(1 - هـ) - ن \times هـ]$$

حيث سوف يكون اكبر الاحتمالات محصورا في هذه المنطقة ،
ولأجل معرفة أي الاحتمالات أكبر ، نفرض :

هـ = قيمة احتمال الحادثة منفردة.

ن = العدد الكلي للمرات.

م = عدد المرات الأكبر احتمالا.

حينئذ نحصل على ما يلي :

$$[١ + (٢/٣ - ١) - ٢/٣ \times ٤] \leftrightarrow [(٢/٣ - ١) - ٢/٣ \times ٤]$$

$$[١ + ٢/٣ + ١ - ٢/٣ \times ٤] \leftrightarrow [١/٣ - ٢/٣ \times ٤]$$

$$[٢/٣ + ٨/٣] \leftrightarrow [١/٣ - ٨/٣]$$

$$١٠/٣ \leftrightarrow ٧/٣$$

إذن احتمال أن يصيب ثلاثة صواريخ الهدف أكبر احتمالا من باقي الاحتمالات، وهذا مطابق تماما لما تم حسابه وفق قاعدة التوافق.

حيث كان ح ٣ = ٣٢/٨١ ، وباقي الاحتمالات أقل من ذلك.

مثال : إذا كان احتمال نجاح شخص في المقابلة التي تجريها شركة الأجنبية لتعيين موظفين بها = ٤ ، ٠ وتقدم خمسة أشخاص متشابهين في الصفات والمؤهلات والخبرة المطلوبة لشغل الوظائف الخالية بالشركة، فأی احتمال هو الأكبر من بين الاحتمالات التالية :

١ - احتمال نجاح الأشخاص الخمسة.

٢ - احتمال عدم نجاح أي واحد.

٣ - احتمال نجاح واحد على الأقل.

٤ - احتمال نجاح اثنين على الأقل.

٥ - احتمال نجاح ثلاثة على الأكثر.

$$٠.٥ \quad ١ \quad ١٥ \\ \text{ح } ٠ = \frac{(٤/١٠ - ١) \times (٤/١٠) \times \frac{!٥}{!(٠ - ٥)!٠}}{!٠}$$

$$٧٧٧٦ \\ ,٠٧٧٧٦ = \frac{٧٧٧٦}{!٠} \times ١ \times ١ =$$

$$١.٥ \quad ١ \quad ١٥ \\ \text{ح } ١ = \frac{(٤/١٠ - ١) \times (٤/١٠) \times \frac{!٥}{!(١ - ٥)!١}}{!١}$$

$$\frac{١٢٩٦}{!٠.٠٠٠} \times \frac{٤}{!٠} \times \frac{!٤ \times ٥}{!٤} =$$

$$٢٥٩٢٠ \quad ٥١٨٤ \\ ,٢٥٩٢٠ = \frac{٢٥٩٢٠}{!٠.٠٠٠٠} = \frac{٥١٨٤}{!٠.٠٠٠٠} \times ٥ =$$

$${}^2_0 - {}^2_0 \quad {}^2_2 \quad {}^2_0 \\ \left(\frac{2}{1} - 1 \right) \times \left(\frac{2}{1} \right) \times \frac{!0}{!(2-0)!2} = {}^2_2 \mathcal{C}$$

$$\frac{216}{1\dots} \times \frac{16}{1\dots} \times 1 =$$

$$, 3406 = \frac{3406}{1\dots\dots} =$$

$${}^3_0 - {}^3_0 \quad {}^3_3 \quad {}^3_0 \\ \left(\frac{3}{1} - 1 \right) \times \left(\frac{3}{1} \right) \times \frac{!0}{!(3-0)!3} = {}^3_3 \mathcal{C}$$

$$\frac{36}{1\dots} \times \frac{64}{1\dots\dots} \times 1 =$$

$$, 23.4 = \frac{23.4}{1\dots\dots} =$$

$${}^4_0 - {}^4_0 \quad {}^4_4 \quad {}^4_0 \\ \left(\frac{4}{1} - 1 \right) \times \left(\frac{4}{1} \right) \times \frac{!0}{!(4-0)!4} = {}^4_4 \mathcal{C}$$

$$\frac{6}{1} \times \frac{206}{1\dots\dots} \times 0 =$$

$$, ٠٧٦٨٠ = \frac{٧٦٨٠}{١٠٠٠٠٠} =$$

$$٠ - ٠ \quad ٠ \quad !٥$$

$$ح ٥ = \frac{!٥}{!(٥ - ٥)!٥} \times (٤/١٠ - ١) \times (٤/١٠)$$

$$١ \times \frac{١٠٢٤}{١٠٠٠٠٠} \times ١ =$$

$$, ٠١٠٢٤ \frac{١٠٢٤}{١٠٠٠٠٠} =$$

ولأجل معرفة أي الاحتمالات أكبر في هذا المثال يمكننا تطبيق القاعدة :

$$٠ [١ + (١ - هـ) - ن \times هـ] \leftrightarrow [(١ - هـ) - ن \times هـ]$$

حيث سوف يكون الاحتمال الأكبر محصورا في هذه المنطقة، ولأجل معرفة هذا الاحتمال، نفرض :

هـ = قيمة احتمال نجاح الشخص في المقابلة.

ن = عدد الأشخاص المتقدمين للوظيفة.

م = الاحتمال الأكبر.

حينئذ نحصل على ما يلي :

$$[\frac{4}{10} - 1) - \frac{4}{10} \times 5] \leftrightarrow [\frac{4}{10} - 1) - \frac{4}{10} \times 5]$$
$$. [1 + (\frac{4}{10}]$$

$$[1 + \frac{4}{10} + 1 - 2] \leftrightarrow [\frac{6}{10} + 1 - 2]$$

$$[2 , 4] \leftrightarrow [1 , 6]$$

فاحتمال نجاح اثنين فقط ، هو الأكبر احتمالا ، وهذا مطابق تماما لما تم حسابه وفق قاعدة التوافق.

حيث كان ح ٢ = ٣٤٥٦٠ ، وباقي الاحتمالات أقل من ذلك.

مثال : تبين لأحد مصانع انتاج الزجاج أن ٢٠% من انتاجه غير مطابق للمواصفات، فإذا سحبت عشوائيا (٦) قطع زجاج من المصنع ، فما هو الاحتمال الأكبر من الاحتمالات التالية :

١ - احتمال أن تكون القطع كلها غير معيبة.

٢ - الاحتمال أن تكون القطع كلها معيبة.

٣ - احتمال أن تكون واحدة منها على الأقل معيبة.

٤ - احتمال أن تكون اثنتان منها على الأقل معيبتان.

٥ - احتمال أن تكون ثلاثة منها على الأقل معيبة.

٦ - احتمال أن تكون أربعة منها على الأقل معيبة.

٧ - احتمال أن تكون خمسة منها على الأقل معيبة.

ولأجل معرفة أي الاحتمالات أكبر في هذا المثال يمكننا تطبيق القاعدة :

$$[\text{ن} \times \text{هـ} - (\text{هـ} - ١)] \leftrightarrow [\text{ن} \times \text{هـ} - (\text{هـ} - ١) + ١]$$

نفرض :

هـ = قيمة احتمال أن تكون أي قطعة من قطع الزجاج هي المعيبة، وهي تساوي في هذا المثال ٢ ، ٠ .

ن = عدد القطع المسحوبة.

م = الاحتمال الأكبر.

حينئذ نحصل على ما يلي :

$$[\text{ن} \times \text{هـ} - (\text{هـ} - ١)] \leftrightarrow [\text{ن} \times \text{هـ} - (\text{هـ} - ١) + ١]$$

$$[\text{ن} \times \text{هـ} - (\text{هـ} - ١)] \leftrightarrow [\text{ن} \times \text{هـ} - (\text{هـ} - ١) + ١]$$

$$[\text{ن} \times \text{هـ} - (\text{هـ} - ١)] \leftrightarrow [\text{ن} \times \text{هـ} - (\text{هـ} - ١) + ١]$$

$$[\text{ن} \times \text{هـ} - (\text{هـ} - ١)] \leftrightarrow [\text{ن} \times \text{هـ} - (\text{هـ} - ١) + ١]$$

$$[\text{ن} \times \text{هـ} - (\text{هـ} - ١)] \leftrightarrow [\text{ن} \times \text{هـ} - (\text{هـ} - ١) + ١]$$

إذن احتمال أن تكون واحدة من القطع الزجاجية الستة المسحوبة على الأقل معيبة، هو الاحتمال الأكبر من باقي الاحتمالات.

علما أن :

$$ح ٠ = ٢٦٢١٤٤ ,$$

$$ح ١ = ٢٩٣٢١٦ ,$$

$$ح ٢ = ٢٤٥٧٦ ,$$

$$ح ٣ = ٨١٩٢٠ ,$$

$$ح ٤ = ٠١٥٣٦ ,$$

$$ح ٥ = ٠٠١٥٣٦ ,$$

$$ح ٦ = ٠٠٠٠٦٤ ,$$

مثال : اتضح من خلال المشاهدات المتكررة أن نسبة سقوط المطر في اليوم الأول من شهر مارس ٤/١٧ ، فما هو العدد الأكبر احتمالا لسقوط المطر في الأول من مارس في ظرف الخمسين سنة القادمة ؟

$$هـ = ٤/١٧ .$$

$$ن = ٥٠ .$$

نطبق قاعدة برنولي :

$$[ن \times هـ - (١ - هـ)] \leftarrow \rightarrow [ن \times هـ - (١ - هـ) + ١] \cdot$$

$$0 \left[1 + \frac{4}{17} + 1 - \frac{4}{17} \times 50 \right] \leftrightarrow \left[\frac{13}{17} - \frac{4}{17} \times 50 \right]$$

$$\frac{4}{17} + \frac{200}{17} \leftrightarrow \frac{13}{17} - \frac{200}{17} =$$

$$\frac{204}{17} \leftrightarrow \frac{187}{17} =$$

$$= 11 \text{ إلى } 12$$

إذن الاحتمال الأكثر وقوعاً لسقوط المطر في أول مارس خلال خمسين عاماً هو (١١ ، ١٢) يوماً.

مثال : إذا علم أن ربع عدد عمال مؤسسة من المؤسسات يحملون شهادة البكالوريا، فإذا اخترنا (١٥٠٠) عاملاً من العمال بشكل عشوائي ، أوجد الاحتمال الأكبر لعدد العمال الحاصلين على شهادة البكالوريا من (١٥٠٠) عاملاً ؟

الحل : م يقع في المنطقة :

$$0 \left[1 + (1 - 1) - 1 \times 1500 \right] \leftarrow \rightarrow \left[(1 - 1) - 1 \times 1500 \right]$$

$$\left[\frac{1}{4} + \frac{1}{4} \times 1500 \right] \leftarrow \rightarrow \left[\frac{3}{4} - \frac{1}{4} \times 1500 \right]$$

$$. \frac{1}{3} + 375 \leftarrow \rightarrow \frac{3}{4} - 375$$

إذن العدد الأكبر احتمالا للحاصلين على شهادة البكالوريا من
(١٥٠٠) عاملا اخترناهم عشوائيا يساوي (٣٧٥)
عاملا. (٤٤)

إيضاحات مهمة :

فيما يلي سوف نقدم بعض الإيضاحات لبعض الأمور التي قد تقدم
عرضها في نظرية برنولي بشكل سريع ، والتي قد تكون بحاجة إلى
المزيد من الإيضاح :

الإيضاح الأول : من أهم الأمور التي أكدت عليها نظرية برنولي
– و ذكرها الشهيد الصدر – هي : التأكيد بأنه في مجموعة كبيرة جدا
من الاختبارات سوف تتكرر الحادثة (ر) بالدرجة التي يحددها
الاحتمال الأكبر قيمة.

وبتعبير آخر : (((أننا إذا أجرينا مجموعة مكونة من عدد كبير من
الاختبارات – ولنرمز إليه بـ (ن) – وكان احتمال وقوع الحادثة
(ر) في كل اختبار إذا لوحظ بصورة مستقلة هو ب/١ فيمكننا أن
نتوقع باحتمال كبير قريب من الواحد (أي رقم العلم) وقوع الحادثة
(ر) عدد من المرات ، بحيث يكون نسبة تكررها إلى (ن) قريبة
جدا من ب/١))). (٤٥)

وبتعبير آخر : ((إن ظهور وجه الكتابة مرتين خلال أربع
اختبارات هو أقوى الاحتمالات الممكنة، وهو يقدر بـ ٦/١٦، حيث
تقسم الحالات التوافقية الملائمة على جميع الحالات الممكنة. وليس
من الصحيح اعتبار أكبر الاحتمالات يساوي (٨/١٦)، أو نصف؛
ذلك أنه لا يمكن إيجاد هذه النسبة إلا في حدود الاختبار الواحد
والاختبارين، أما ما عداهما من الاختبارات فالأمر يختلف حيث لا
يوجد عدد للتوافق ينصف المجموعة الكاملة لأي شكل من الأشكال
الممكنة.

ولو افترضنا اختبارات أكبر مما سبق لكان أقوى الاحتمالات الممكنة يتمثل دائما بنصف عدد الاختبارات المفترضة. كما أنه مع زيادة عدد ما نفترضه من اختبارات يزداد القرب من رتبة الاحتمال القبلي باطراد. إذ يلاحظ أنه في حالة الاختبارات القليلة تصبح النسبة الاحتمالية بين الأشكال الممكنة متباعدة. ففي الاختبارات الأربع السابقة تتكون لدينا مجموعة من الاحتمالات المتباعدة نسبيا رغم تقارب أعداد التوافق فيما بينها. في حين كلما ازدادت الاختبارات فإن التباعد بين الاحتمالات يقل بالنسبة للتوافقات المتقاربة.

فمثلا إن احتمال ظهور وجه الكتابة في خمسين رمية من مجموع مائة رمية يقارب احتمال ظهوره في (٤٨) أو (٤٩) أو (٥١) أو (٥٢) أو (٥٣)، بينما احتمال أن يظهر هذا الوجه مرتين في أربع رميات ليس قريبا من احتمال ظهوره مرة واحدة أو ثلاث أو أربع. وبحسب قانون التوافق هناك ١٦% يمكن أن يظهر وجه الكتابة ضمن الحد ما بين (٤٩ - ٥١). أما عند رمي القطعة ألف رمية فإن هناك ما يقارب ٤٧% أن يظهر الوجه ضمن الحد ما بين (٤٩٠ - ٥١٠). وعند رمي القطعة عشرة آلاف رمية فإن هناك ما يقارب ٩٥% يمكن أن يظهر الوجه ضمن الحد ما بين (٤٩٠٠ - ٥١٠٠)، وهكذا يزداد الاحتمال والاقتراب من الاحتمال القبلي عند زيادة الاختبارات.

هكذا يظهر أن زيادة عدد التجارب والاختبارات تقرب النسبة الاحتمالية للمرات التي يمكن أن تظهر فيها الحادثة من الاحتمال القبلي لها، وتكون العلاقة بين زيادة التجارب وبين الاقتراب من الاحتمال القبلي هي علاقة طردية. لذا ففي الاختبارات الكبيرة جدا يمكن افتراض الحصول على هذا الاحتمال من الناحية العملية، وذلك لضالة الاحتمالات الأخرى المنافسة له) (٤٦)

وبتعبير آخر - أيضا - : ((أنه إذا كانت قيمة صدفه معينة بذاتها النصف فعند تكرار كثير يطمأن بأن النسبة قريبة من النصف، وذلك لأنه كلما ازداد عدد التكرار توسعت دائرة ما يقرب من النصف،

فترى مثلاً في عدد العشرة أن ما يقل عن نصفها أو يكثر بواحد أو اثنين ليس قريباً جداً من النصف ، بينما في عدد مليون ما يقل عن نصفه أو يكثر ولو بعشرة يعتبر قريباً جداً من النصف، كما رأيت أن الحدين يقتربان كلما كثر العدد، فإذا توسعت دائرة ما يقرب من النصف توسعت توافيق ما يقرب من النصف في ذلك العدد إلى حد يطمأن به ويقوى الظن به جداً مبنياً على مقدمة مطوية لم تذكر هي ولا برهانها في هذا الكتاب، وهي دعوى أنه كلما كثر العدد فالقوة التي يكتسبها النصف وما يقاربه على أساس كثرة توافيقه مع سعة دائرته أزيد من القوة التي يكتسبها سائر الفرضيات غير النصف وما يقاربه، فإن سائر الفرضيات أيضاً باعتبار كثرتها وكثرة عدد الصدف فيها تشتمل على توافيق كثيرة جداً وتكثر كلما كثر (ن) ولكن يدعى أن أكثرية النصف وما يقاربه أزيد، فيحصل بالتدرج الظن القوي جداً وما يقرب من القطع بالنصف وما يقاربه ((٧٤))

الإيضاح الثاني :

قد يقال : لقد ذكرتم في ما تقدم في نهاية ما كتبتموه تحت عنوان (صياغة مختصرة لما تقدم) ما يوحي بأن الشهيد الصدر يعتقد بأننا نستطيع على أساس نظرية برنولي أن نقول إن المرات الأكبر احتمالاً وما يقرب منها من مرات تساوي قيمتها الاحتمالية (١) إذا كان عدد المرات كبيراً جداً.

ولكننا إذا ما دققنا جيداً فيما جاء عن الشهيد الصدر بخصوص نظرية برنولي لا نجد أن الشهيد الصدر قد أشار إلى مثل هذا الأمر، لا بل أن ما ورد عنه يفهم منه أن عدد المرات الأكبر احتمالاً هو الذي يقترب من اليقين خلال الاختبارات الكبيرة ؛ لسبب ضالة جميع الاحتمالات الأخرى. ولعل هذا هو ما يفهم من قوله – فيما كتبه تحت عنوان (الحويلة النهائية لنظرية برنولي) – :

((و لكن عندما يزداد عدد الاختبارات جداً تصبح الصور التي يشتمل عليها الاحتمال الأكبر قيمة كثيرة جداً بموجب قاعدة الجمع والتوافيق،

إلى درجة تتضاءل أمامها مجموع الصور التي تشتمل عليها سائر الاحتمالات الأخرى فيمكن إهمالها عمليا والتأكيد بأنه في مجموعة كبيرة جدا من الاختبارات سوف تتكرر الحادثة (ر) بالدرجة التي يحددها الاحتمال الأكبر قيمة ، مع فسخ المجال لافتراض اختلاف يسير جدا)((.

وما يفهم من قوله – أيضا وبصورة أوضح فيما كتبه تحت عنوان التعريف ونظرية برنولي (– ، حيث كتب هناك :

((((ونظرية برنولي في الأعداد الكبيرة تبرهن على أن الصورة التي تفترض نسبة تكرر الحادثة متطابقة مع درجة احتمالها وهي $1/2$ سوف يزداد عدد توافيقها بازدياد عدد الاختبارات حتى تصبح مجموعة توافيق الصور الأخرى بالنسبة إلى توافيق هذه الصورة ضئيلة جدا، وهذا يعني أن احتمال هذه الصورة سوف يكون قريبا جدا من الواحد؛ لأن الفارق النسبي بين ما تحتله هذه الصورة من مراكز في مجموعة أطراف العلم الإجمالي إلى عدد أعضائها جميعا سوف يكون ضئيلا جدا، أي أن :

عدد ما تحتله تلك الصورة من مراكز
في مجموعة أطراف العلم الإجمالي

يقترّب جدا من الواحد)((((٤٨)

عدد أعضاء مجموعة أطراف العلم الإجمالي

وعلى أساس ما تقدم يتضح بأن الشهيد الصدر لم يشر إلى ما أوحيت أنه قد أشار إليه ، فالشاهد الصدر لم يقل : أن المرات الأكبر احتمالا وما يقرب منها من مرات تساوي قيمها الاحتمالية (١) إذا كان عدد المرات كبيرا، بل أنه قال أن عدد المرات الأكبر احتمالا هو الذي يقترب من اليقين خلال الاختبارات الكبيرة ؛ لسبب ضالة الاحتمالات الأخرى.

أقول : إن ما يفهم من ظاهر كلام الشهيد الصدر في النصين السابقين يجب أن يؤول بشكل مختلف، فليس هذا الفهم هو الذي أراده الشهيد الصدر، ولنا على ذلك قرينتين :

القرينة الأولى : وهي قرينة داخلية، أي مستوحاة مما كتبه الشهيد الصدر في (الأسس المنطقية)، حيث أن هناك مجموعة من النصوص التي تدل على فهم لا يمكن أن ينسجم مع الفهم الذي يدل عليه ظاهر النصين السابقين، وفيما يلي عرض لهذه النصوص :

أولا - قوله - في ما كتبه في الخطوة الثانية من المرحلة الثالثة - :

((وهذا هو معنى أن الحادثة إذا كان احتمال وقوعها $1/2$ فسوف يكون نسبة تكررها في حال القيام باختبارات كثيرة هو النصف أيضا))).

ثانيا - قوله الواضح جدا - فيما كتبه تحت عنوان (التعريف ونظرية برنولي) -

((عرفنا فيما تقدم أن نظرية (برنولي) للأعداد الكبيرة تؤكد أننا إذا أجرينا مجموعة مكونة من عدد كبير من الاختبارات - ولنرمز إليه بـ (ن) - وكان احتمال وقوع الحادثة (ر) في كل اختبار إذا لوحظ بصورة مستقلة هو $1/2$ فيمكننا أن نتوقع باحتمال كبير قريب من الواحد (أي رقم العلم) وقوع الحادثة (ر) عددا من المرات ، بحيث تكون نسبة تكررها إلى (ن) قريبة جدا من $1/2$))). (٤٩)

ثالثا - قوله - فيما كتبه أيضا تحت العنوان السابق - :

((إذا افترضنا أن احتمال الحادثة $2/3$ ، فإن نظرية برنولي تبرهن على أنه في حالة إجراء عدد كبير من الاختبارات نستطيع أن

نقول بدرجة قريبة من العلم بأن نسبة تكرار الحادثة في مجموع تلك الاختبارات هي $2/3$ أي مطابقة لدرجة احتمال الحادثة $((0.6666666666666667))$. (٥٠)

رابعاً - قوله - فيما كتبه أيضاً تحت العنوان السابق - :

$(($ وتحتل الحادثة دائماً في مجموعة أطراف هذا العلم مراكز نسبتها إلى عدد أعضاء تلك المجموعة يطابق دائماً النسبة التي تمثل درجة الاحتمال $)))$. (٥١)

وفي ضوء ما تقدم في هذه النصوص أصبح من الواضح أن ما يفهم من هذه النصوص لا يمكن أن ينسجم مع الفهم السابق الذي يفهم من ظاهر بعض نصوصه ؛ إذ كيف يكون قيمة الاحتمال الأكبر لتكرار الحادثة في مجموعة كبيرة من الاختبارات مساوياً لقيمة الاحتمال القبلي للحادثة وفي نفس الوقت يكون هو الذي يقترب من اليقين لسبب ضالة الاحتمالات الأخرى !

القرينة الثانية : وهي قرينة خارجية، ففي أحد تعليقاته القيمة على كتاب (الأسس المنطقية للاستقراء) وبالذات في تعليقه على ما كتبه الشهيد الصدر تحت عنوان (التعريف ونظرية برنولي) كتب السيد الحائري :

$(($ لعبارة أستاذنا الشهيد رضوان الله عليه المذكورة تحت هذا العنوان ظهور قوي في أنه إذا ازداد العدد بشكل واسع كان احتمال تساوي عدد وقوع الحادثة المطلوبة ضمن ذلك العدد الواسع لحاصل ضرب (ن) في درجة احتمال تلك الحادثة بعينها قريباً من الواحد، وكانت لعبارته (رحمه الله) في ما مضى منه - في نهاية بحث نظرية برنولي - أيضاً نفس الظهور وإن كان الظهور هنا أقوى منه هناك، وقد عرضت بخدمته رضوان الله عليه بالنسبة لما مضى هناك أن هذا غير صحيح، فإن هذا الاحتمال وإن كان هو أقوى من كل احتمال آخر ولكن إذا جمعنا باقي الاحتمالات الأخرى بما فيها

الفروض القريبة جدا من فرض (ن × در) لكأنت أقوى من احتمال وقوع الحادثة بمقدار (ن × در) فأجاب رضوان الله عليه :

إن مقصودي هو كون احتمال وقوع الحادثة بمقدار (ن × در) أو ما يقرب من هذا المقدار بفرق يتسامح فيه قريبا من الواحد.

أقول : إن هذا الكلام وإن كان صحيحا نتيجة أن المساحة المتسامح فيها تتسع بسعة (ن) لكن هذا أيضا غير مستفاد من مقالة برنولي بالمقدار المذكور في هذا الكتاب، وإنما المستفاد منها فقط هو إمكانية لغو الحدين واعتبارهما متساويين لـ (ن × در) أما أن احتمالات ما يبعد عن الحدين ولو بمقدار ملحوظ لو جمعت فسوف تكون ضئيلة أمام احتمالات الحدين أو ما يقرب منها فحتى لو كان صحيحا فهو غير مستفاد من معادلة برنولي ((٠ (٥٢)

الإيضاح الثالث : عرفنا فيما تقدم أن القول : أن عدد المرات الأكبر احتمالا وما يقرب منها تشكل قيمة كبيرة جدا من احتمالات (ن)، وها هنا يرد السؤال التالي : هل أن برنولي قد أشار - فعلا - إلى مثل هذا الأمر ؟

وإذا كان الجواب هو نعم ، فسيرد السؤال التالي : إذا كنا قد عرفنا أن القول بأن عدد المرات الأكبر احتمالا وما يقرب منها تشكل قيمة كبيرة جدا من احتمالات (ن) هو من مقالة برنولي، فهل أن هذا الأمر ممكن أن يستفاد من مقالة برنولي بالمقدار المذكور من هذه المقالة في كتاب (الأسس المنطقية للاستقراء) ؟

أما بالنسبة للسؤال الأول فمن الواضح أن هذه المسألة هي من مقالة برنولي، ولعل أحد الأسباب التي دعت السيد عمار أبو رغيث إلى العكوف على إثبات نظرية (برنولي) من خلال إثبات (تشسييف) هو أن يرفع إبهاما - فيما يرى - وقع فيه البعض، حيث يعتقد أن نظرية برنولي، التي ذكرها الأستاذ أمر لم يقله برنولي ولم يرده.

يقول السيد عمار أبو رغيث :

((وعكفت بعد ذلك على لإثبات نظرية (برنولي) من خلال برهان (تشسييف).

لعل القارئ يتساءل عن فائدة ودور تفصيل هذا البرهان في قضايا الاحتمال ونظريته الرئيسية ؟!

استهدفت من عرض برهان تشسييف أمرين :

الأول : اشباع رغبة القارئ، الذي اعتاد قبول الأفكار بأدلتها.

الثاني : أن أرفع إبهاما وقع فيه البعض ، حيث يعتقد أن نظرية برنولي، التي ذكرها الأستاذ في نهاية عرضه أمر لم يقله برنولي، أو لم يرده ! ونحن من خلال نقل نص النظرية – التي اعتمدنا على ترجمته العربية من الروسية ، ومقارنته بالنص الإنجليزي، والنصوص العربية التي نقلت النص الإنجليزي – مضافا إلى ذكر إثبات (تشسييف) نستطيع رفع الإبهام نهائيا إن شاء الله تعالى. آمليين من الأخوة الذين يهتمون بدراسة وتدريس (الأسس) الإطلاع – ضمن الحد الأدنى – على النظريات المعاصرة التي عرض إليها الكتاب)) (٥٣)

أما بالنسبة للسؤال الثاني : فقد أكد السيد الحائري على أن المقدار المذكور في (الأسس المنطقية للاستقراء) لا يفي باستنتاج : أن المرات الأكبر احتمالا وما يقرب منها تشكل قيمة كبيرة جدا من احتمالات (ن).

قال السيد الحائري في إحدى تعليقاته على (الأسس) : ((فإذا توسعت دائرة ما يقرب من النصف توسعت توافيق ما يقرب من النصف في ذلك العدد إلى حد يطمأن به ويقوى الظن به جدا مبنيا على مقدمة مطوية لم تذكر هي ولا برهانها في هذا الكتاب، وهي دعوى

أنه كلما كثر العدد فالقوة التي يكتسبها النصف وما يقاربه على أساس كثرة توافيقه مع سعة دائرته أزيد من القوة التي يكتسبها سائر الفرضيات غير النصف وما يقاربه، فإن سائر الفرضيات أيضا باعتبار كثرتها وكثرة عدد الصدف فيها تشتمل على توافيق كثيرة جدا وتكثر كلما كثر (ن)، ولكن يدعى أكثرية النصف وما يقاربه أزيد، فيحصل بالتدريج الظن القوي جدا وما يقرب من القطع بالنصف وما يقاربه ((٥٤)

وقال - أيضا - : ((أقول : إن هذا الكلام وإن كان صحيحا نتيجة أن المساحة المتسامح فيها تتسع بسعة (ن) لكن هذا أيضا غير مستفاد من مقالة برنولي بالمقدار المذكور في هذا الكتاب، وإنما المستفاد منها فقط هو إمكانية لغو الحدين واعتبارهما متساويين لـ (ن × در) أما أن احتمالات ما يبعد من الحدين ولو بمقدار ملحوظ لو جمعت فسوف تكون ضئيلة أمام احتمالات الحدين أو ما يقرب منها فحتى لو كان صحيحا فهو غير مستفاد من معادلة برنولي ((٥٥)

هوامش الإضاءة الرابعة :

- ١ - الأسس المنطقية للاستقراء، مصدر سابق، ص ١٧٩-١٨٠ .
- ٢ - نفس المصدر، ص ١٨٠.
- ٣ - نفس المصدر، ص ١٨١.
- ٤ - طرق الإحصاء ، محمد مظلوم حمدي، دار المعارف، ص ٢٤١ .
- ٥ - الأسس المنطقية للاستقراء، مصدر سابق ص ١٨٢ .
- ٦ - نفس المصدر ، ص ١٨٢.
- ٧ - يطلق البعض على مبدأ الاحتمال العكسي اسم (علاقة بايس) نسبة لتوماس بايس المتوفى (١٧٦١) .
- ٨ - نفس المصدر ، ص ١٨٦ .
- ٩ - لاحظ تعليق السيد الحائري في هامش الأسس المنطقية للاستقراء ، ص ١٨٥-١٨٦ .
- ١٠ - الأسس المنطقية للاستقراء، مصدر سابق، ص ١٨٧ .
- ١١ - نفس المصدر ، ص ١٨٧-١٨٩ .
- ١٢ - منطق الاستقراء، مصدر سابق، ص ١٦٥-١٦٨ .
- ١٣ - نفس المصدر ، ص ٧٨-٨١ .
- ١٤ - المنطق الوضعي، مصدر سابق، ص ٣٥٥-٣٥٦ .
- ١٥ - الأسس المنطقية للاستقراء، مصدر سابق، ص ١٩٠ .

- ١٦ - لاحظ تعليق لجنة التحقيق التابعة للمؤتمر العلمي للشهيد الصدر - قدس سره - ، في هامش الأسس المنطقية للاستقراء ، ص ١٩٠ .
- ١٧ - الأسس المنطقية للاستقراء، مصدر سابق، ص ١٩١ .
- ١٨ - منطق الاستقراء، مصدر سابق ، ص ١٧٣-١٧٤ .
- ١٩ - الأسس المنطقية للاستقراء، مصدر سابق ، ص ١٩١ .
- ٢٠ - لاحظ تعليق لجنة التحقيق في هامش الأسس المنطقية للاستقراء، ١٧٤ - ١٧٥ .
- ٢١ - منطق الاستقراء، ص ١٧٤-١٧٥ .
- ٢٢ - الأسس المنطقية للاستقراء، مصدر سابق، ص ١٩٢-١٩٣ .
- ٢٣ - لاحظ تعليق السيد الحائري في هامش الأسس المنطقية للاستقراء ، ص ١٩٢ .
- ٢٤ - منطق الاستقراء، مصدر سابق، ص ١٧٥-١٧٦، مع التصرف لغرض الإيضاح .
- ٢٥ - الأسس المنطقية للاستقراء، مصدر سابق ، ص ١٩٣ .
- ٢٦ - منطق الاستقراء، مصدر سابق، ص ١٧٥، مع التصرف لغرض الإيضاح.
- ٢٧ - الأسس المنطقية للاستقراء، مصدر سابق، ص ١٩٤-١٩٥ .
- ٢٨ - لاحظ تعليق لجنة التحقيق في هامش الأسس المنطقية للاستقراء، ص ١٩٤ .
- ٢٩ - الأسس المنطقية للاستقراء، مصدر سابق، ص ١٩٧-١٩٨ .

- ٣٠ - لاحظ تعليق السيد الحائري في هامش الأسس المنطقية للاستقراء، ص ١٩٦-١٩٧ .
- ٣١ - لاحظ تعليق سماحته - أيضا - في ص ١٩٧-١٩٨ .
- ٣٢ - منطق الاستقراء، مصدر سابق ، ص ١٧٧-١٨١ .
- ٣٣ - الأسس المنطقية للاستقراء، مصدر سابق، ص ١٩٨-٢٠٢ .
- ٣٤ - منطق الاستقراء، مصدر سابق، ص ١٨١-١٨٨ .
- ٣٥ - الأسس المنطقية للاستقراء، مصدر سابق، ص ٢٠٣-٢٠٤ .
- ٣٦ - منطق الاستقراء، مصدر سابق، ص ١٨٨-١٨٩ .
- ٣٧ - لاحظ تعليق لجنة التحقيق في هامش الأسس المنطقية للاستقراء، ص ٢٠٥ .
- ٣٨ - الأسس المنطقية للاستقراء، مصدر سابق، ص ٢٠٥-٢٠٦ .
- ٣٩ - لاحظ تعليق السيد الحائري في هامش الأسس المنطقية، ص ٢٠٦ .
- ٤٠ - الأسس المنطقية للاستقراء، مصدر سابق، ص ٢٠٦ .
- ٤١ - لاحظ تعليق لجنة التحقيق في هامش الأسس المنطقية للاستقراء، ص ٢٠٦ .
- ٤٢ - منطق الاستقراء، مصدر سابق، ص ١٩٦ .
- ٤٣ - الأسس المنطقية للاستقراء، مصدر سابق، ص ٢٠٧-٢٠٨ .
- ٤٤ - منطق الاستقراء، مصدر سابق، ص ١٩٧-٢٠٢ .
- ٤٥ - الأسس المنطقية للاستقراء، مصدر سابق، ص ٢٦٠-٢٦١ .

- ٤٦ - الاستقراء والمنطق الذاتي، مصدر سابق، ص ٣١٢ .
- ٤٧ - لاحظ تعليق السيد الحائري في هامش الأسس المنطقية للاستقراء، ص ٢٠٨ .
- ٤٨ - الأسس المنطقية للاستقراء، مصدر سابق، ص ٢٦٣ .
- ٤٩ - نفس المصدر ، ص ٢٦١ .
- ٥٠ - نفس المصدر ، ص ٢٦٣ .
- ٥١ - نفس المصدر ، ص ٢٦٥ .
- ٥٢ - لاحظ تعليق السيد الحائري في هامش الأسس المنطقية للاستقراء، ص ٢٦٠-٢٦١ .
- ٥٣ - منطق الاستقراء، مصدر سابق، ص ٩ .
- ٥٤ - لاحظ تعليق السيد الحائري في هامش الأسس المنطقية للاستقراء، ص ٢٠٨ .
- ٥٥ - لاحظ تعليق السيد الحائري - أيضا - في هامش ص ٢٦١ .

الإضاءة الخامسة

نظرية الاحتمال في ضوء المذهب الذاتي

(تفسير الاحتمال)

(أ)

التعريف الرئيس للاحتتمال في

ضوء المذهب الذاتي

عرض موجز لتفسير الاحتمال في عند (لابلاس) :

«الاحتمال عند (لابلاس) نسبي، جانب منه ينسب إلى الجهل وجانب منه إلى المعرفة، فعندما تعرف أنه بين ثلاثة أو بين عدد كبير من الحوادث سيتحقق واحد منها فحسب لا شيء يدفع إلى الاعتقاد في أن أحدها سيتحقق أكثر من الحوادث الأخرى. وفي حالة عدم التحديد هذه يكون من المستحيل علينا أن نعبر بيقين عن تحقق الحدث، وإنما نعبر عن ذلك بحساب الاحتمالات.

وتتحقق العملية الاحتمالية عند (لابلاس) من رد كافة الحوادث التي من نوع واحد إلى عدد معين من الحالات التي تتساوى في إمكانيتها، (أي نكون غير قادرين على القطع بالنسبة إلى وجود أي واحد منها وأن يتساوى في ذلك حكمنا عليها جميعا)، ومن تحديد عدد الحالات الملائمة للحدث الذي نريد تحديد احتماله. والنسبة بين هذا العدد وعدد كافة الحالات الممكنة هي مقياس ذلك الاحتمال، وهو كسر بسطه عدد الحالات الملائمة، ومقامه كافة الحالات الممكنة. فلو أردنا في - في حالة زهرة اللعب مثلا - أن نحسب احتمال ظهور الوجه (ستة) بالنسبة لبقية أوجه الزهرة، لكانت نسبة الاحتمال هي $1/6$ البسط يمثل الحالة الملائمة الوحيدة والمقام يمثل كافة الحالات الممكنة

إمكانا متساويا أي التي تتساوى إمكانية ظهور أي حالة بينها ، ويتحقق هذا بافتراض أن أوجه الزهرة متساوية شكلا وثقلا وأن الزهرة نفسها متساوية الجوانب لا تميل إلى جانب دون جانب وإنما هي منضبطة دقيقة. وهكذا تجد أن العناصر الضرورية لتحديد حساب الاحتمالات عند لابلاس هي :

١ - تحديد الحالات الممكنة.

٢ - تحديد الحالات الملائمة.

٣ - المقدرة على تقدير التساوي بالنسبة للحالات الممكنة جميعا.

ومن هذه العناصر الثلاث صاغ (لابلاس) مبادئه العامة للحساب ، وسنسوق بعضها لبيان الدلالة الحقيقية لنظرية (لابلاس) . ومبادئ (لابلاس) عشرة : المبدأ الأول والثاني ليسا إلا مجرد تعريف للاحتمال نفسه، فأولا الاحتمال هو العلاقة بين عدد الحالات الملائمة وعدد كافة الحالات الممكنة. وهذا هو المبدأ الأول، ولكن المبدأ الثاني سرعان ما يقرر تساوي إمكانية الحالات كشرط ضروري لتحديد الاحتمال. ويضرب (لابلاس) على هذا مثالا توضيحيا : --- أما المبدأ الثالث --- .

ونحن لا يعنينا هنا من (لابلاس) غير تحديدهات العامة التي تستند كما رأينا إلى نقطتين :

١ - الأساس الذاتي للاحتمال باعتباره نسبيا إلى معرفتنا.

٢ - قيام الاحتمال عنده على ثلاثة شروط : (أ) تحديد الحالات الممكنة، (ب) تحديد الحالات الملائمة، (ج) تساوي الإمكانية بالنسبة للحالات الممكنة.

ويعد أهم شرط في نظرية (لابلاس) كما رأينا الشرط الثالث. ولو كانت النقطة الأولى في حساب (لابلاس) هي ذاتيته فإن هذا الشرط الثالث يجعل من حسابه للاحتمال حساباً قبلياً. ولذلك لاقي هذا الشرط الثالث - شرط تساوي الإمكانية - أغلب ما وجه إلى نظرية (لابلاس) من نقد. ويسمى هذا الشرط أحياناً بمبدأ العلة غير الكافية. ويفضل (كينز) أن يسميه بمبدأ عدم التمييز. وخلاصة هذا المبدأ كما رأينا أن الاحتمال لا يقوم بين الحالات الملائمة والممكنة فحسب، وإنما يشترط أن تكون الحالات الممكنة متساوية الإمكان كما سبق أن ذكرنا. ولكن كيف تتحقق للحالات الممكنة صفة التساوي هذه. يتحقق التساوي عندما لا يوجد سبب يدعو إلى تفضيل حالة دون أخرى، وعندما لا يوجد شيء يحدد الذهن في واحد من الاتجاهات المتعددة الممكنة، أو بتعبير آخر: عندما لا توجد علة معروفة تجعل لموضوع بحثنا ترجيحاً دون ترجيحات أخرى، ومن هنا كانت تسميته بمبدأ العلة غير الكافية. ففي حالة زهرة اللعب مثلاً عندما يكون في تركيب الزهرة ما يدفع إلى ظهور وجه دون وجه وترجيح هذا الظهور دون سائر الأوجه الأخرى، كأن يظهر الوجه (٦) مثلاً باطراد، يكون معنى هذا أن أوجه الزهرة ليست على درجة متساوية من إمكانية الظهور، وإنما إمكانية أحد الأوجه تفضل على إمكانية بقيتها، ولا يتم تحديد نسبة الاحتمال تحديداً سليماً إلا بضمان عدم وجود أي علة ترجح ظهور وجه دون وجه. أي بضمان تساوي إمكانية كافة الأوجه» (١)

تفسير (لابلاس) للاحتمال في ضوء المذهب الذاتي :

كتب الشهيد الصدر في (الأسس المنطقية للاستقراء) تحت عنوان (التعريف الرئيس للاحتمال) ما نصه :

))) التعريف الرئيس للاحتمال :

يعرف الاحتمال عادة بما يلي : إذا كانت النتائج المترتبة - في ظل شروط معينة نرمز إليها بـ (س) - هي (ح) من الحالات، وكانت

هذه الحالات متنافية فيما بينها وذوات فرص متساوية (أو أن قيمها الاحتمالية متساوية بتعبير آخر)، وفرضنا أن حادثة (ر) تظهر في عدد معين من تلك الحالات المتساوية ونرمز إليه بـ (ل) فإن احتمال حادثة (ر) هو $ل/ح$ بالنسبة إلى (س).

ولدى دراسة هذا التعريف للاحتمال نجد أنه يفترض بصورة مسبقة احتمالا بمعنى آخر؛ لأنه يفسر الاحتمال بأنه نسبة الحالات الموافقة للحادثة المطلوبة (ر) إلى مجموع الحالات المترتبة بعد افتراض أن جميع تلك الحالات متساوية. وهذا يعني أن هناك قيمة احتمالية للحادثة (ر) ينطبق عليها تعريف الاحتمال، وهناك قيم احتمالية لنفس الحالات، بدليل افتراض تساوي جميع الحالات، إذ لا معنى لتساويها إلا التساوي في القيمة الاحتمالية، فكل حادثة إذن من الحالات الممكنة المتساوية قيمة احتمالية. وهذه القيمة الاحتمالية لا يشملها التعريف نفسه؛ لأن التعريف يفترض بصورة مسبقة التساوي في القيمة الاحتمالية، وما دام المقياس الذي يضعه التعريف للاحتمال يفترض دائما قيمة احتمالية سابقة فلا يمكن إخضاع تلك القيمة الاحتمالية للمقياس نفسه، وبذلك يصبح التعريف ناقصا.

وبكلمة أخرى : إن لدينا احتمالات من مستويين : أحدهما احتمالات قيم الحالات الممكنة كل حالة بمفردها، فإذا حددنا قيمة كل حالة بمفردها وفرضنا أن الحالات الممكنة كلها متساوية انتقلنا إلى المستوى الثاني في الاحتمالات، أي احتمال الحوادث التي ترتبط ببعض تلك الحالات الممكنة التي ثبت تساويها في القيمة الاحتمالية على المستوى الأول . والتعريف المتقدم ينطبق على احتمالات المستوى الثاني، ويضع مقياسا لها، ولا يحدد احتمالات القسم الأول؛ لأنه يفترضها ويفترض تساوي قيمها، وهذا معنى أن التعريف ناقص لا يشمل الاحتمال بصورة عامة.

ولكي ندقق بعمق في هذا الاعتراض الذي وجهناه إلى التعريف ومدى وجاهته، لا بد لنا أن نفحص بدقة المفهوم الذي افترضه التعريف عن تساوي الحالات الممكنة، فما معنى تساويها ؟

ونحن هنا بين تفسيرين :

الأول : أن نفسر تساوي الحالات الممكنة بالتساوي في القيمة الاحتمالية، وعلى أساس هذا التفسير وجهنا الاعتراض السابق إلى تعريف الاحتمال؛ لأن التعريف على هذا الأساس يفترض بصورة مسبقة على المقياس الذي يقرره للاحتمال احتمالا وقيمة احتمالية، وهذا يعني أن التعريف نفسه قاصر عن تحديد ذلك الاحتمال المفترض.

الثاني : ان نفسر تساوي الحالات الممكنة بالتساوي بالنسبة إلى (س)، أي بالنسبة إلى الشروط المعينة التي حددت الحالات الممكنة في ظلها، بمعنى أن (س) يحتوي على إمكانات تلك الحالات جميعا، ولا يحتم واحدة منها دون أخرى، فكل حالة من الحالات الممكنة بالنسبة إلى (س) تمثل إمكانا واحدا، ونسبتها إلى (س) هو :

١

مجموع الإمكانات التي تحتوي عليها (س)

وإذا فسرنا التساوي المفترض في تعريف الاحتمال على هذا الأساس فسوف نتخلص من الاعتراض السابق؛ لأن هذا التساوي المفترض لا يستبطن قيمة احتمالية مسبقة لكي يعجز التعريف الذي يفترض ذلك التساوي عن تحديد تلك القيم وشمول تلك الاحتمالات.

ولكن تنشأ على أساس هذا التفسير مشكلتان جديدتان يواجههما التعريف فيما يلي عنهما تباعا :

مشاكل التعريف الرئيس للاحتمال :

المشكلة الأولى : إن المشكلة الأولى التي يواجهها التعريف هي أن البديهيات المتقدمة لنظرية الاحتمال يبدو أنها غير كافية لتبرير الاحتمال بمعناه الذي يحدده التعريف على هذا الأساس، بمعنى أن تلك

البديهيات لا تكفي لتبرير القول بأن درجة احتمال وقوع (ل) في المثال المتقدم ح/ل، وذلك لأن ح/ل يعبر عن نسبة الحالات التي يظهر فيها (ل) إلى مجموع الحالات المتساوية في علاقتها بـ (س)، ولكن لماذا يجب أن تكون الحالات المتساوية في علاقتها بـ (س) متساوية في قيمها الاحتمالية، أي لماذا لا بد أن يكون احتمالنا لكل واحد منها – في حال كوننا موضوعيين في الاحتمال وغير متأثرين باعتبارات ذاتية – مساويا لاحتمالنا للآخر، لكي تعبر نسبة الحالات المرافقة لـ (ل) إلى مجموع الحالات الممكنة عن قيمة احتمال (ل) ؟

وهذه المشكلة يمكن علاجها بطريقتين :

الأول : أن نضيف إلى بديهيات نظرية الاحتمال بديهية أخرى تقول : إن الحالات الممكنة إذا كانت متساوية في نسبتها إلى (س) بمعنى أن (س) لا تستلزم أي واحدة من تلك الحالات ولا ترفضها فسوف تتساوى تلك الحالات في قيمها الاحتمالية بالنسبة إلى (س)، أي أن احتمال أي حالة من تلك الحالات على أساس افتراض (س) يساوي احتمال الحالة الأخرى على أساس الافتراض نفسه.

الثاني : أن نطور من معنى الاحتمال الذي يستهدف التعريف تحديده، وننتزع منه عنصر الشك، ونقصد به النسبة الموضوعية بين الحالات المرافقة لـ (ل) ومجموع الحالات الممكنة، فلا نحتاج عندئذ إلى بديهية أخرى حينما نقول : إن احتمال (ل) هو ح/ل ؛ لأننا لا نريد بذلك إلا أن نقول : إن درجة ظهور (ل) في الحالات الممكنة هي ح/ل، وهذه نسبة موضوعية لا أثر للتصديق فيها.

وهذا يعني أن لدينا احتمالين : أحدهما : الاحتمال الواقعي وهو معنى يستبطن التصديق، والآخر : الاحتمال الرياضي وهو عبارة عن نسبة الحالات المرافقة لـ (ل) إلى مجموع الحالات.

والفارق بين الاحتمالين كبير، فالأول ينصب على حالة معينة بالذات، إذ نقول مثلا : إن هذه الرمية للنقد من المحتمل بدرجة $1/2$ أن

تؤدي إلى ظهور الصورة، والثاني ينصب على فرد افتراضي؛ لأنه لا يعبر إلا عن النسبة بين مجموعتين من الحالات – المرافقة لـ (ل) ومجموع الحالات الممكنة – فيقال مثلا : إن أي رمية للنقد من المحتمل أن تؤدي إلى ظهور الصورة بدرجة $1/2$ ، فنحن هنا لا نتحدث عن هذه الرمية أو تلك الرمية وإنما نأخذ رمية افتراضية ونحدد درجة احتمالها قاصدين بذلك توضيح نسبة إحدى المجموعتين من الحالات إلى الأخرى، ولذلك لم يكن الاحتمال بهذا المعنى يعبر عن أي شك؛ لأن الفرد الافتراضي ليس له واقع محدد ليتمكن الشك الحقيقي في اوصافه ونتائجه فعلا . والاحتمال الواقعي يبدو كاذبا إذا لم تبد الصورة في تلك الرمية بالذات، وأما الاحتمال الرياضي فلا نتصور كذبه بهذا المعنى؛ لأنه لا يتحدث عن رمية معينة بل عن رمية افتراضية وهي لا واقع محدد لها لكي يمكن أن يظهر مطابقتها للاحتمال أو مخالفتها له، بل إن الاحتمال الرياضي يعتبر كاذبا إذا لم تكن نسبة الحالات المرافقة لـ (ل) إلى مجموع الحالات الممكنة مطابقة له.

وينبغي هنا أن لا نقع في تصور خاطئ انطلاقا من التمييز بين القضايا ودوال القضايا.

وهذا التصور الخاطئ الذي نحذر منه هو الاعتقاد بأن الفارق الأساس بين الاحتمال الواقعي والاحتمال الرياضي ينشأ من أن الاحتمال الواقعي يتحدث عن قضية، أي عن أن هذه الرمية لقطعة النقد من المحتمل أن تنتج ظهور وجه الصورة، وإن الاحتمال الرياضي يتحدث عن دالة قضية لأنه إنما يتحدث عن فرد افتراضي – عن رمية ما – أي عن رمز، فما لم يحول هذا الرمز ويعين في فرد معين، في هذه الرمية أو تلك، لا تصبح الجملة قضية، وإذا عينا قيمة الرمز وعيناه في فرد خاص خرجنا عن نطاق الاحتمال الرياضي وأصبح الاحتمال واقعيًا، فالاحتمال الرياضي يتحدث دائما عن دوال القضايا ولا يتحدث عن قضية، فجملة (إن احتمال وجه الصورة في رمية ما هو $1/2$) مردها أنه إذا كان (س) رمية ما فمن المحتمل أن يؤدي (س) إلى ظهور وجه الصورة بدرجة $1/2$.

وأنا أرى أن الاحتمال الرياضي يتحدث عن قضية لا عن دالة قضية، وأن هناك فارقاً بين الاحتمال الرياضي وبين الجمل التي نتحدث عن دخول فئة في فئة أخرى من نوع : العراقيون أذكىء، فتلك الجمل تتحدث عن إحدى الفئتين مباشرة وتحكم باندرجها في الفئة الثانية، ولما كانت الفئة في مصطلح المنطق الرمزي ليست إلا رمزا فجملة (العراقيون أذكىء) إذن تحكم على الرمز، والرمز ليس له معنى ما لم يحول إلى عنصر ثابت وفرد محدد، فليست الجملة على هذا الأساس قضية بل دالة قضية، وأما الاحتمال الرياضي فهو وإن كان يعالج فئتين أو مجموعتين – وهما الحالات الممكنة المرافقة لـ (ل) ومجموعة الحالات الممكنة – ولكنه لا يتحدث عن إحدى الفئتين وإنما يتحدث عن النسبة بين الفئتين، أي النسبة بين الحالات المستبطنة لـ (ل) ومجموع الحالات الممكنة بالنسبة إلى (س) وهذه النسبة أمر محدد معين وليست فئة من الفئات، فالاحتمال الرياضي وإن كان يعبر عن علاقة بين فئتين وهذا يعني انه يعبر عن علاقة بين دالتي قضية، ولكن الحديث عن هذه العلاقة نفسها قضية وليست دالة قضية، ولهذا يتصف بالصدق والكذب دون حاجة إلى تحويل طرفي العلاقة إلى قضيتين باستبدال المتغير فيها بثابت.

نستخلص مما تقدم أن المشكلة التي أثارناها بشأن احتياج نظرية الاحتمال إلى بديهية أخرى يمكن التغلب عليها بالاتجاه إلى إضافة بديهية أخرى فعلاً، أو بالاتجاه إلى تجريد الاحتمال الرياضي من أي معنى ذاتي للشك، وتحويله إلى مجرد نسبة بين مجموعتين من الحالات.

المشكلة الثانية : والمشكلة الثانية التي يواجهها التعريف على أساس التفسير المتقدم للتساوي بين الحالات المفترض فيه ترتبط بهذا التفسير للتساوي، فقد افترضنا في تعريف الاحتمال ان تكون الحالات متساوية، وفسرنا ذلك بالتساوي بينها بالنسبة إلى (س)، أي إلى شروط معينة من قبيل أن حالة ظهور وجه الصورة وحالة ظهور وجه الكتابة متساويتان بالنسبة إلى حادثة رمي قطعة النقد الذي يحتوي على وجهين، ولكننا نريد أن نحدد معنى هذا التساوي النسبي الذي نفترضه

بين الحالات الممكنة و (س). إن هذا التساوي النسبي يفترض أن هناك علاقة بين كل حالة من الحالات الممكنة و (س) وأن هذه العلاقة لها درجات، وتكون الحالات الممكنة متساوية بالنسبة إلى (س) إذا كانت علاقاتها بها جميعاً بدرجة واحدة، ولم تكن علاقة بعض تلك الحالات بـ (س) أكبر من علاقة البعض الآخر، فما هي تلك العلاقة التي تربط (س) بكل واحدة من تلك الحالات وتكون مساوية تارة وأكبر تارة أخرى من العلاقة التي تربطها بسائر الحالات ؟

قد يقال إنها علاقة الاحتمال بمعنى احتمال هذه الحالة على افتراض (س)، فعلاقة ظهور وجه الصورة برمي النقد تعبر عن درجة احتمال ظهور وجه الصورة على افتراض رمي النقد، ولما كانت درجة احتمال كل حالة على افتراض (س) غير محددة، فقد تكون مساوية لدرجة احتمال الحالة الأخرى على افتراض (س) وقد تكون أكبر أو أصغر، ففي حالة التساوي بين الدرجتين يتحقق التساوي بين الحالتين بالنسبة إلى (س).

ولكن هذا القول يعود بنا إلى التفسير الأول للتساوي، أي تفسيره بالتساوي في درجة الاحتمال، فنواجه الاعتراض الذي أثارناه سابقاً ضد التعريف على أساس هذا التفسير، وهو أن التعريف – على هذا الأساس – يفترض الاحتمال بصورة مسبقة، فلا يمكن أن يضع تحديداً للاحتمال بصورة عامة على نحو شامل للاحتتمالات التي يفرضها بصورة مسبقة.

فلا بد إذن أن نحاول تفسير العلاقة التي تربط (س) بكل حالة من الحالات الممكنة بدون افتراض الاحتمال في محتوى تلك العلاقة، وهذا يعني أن العلاقة يجب أن تكون ثابتة بصورة مستقلة عن عالم الاحتمال واليقين، وقائمة بصورة موضوعية بين قضيتين : إحداهما (س) والأخرى الحالة التي ترتبط بها، أي بين قضية أن قطعة النقد قد رميت إلى الأرض، وقضية أن وجه الصورة قد ظهر.

ونحن إذا فحصنا العلاقة الموضوعية التي تربط بين قضيتين نجد أن إحدى القضيتين قد يكون بينها وبين القضية الأخرى علاقة لزوم، بمعنى أن صدق قضية يستلزم صدق القضية الأخرى، وقد يكون بينهما علاقة تناقض بمعنى أن صدق قضية يستلزم كذب القضية الأخرى، وقد تكون بينهما علاقة إمكان بمعنى أن إحدى القضيتين لا تستلزم الأخرى ولا تناقضها، وعلاقة الإمكان بهذا المعنى ليست بمعنى الاحتمال؛ لأن الإمكان بمعنى الاحتمال ليس علاقة موضوعية قائمة بصورة مستقلة عن الإدراك، بل الإمكان هنا معناه نفي علاقة اللزوم وعلاقة التناقض، ولما كانت علاقة اللزوم وعلاقة التناقض موضوعيتين فكذلك نفيهما.

وعلى هذا الضوء نجد أن العلاقة الموضوعية القائمة بين (س) وكل حالة من الحالات الممكنة هي علاقة الإمكان بهذا المعنى السلبي، أي نفي علاقة اللزوم والتناقض.

ومن الواضح أن التساوي بين الحالات الممكنة بالنسبة إلى (س) المفترض في التعريف لا يمكن أن نفسره على أساس هذه العلاقة؛ لأن هذه العلاقة ليس لها درجات ليتمكن افتراض التساوي والتفاوت بين الحالات.

وهكذا نجد في النهاية أنفسنا أمام علاقتين – علاقة الاحتمال وعلاقة الإمكان – لا يمكن أن نفسر التساوي المفترض في التعريف على أساس أي واحدة منهما، فلا علاقة الاحتمال الذاتية تصلح أساساً للتساوي المفترض؛ لأن هذا يجعل التعريف يفترض الاحتمال بصورة مسبقة، ولا علاقة الإمكان الموضوعية تصلح أساساً للتساوي المفترض؛ لأن هذه العلاقة ليس لها درجات ((٢) ٠)

اعتراضات الآخرين على تفسير (لا بلاس) للاحتمال ومناقشتها :

كل من يطلع على نظريات الاحتمال وتاريخها يعلم جيدا أن النظرية الكلاسيكية في الاحتمال لـ (لا بلاس) قد تعرضت إلى العديد

من الاعتراضات، وعلى هذا الأساس قد يستغرب البعض أن يقتصر الشهيد الصدر في نقده لهذه النظرية على ما تقدم – رغم أهمية هذا النقد ووجاهته – دون أن يتوسع في نقده لهذه النظرية كما فعل الآخرون.

ونحن إذا ما تأملنا بدقة في أفكار الشهيد الصدر عن الاحتمال قد نجد تبريرا لعدم توسعه في إثارة العديد من الاعتراضات على النظرية الكلاسيكية، إذ أن أغلب هذه الاعتراضات – وليس كلها بطبيعة الحال – هي اعتراضات غير صحيحة من وجهة نظر الشهيد الصدر، وفيما يلي إيضاح ذلك :

لقد واجه لابلاس في نظريته عدة اعتراضات، إذ بدأت عملية نقده بعد وفاته بخمس عشرة سنة، وكان من الأوائل الذين اعترضوا عليه كل من أليس Ellis (سنة ١٨٤٢)، وبول BOOLE (سنة ١٨٥٤)، وفن venn (سنة ١٨٦٦) وميزس (سنة ١٩٢٨). وانصبت أغلب الاعتراضات على النقطة الأخيرة، وبالذات على مبدأ عدم التمييز الذي يفترض التساوي في الحالات الممكنة الكلية (٣)٠

ونحن هنا سوف :

أولا – نستعرض هذه الاعتراضات واحدا تلو الآخر وبالشكل الذي استعرضها فيه يحيى محمد في كتابه الاستقراء والمنطق الذاتي – باعتبار أنه قد استعرض في كتابه المذكور أغلب الاعتراضات الواردة على النظرية الكلاسيكية – .

ثانيا – نحاول بعد نهاية كل اعتراض تقييمه في ضوء أفكار وآراء الشهيد الصدر.

الاعتراض الأول : ((إن نظرية لابلاس هي نظرية عقلية قبلية حين تفترض التساوي بالنسبة للحالات الممكنة، حيث ليس هناك ما يجعلنا نعتقد بأن حالة ما ستحدث أكثر من أي حالة أخرى، فهي بالتالي لم تستند في ذلك إلى التجربة والاستقراء والاستفادة من البيانات الموضوعية. وهناك عدد من القدماء اعترضوا على مبدأ التساوي في

التوزيع انطلاقاً من الجهل، ومن ذلك (أليس) كتب بأن الجهل ليس أساساً لأي استدلال يمكن أن يعتمد عليه . كما أن بول رفض الأحكام القبلية التي أدلى بها لابلاس، باعتباره لم يستعن بالبيانات الخارجية. فلو كانت لدينا قطعة زهر فسوف لا يمكننا الحكم بتساوي وجوهها ما لم يكن لدينا علم مسبق بطبيعتها الخاصة كشكلها وتنظيمها، وكذا العلم المسبق بالظروف العشوائية التي تؤثر على الرمية --- فكل هذه الأمور تتدخل في تحديد طبيعة الحالات الممكنة من حيث التساوي وعدمه . وهذا يعني أن مبدأ عدم التساوي ليس ذا طبيعة قبلية وإنما مرده إلى التجربة والاستقراء. أو يمكن القول إن مبدأ لابلاس يعترف بالجهل التام، فيبرر التساوي في الاحتمالات العائدة للحالات الممكنة، بينما الصحيح هو أن يكون لنا علم ومعرفة تبرر الحكم في تساوي الاحتمالات. فنظرية لابلاس تخلط بين قضيتين إحداهما صحيحة والأخرى خاطئة. فالقضية الأولى تؤكد بأن الحالات الممكنة متساوية الاحتمال إذا ما كنا نعلم أنه لا يوجد سبب يبرر الاعتقاد بعدم التساوي. أما الأخرى الخاطئة فهي القول بأن الحالات الممكنة متساوية الاحتمال لعدم وجود ما يدعو للاعتقاد بأنها غير متساوية، فكلتا القضيتين كان موضع تطبيق مبدأ عدم التمييز رغم سعة الفارق بينهما، فإحداهما قائمة على المعرفة وهي القضية الأولى، أما الأخرى فقائمة على الجهل المحض، ومثل ذلك ما قرره (نيل) بأن من حقنا أن نتعامل مع حالات الإمكان كاحتمالات متساوية وذلك فقط عندما نعرف بأن البيئة المتوفرة لدينا لم تزودنا شيئاً يبعث على ترجيح إحدى تلك الحالات على غيرها، لا أن نتعامل معها عندما نجهل البيئة كلياً. وكذا الحال فيما ذهب إليه (ميلور).

وهناك من ذكر ثلاثة انتقادات لنظرية لابلاس، حيث أنها قبلية تضع حساب الاحتمال من غير اهتمام بأي معلومات حقيقية أو إحصائية حول الحادثة. وهي عقلية لا تشير إلى الخصائص الخارجية للحوادث ذاتها، وإنما إلى درجة الاعتقاد العقلي، فتحدد درجة الاحتمال غير معنية بما عليه الحادثة في واقع أمرها إن كانت تتخذ فعلاً تلك الدرجة أم لا ؟ وفوق كل ذلك فإن الحكم الاحتمالي يظل نسبياً

في علاقته بمعرفتنا أو بالبيانات، إذ عندما تتغير معطيات البيانات فإن الاحتمال سوف يتغير تبعاً لذلك. (٤)

تقييم الاعتراض الأول :

كنا قد ذكرنا فيما تقدم أن الشهيد الصدر قد أكد أن هناك تفسيرين للتساوي المذكور في تعريف لابلاس :

الأول : أن نفسر تساوي الحالات الممكنة بالتساوي في القيمة الاحتمالية.

الثاني : أن نفسر تساوي الحالات الممكنة بالتساوي بالنسبة إلى (س)، أي بالنسبة إلى الشروط المعينة التي حددت الحالات الممكنة في ظلها، بمعنى أن (س) يحتوي على إمكانات تلك الحالات جميعاً، ولا يحتم واحدة منها دون أخرى، فكل حالة من الحالات الممكنة بالنسبة إلى (س) تمثل إمكاناً واحداً، ونسبتها إلى (س) هو :

١

مجموع الإمكانات التي تحتوي عليها (س)

وعلى أساس ما تقدم يمكننا أن نقول أن الانتقادات السابقة يمكن أن تجد طريقها للقبول فعلاً فيما لو فسرنا تساوي الحالات الممكنة بالتساوي في القيمة الاحتمالية؛ إذ من حقنا فعلاً – كما يقرر نيل – أن نتعامل مع حالات الإمكان كاحتمالات متساوية فقط وذلك عندما نعرف بأن البيئة المتوفرة لدينا لم تزودنا شيئاً يبعث على ترجيح إحدى تلك الحالات على غيرها، لا أن نتعامل معها عندما نجعل البيئة كلياً.

وأما إذا فسرنا تساوي الحالات الممكنة بالمعنى الثاني – بالتساوي بالنسبة إلى (س) – فبالأكيد أن الانتقادات السابقة سوف لا تجد طريقاً لقبولها، إذ أن لابلاس وفق هذا التصور لا يتحدث عن تساوي الحالات الممكنة في القيم الاحتمالية، وإنما يتحدث عن تساويها

بالنسبة إلى (س)، بمعنى أن (س) لا تستلزم أي واحدة من تلك الحالات ولا ترفضها. وفي ضوء هذا التصور فإن تساوي الحالات الممكنة ليس بحاجة إلى الاستناد إلى الاستقرار والتجربة والاستفادة من البيئة، ولكنه بالتأكيد سوف يكون بحاجة - كما يقول الشهيد الصدر - إلى : إما افتراض مصادرة مفادها : إن الحالات الممكنة إذا كانت متساوية في نسبتها إلى (س) بمعنى أن (س) لا تستلزم أي واحدة من تلك الحالات ولا ترفضها فسوف تتساوى تلك الحالات في قيمها الاحتمالية بالنسبة إلى (س)، أي أن احتمال أي حالة من تلك الحالات على أساس افتراض (س) يساوي احتمال الحالة الأخرى على أساس الافتراض نفسه. وإما أن يطور من معنى الاحتمال بحيث ينتزع منه عنصر الشك، ويقصد به النسبة الموضوعية بين الحالات المرافقة لـ (ل) ومجموع الحالات الممكنة، فلا يحتاج حينئذ إلى بديهية أخرى حينما يقول : إن احتمال (ل) هو ح/ل ؛ لأننا لا نريد بذلك إلا أن نقول : إن درجة ظهور (ل) في الحالات الممكنة هي ح/ل ، وهذه نسبة موضوعية لا أثر للتصديق فيها.

على أن نشير إلى أن تفسير تساوي الحالات الممكنة بالمعنى الثاني لا يعني إنقاذ نظرية لابلاس من الاعتراضات إذ أنها وفق هذا التصور سوف تصادف مشكلة أخرى في تفسير هذا التساوي النسبي كما هو واضح مما نقلناه عن الشهيد الصدر فراجع.

ومن ناحية أخرى : فإن الاعتراض بأن نظرية (لابلاس) قبلية تضع حساب الاحتمال من غير اهتمام بأي معلومات حقيقية أو إحصائية حول الحادثة، يمكننا أن نقول فيه :

ينبغي التفريق بين القولين التاليين :

القول الأول : إن نظرية (لابلاس) في الاحتمال تحدد الحالات الممكنة اعتماداً على التقسيم العقلي من غير اهتمام بأي معلومات حقيقية أو إحصائية حول الحادثة.

القول الثاني : أن نظرية (لابلان) في الاحتمال تفترض التساوي بين الحالات الممكنة من دون الاستناد إلى أي معلومات حقيقية أو إحصائية حول الحادثة.

وإذا فرقنا جيدا بين القولين السابقين، فإن القول بقبليّة نظرية (لابلان) في الاحتمال على أساس القول الثاني يكون مبررا نوعا ما، وقد أشرنا إلى ذلك في العرض الموجز، وذكرنا أن أغلب ما وجه إلى نظرية (لابلان) من انتقادات كان موجهًا بشكل أساسي إلى شرط تساوي الإمكانية. ثم أننا قد تحدثنا عن هذا الموضوع فيما تقدم وسيأتي المزيد.

وأما القول بقبليّة نظرية (لابلان) على أساس القول الأول، فهو غير مبرر. وللمزيد من الإيضاح نقول :

أولا - إن هذا الاعتراض - أي القول بالقبليّة وعدم الاهتمام بأي معلومات إحصائية - مبني أساسا على فهم خاطيء - نوعا ما -، حيث يرى البعض ومنهم الدكتور (عبد الكريم سروش) : إن (لابلان) أقام تعريفه للاحتمال على أساس العلم الإجمالي - بشكل من الأشكال - في تحديده لأعضاء المجموعة وأطراف العلم الإجمالي على أساس التقسيم العقلي، وجاء بقيد تساوي الإمكان (تساوي الاحتمال) لأجل أن يؤكد تساوي احتمالات الأعضاء عقليا (٥) ثم أن الدكتور (عبد الكريم سروش)، وبعد أن نقل الكلام التالي - الوارد عن الشهيد الصدر فيما كتبه تحت عنوان (شمول التعريف) - :

" يبدو أن تعريفنا وما ذكرناه من شمول يؤدي بنا إلى نتائج غريبة جدا، حيث يمكن أن نقول عن أي امرأة حامل أن احتمال ولادتها ذكرا أو أنثى أو خنثى يساوي (١/٣)، بينما الواقع العملي ليس كذلك، فمن أين نشأ هذا الخطأ ؟ "

ذكر : أن جواب السيد الصدر على هذا الاستفهام هو : أننا غفلنا في تكوين العلم الإجمالي الثلاثي عن علم إجمالي أوسع، ومن هنا

انتهينا إلى هذه النتيجة النادرة. أجل، فإذا قطعنا علاقتنا بعالم الخارج فسوف لانجد سوى ثلاثة شقوق (وهذا هو الحصر المنطقي في النظرية الكلاسيكية للاحتمال)، أما إذا التفتنا إلى عالم التجربة والاستقراء ووجدنا أن نسبة الخنثى في المواليد مثلا يساوي ١/١١ فسوف يتولد لدينا علم إجمالي جديد، وهذه النسبة تقول لنا - في الواقع - إذا كان هناك فرضا (١١) عاملا في تكوين هوية الوليد، فعشرة منها تنفي كونه خنثى، في هذا الضوء يصبح احتمال كون الوليد خنثى في كل حامل هو ١/١١ . من هنا تتضح لنا درجة تأثير معلوماتنا الاستقرائية على تشكيل مجموعة العلم الإجمالي، ومن تتدخل في تحديد درجة الاحتمال . (٦)

وفي ضوء ما ذكره الدكتور (سروش) - فيما تقدم - عن جواب الشهيد الصدر، وضمنه كلامه الذي حصره بين قوسين، وجعلنا نحن تحته خطأ، يتضح أيضا الفهم غير الدقيق لموقف (لابلاس) من قبل الدكتور (سروش)، حيث فهم (سروش) أن تحديد عدد أعضاء الفئة يتم في ضوء (لابلاس) على أساس الإمكان العقلي للوجوه ووفق الحصر المنطقي.

ثانيا - ولكي نبين كيف أن الاعتراض بأن نظرية (لابلاس) قبلية تضع حساب الاحتمال بغير اهتمام بأي معلومات حقيقية أو إحصائية حول الحادثة، بني على فهم غير دقيق - نوعا ما -، يمكننا أن نقول - بحسب السيد عمار أبو رغيث - : ما هو معنى تشكيل المجموعة من الوجوه الممكنة ؟ فتشكيل المجموعة يعني تحديد عدد أعضاء الفئة، فهل أن عدد أعضاء الفئة تتم في المدرسة الكلاسيكية على أساس الإمكان العقلي للوجوه ووفق الحصر المنطقي ؟

لاحظنا أن الدكتور يرى ذلك ويرى أن تشكيل المجموعة في المدرسة التكرارية يتم عن طريق التجربة وتكرار الحدوث --- نحن مع الدكتور في صحة تأكيده على أن مشكلة اختيار عدد الأعضاء تواجه النظرية الكلاسيكية أيضا. ولكني - وهنا المسألة الأساسية - أريد أن أفهم كيف تواجه النظرية الكلاسيكية هذه المشكلة، مع أنها تشكل المجموعة على أساس الوجوه الممكنة ووفق الحصر المنطقي -

كما أكد ذلك سروش - ؟ فنحن إذاً آمننا بأن المجموعة تحدد أعضاؤها على أساس الحصر المنطقي، فأية مشكلة سوف نواجه في تعيين عدد أعضاء المجموعة ؟ إنما تقف مشكلة تعدد البدائل وتنوع أساليب اختيار المجموعة في حالة خروجنا من دائرة الحصر المنطقي، وإيماننا بأن المجموعة يمكن أن تشكل في ضوء معطيات الواقع التجريبي. ثم كيف صح للأخ (سروش) أن يقول في صدد تشكيل العلم الثلاثي الأطراف بأنه (حصر منطقي في النظرية الكلاسيكية) بينما اعتبر تشكيل العلم الإجمالي الثاني من (١١) عضوا قائما على أساس التجربة ؟ أنا لا أفهم كيف كان تعيين احتمال الوليد - بأنه إما أن يكون ذكرا وإما أن يكون أنثى وإما أن يكون خنثى - تعيينا بالحصر المنطقي، وتعيين احتمال الوليد بأنه خنثى يساوي (١/١١) --- تعيين بالحصر الاستقرائي ؟ إن كلا منهما تعيين بالحصر الاستقرائي، فأن يكون الوليد ذكر أو أنثى أو خنثى أمر لم يمنحه الحصر المنطقي، إنما هو معطى من معطيات التجربة البشرية.

ننتقل من النقض إلى الحل، فالأخ سروش خلط بين تحديد قيمة الاحتمال، وبين تشكيل مجموعة الأطراف، على أننا لا ننكر وجود علاقة بين هذين الأمرين، لكنها ليست علاقة التبعية الكاملة.

ونود أن ننبه إلى الفارق الأساس بين المدرسة الكلاسيكية والمنطقية وبين المدرسة التجريبية في تحديد قيمة الاحتمال : حيث ترى المدرستان أن الاحتمال معطى قبلي يحدد وفقا لمبادئ قبل التجربة والتكرار، وهذا لا يعني - كما تخيل الدكتور سروش - : أن هاتين المدرستين لا تفران بأن تنمية الاحتمال ممكنة، بل لا بد أن تكون في ضوء التجربة وتكرار الشواهد والبيانات التي تدعم الفرض وتثري القيمة الاحتمالية المحددة قبليا. بينما ترى المدرسة التكرارية أن الاحتمال معطى تجريبي يحدد وفقا لنسبة تكرار الحدوث المتناهي أو اللامتناهي. (٧)

أما الاعتراض بأن نظرية (لابلاس) عقلية لا تشير إلى الخصائص الخارجية للحوادث ذاتها، وإنما إلى درجة الاعتقاد العقلي،

فـتحـديـد درجـة الاحتمال غير معنـية بما عليـه الحادـثة في واقع أمرها، وإن كانت تتخذ فعلا تلك الدرجة أم لا ؟

من الواضح أن القصد من هذا الاعتراض أن نظرية (لابلـاس) عقلية بمعنى أنها من جنس العلم وليس من قبيل الأوصاف الخارجية، ومن الواضح أيضا – كما سيأتي بالتفصيل في الإضاءة العاشرة وفي مواضع أخرى – أن اعتبار الاحتمال من جنس العلم في ضوء الشهيد الصدر لا يعد عيبا في نظرية (لابلـاس)، بل أن الشهيد الصدر يرى أن من الخطأ ربط الاحتمال بالتكرار مباشرة، لأن الاحتمال دائما يقوم على أساس العلم الإجمالي، والاستقراء يقرب الاحتمال من الحقيقة عن طريق تعميق العلم الإجمالي وإثرائه. (٨)

أما الاعتراض بأن الحكم الاحتمالي يظل نسبيا في علاقته بمعرفتنا أو بالبيانات، إذ عندما تتغير معطيات البيانات فإن الاحتمال سوف يتغير تبعا لذلك، فإن ذلك لا يعد عيبا على نظرية (لابلـاس) في الاحتمال من وجهة نظر الشهيد الصدر؛ لأنه يعتقد أن الاحتمال وإن كان لا يقوم على الاستقراء إلا أن الاستقراء يقترب باحتمالاتنا من الحقيقة، وهذا يعني أن الحكم الاحتمالي مرتهن بدقة البيـنة.

الاعتراض الثاني :

تبعا للنقد السابق من البعد الذاتي في نظرية لابلـاس، أظهر العديد من الباحثين ما تفضي إليه النظرية من نتائج متناقضة تترتب عن عدم اشتراط اللجوء إلى البيانات التي تبرر التساوي في الحالات الممكنة. وكان أول محاولة تصب في هذا الاتجاه من النقد هي تلك التي تعرف بتناقض برتراند، وهي محاولة تعود إلى برتراند (سنة ١٨٨٩) تظهر التناقض في النتائج التي تسفر عن الأخذ بمبدأ عدم التمييز.

وكمثال على هذا التناقض، لو فرضنا أن لدينا صندوقا فيه ثلاث حقائب، في كل منها قطعة نقد، واحدة منها تحوي قطعتين ذهبيتين، وثانية تحوي قطعتين فضيتين، والثالثة فيها قطعة ذهبية والأخرى فضية. ولو فرضنا أننا اخترنا إحدى هذه الحقائب عشوائيا وسحبنا

منها قطعة واحدة فتبين أنها ذهبية، فما هو احتمال أن تكون القطعة الأخرى لنفس الحقيبة ذهبية ؟

وتبعاً لمنطق نظرية لابلاس في مبدأ عدم التمييز هناك إجابتان مختلفتان ومتكافئتان عن هذا السؤال. فمن حيث الإجابة الأولى، إننا عندما سحبنا قطعة النقد فظهرت ذهبية فلما أن تكون الحقيبة ذات قطعتين ذهبيتين أو ذات قطعة ذهبية واحدة مع أخرى فضية، وعليه ليس لدينا سبب يرجح أحد هذين الفرضين على الآخر، ومن ثم هناك إمكان واحد ملائم بين إمكانين متنافيين، وبالتالي فاحتمال كل منهما يساوي ($1/2$). أما الجواب الثاني فهو أن هناك ستة إمكانات بعدد القطع جميعاً، وقد تمت تصفية ثلاثة منها، حيث لم يعد هناك أي مجال لاحتمال القطعتين الفضيتين، كذلك فإنه عند سحب القطعة الذهبية فإنه لم يبق إلا ثلاث اختيارات متكافئة، أو متساوية الاحتمال، إثنان منها يعبران عن وجود القطعتين الذهبيتين والثالث يعبر عن وجود القطعة الفضية، فاحتمال أن تكون القادمة ذهبية يساوي ($2/3$)، قبال الاحتمال الآخر، وهكذا فبحسب هذا الاعتراض أن مبدأ عدم التمييز لنظرية لابلاس يمكن تطبيقه على الإجابة الأولى والثانية بلا فرق. مع أن واقع نظرية لابلاس تختار الإجابة الثانية وترجحها على الأولى تبعاً لبعض قوانينها التي اشتقتها كما سنرى.

وعلى هذه الشاكلة هناك أمثلة عديدة عرضت في بيان عدم دقة مبدأ عدم التمييز الذي ارتكزت عليه نظرية لابلاس. فمثلاً إذا كانت لدينا قنينة بحجم لترين فيها ماء لا نعرف مقداره سوى أنه يتراوح بين لتر إلى لترين • فبحسب المبدأ السابق يمكن أن نعتبر أنه ليس هناك ما يرجح كون الماء ليتراً على كونه لترين ولذا فاحتمال كل منهما يساوي نصفاً، كما لا يوجد ما يرجح حجمه ليتراً ونصف اللتر على كونه لترين، فاحتمال كل منهما نصف أيضاً، لكن قد نقول بنفس الاعتبار من مبدأ عدم التمييز أن احتمال كون الماء ليتراً هو نصف، وكونه لترين هو نصف أيضاً، لذا فاحتمال كونه ليتراً ونصفاً هو صفر وليس نصفاً، أو هو عبارة عن الواحد والنصف ($2/3$) بحسب جمع الاحتمالات.

ومن ذلك أيضا ما ذكره الاستاذ واتلن وأيده الاستاذ آير من أنه لو كنا نتبع خطوات رجل يسير في شارع طويل ينتهي في الأخير إلى ثلاثة فروع، إثنان منها يصعد إلى تل، والآخر ينزل إلى واد، ولنفترض أننا لم نستطع أن نرى الرجل في أي اتجاه اتخذه عبر تلك الممرات الثلاثة، والسؤال هو كيف نحدد قيمة احتمال نزوله إلى الوادي؟ وعليه لو أننا اعتبرنا الممرات ذوات قيم احتمالية متساوية باعتبار أننا لا نعلم الخيارات حولها، فإن قيمة احتمال النزول إلى الوادي ($1/3$). لكن قد نعتبر الوصول إلى التل وإلى الوادي هما ذوي إمكانين متساويين، لذا فقيمة احتمال كل منهما تساوي ($1/2$). مما يدل على تعسفية هذه النتائج. وعلى رأي الاستاذ آير إن خطأ هذه الطريقة يعود إلى أن القيم الاحتمالية أصبحت لا تعتمد فقط على ما هو موضوعي، وإنما متأثرة كذلك بتركيب اللغة التي نستخدمها ونوظفها بالاتجاه الذي نفترض به الأمور.

وهناك مثال آخر يطلق عليه (تناقض الحياة في المريخ) ، حيث يفترض بحسب جهلنا أن احتمال الحياة في المريخ يساوي احتمال عدم الحياة هناك، وبالتالي فكل منهما يساوي ($1/2$). لكن يمكن أن نصل إلى نتائج أخرى مغايرة ومناقضة لما سبق، وهو أن نقول إن احتمال وجود الأبقار في المريخ يساوي ($1/2$)، وكذا نفس القيمة بالنسبة إلى وجود الخيل، وكذا أي نوع نفترضه من أنواع الحيوانات والنباتات، وبالتالي فإن احتمال وجود هذه الكائنات جميعا ولنعتبر عن عددها بالحرف (ن) هو ($1/2$) مضروبة في نفسها (ن) من المرات، وبالتالي فإن وجود أي واحد منها هو : $1 - (1/2)$ ، مضروبة في نفسها (ن) من المرات، وهي نتيجة تؤكد على أن احتمال وجود أي واحد منها قريب جدا من الواحد أو اليقين ، وذلك باعتبار أن قيمة ($1/2$) مضروبة في نفسها (ن) من المرات هي قيمة ضئيلة جدا. مما يعني أن احتمال الحياة الذي قدرناه في الأول بأنه ($1/2$) أصبح فيما بعد عبارة عما يقارب الواحد، وهو تناقض واضح.

كما أن كينز عرض مثالا نقداً فيه مبدأ عدم التمييز وما يفضي إليه من نتائج متناقضة. فمثلاً يحق لنا حين عدم معرفة لون غلاف كتاب ما أن نطبق عليه المبدأ السابق في احتمال أن يكون أحمر اللون بقيمة احتمالية قدرها ($1/2$) وحيث نجهل لونه كلياً، فهو بالتالي إما أحمر أو ليس بأحمر، وقيمة كل فرض من هذين الفرضين تساوي نصفاً، وذلك لعدم معرفة السبب الذي يمكن أن يرجح أحدهما على الآخر. لكن يمكن أن نعطي ذات هذه القيمة بافتراض أنه أزرق اللون و نفس الحال في سائر الألوان الأخرى. إلا أن جمع هذه الاحتمالات لتعيين قيمة احتمال هذا الغلاف يفوق الواحد. وهذا المثال الذي قدمه كينز هو ذاته الذي قدمه كيبارج في كتابه (الاحتمال والمنطق الاستقرائي) ، لكن مع أخذ اعتبار أنه استعان بنموذج ألوان الكرات لا الأغلفة. وكذا صنع كارناب الشيء نفسه، وعلى شاكلة ما ذكره فون ميزس، وكذا عند وليام نيل الذي استند إلى كينز في اعتبار ذلك المبدأ يقود إلى نتائج عبثية، وقدم مثلاً على شاكلة ما قدمه كينز، وهو أنه وفقاً لذلك المبدأ يمكننا أن نعتبر احتمال سقوط زهر النرد على الوجه الذي يحمل الآس (١) هو ($1/6$). لكن من الممكن أن يستخدم المبدأ السالف الذكر ليقود باعتبار آخر إلى إعطاء قيمة أخرى مختلفة هي ($1/2$)، فنعتبر مثلاً أن أمامنا حالتين فقط، إحداهما سقوط الزهر على ذلك الوجه، والأخرى سقوطه على وجه آخر غيره، فتصبح لدينا إمكانيتان متساويتان، حيث نعلم أنه لا يوجد هناك سبب يرجح إحدى الحالتين على الأخرى، وبذا تكون لكل منهما نفس القيمة الاحتمالية وهي ($1/2$) بدل ما كانت عليه القيمة ($1/6$). ونفس الحال يمكن فعله مع الآس (٢)، وهكذا مع البقية. فلو أردنا أن نجمع احتمالات الوجوه الستة على هذه الشاكلة لكانت تساوي ثلاثة أضعاف الواحد، وهو عبث.

وواضح أنه من الممكن تفادي هذه الاعتراضات إذا ما كانت هناك بعض القيود التي تقيد العمل بمبدأ عدم التمييز ضمن شروط خاصة تمنعه من الوقوع في المفارقة والنتائج التعسفية. ولا يمكن أن تعد هذه الاعتراضات جذرية لا علاج لها، ومن ذلك أن كينز حاول أن يتجنب ما يترتب على المبدأ السابق من تناقضات عبر تقييد استخدامه في

حالات الخيارات الممكنة متناهية العدد، وكذا أن تكون غير قابلة للتجزئة والتقسيم، كما أنه لا غنى عن استخدام اللغة الدقيقة في التعبير عن الافتراضات المطلوبة، كي لا تتعدد الافتراضات والإمكانات. (٩)

تقييم الاعتراض الثاني :

أولاً : أما بالنسبة لمثال برتراند رسل – الصندوق ذو الحقائق الثلاث – الذي حاول فيه أن يبرز ما تقضي إليه نظرية لابلاس من نتائج متناقضة تترتب عن عدم اشتراط اللجوء إلى البيانات التي تبرر التساوي في الحالات الممكنة • ففيه : لاشك في أن تحديد الحالات الممكنة التساوي ليس أمراً اعتباطياً في ضوء نظرية لابلاس، وإنما هو أمر يخضع لشروط يتم في ضوءها تحديد هذه الحالات، بمعنى أن الحالات الممكنة التساوي إنما تحدد في ظل شروط معينة، وكل تحديد للحالات الممكنة لا يأخذ بنظر الاعتبار هذه الشروط بشكل دقيق سوف ينتهي بنتائج خاطئة. وهذا الفهم يشع بوضوح من العبارة التالية من التعريف الرئيس للاحتمال : ((إذا كانت النتائج المترتبة – في ظل شروط معينة نرسم إليها ب (س) – هي (ح) من الحالات - ---)) .

وفي ضوء ما تقدم فإنه من الغريب حقاً أن يرى رسل أن هناك طريقين مختلفين ومتكافئين لتحديد الإمكانات المتساوية في المثال المذكور. والحق أنه في ظل الشروط المذكورة : (صندوق فيه ثلاث حقائب، في كل منها ---) أن الطريقة الوحيدة لتحديد الإمكانات المتساوية هي الطريقة الأولى لأنها أخذت بنظر الاعتبار الشرط التالي – وهو شرط منصوح عليه في المثال – : ان احتمال أن تكون القطعة القادمة ذهبية مرتبط باختيارنا للحقيقة. أما الطريقة الأخرى فهي – بالتأكيد – قد أخطأت حينما حاولت تحديد الإمكانات المتساوية بدون أن تأخذ الشرط السابق بنظر الاعتبار.

ثانياً : أما بالنسبة للمثال الآخر – مثال القنينة بحجم اللترين – الذي استهدف بيان عدم دقة مبدأ عدم التمييز. ففيه : إن هذا المثال كسابقه لم

ياخذ بنظر الاعتبار الشروط التي في ظلها يتم تحديد الحالات الممكنة؛ إذ من الغريب حقا أن يقال : فبحسب المبدأ السابق يمكن أن نعتبر أنه ليس هناك ما يرجح كون الماء ليترًا على كونه ليترين، لذا فاحتمال كل منهما يساوي نصفًا.

والسؤال الأساسي هنا : على أي أساس حددنا أن إمكان كون الماء ليترًا وإمكان كونه ليترين هما الإمكانان الوحيدان المفترضان، حتى يأتي دور الحديث عن عدم وجود سبب يرجح إحداهما عن الآخر. والحق أنه وفي ظل الشروط المنصوص عليها في المثال : (إذا كانت لدينا قنينة بحجم ليترين ---) تكون هناك ثلاثة إمكانات متساوية هي كالآتي : كون الماء ليترين، وكونه ليترًا واحدًا، وكونه يتراوح ما بينهما.

وفي ضوء ما تقدم يتبين لنا أن المثال السابق لم يكن دقيقًا في بيان عدم دقة مبدأ عدم التمييز.

ثالثًا : أما المثال الذي ذكره الاستاذ واتلن وأيده الاستاذ آير، ففيه : إن هذا المثال هو – أيضا – كالمثالين السابقين، لم يأخذ بنظر الاعتبار الشروط التي في ظلها يتم تحديد الإمكانات المتساوية، فلو كان هذا المثال قد أخذ بنظر الاعتبار الشرط التالي : أن نزول الرجل إلى الوادي أو صعوده إلى التل مرتبط بالممرات التي سوف يسلكها هذا الرجل، لتبين لنا أنه من الصحيح : ((اعتبار أن الممرات ذوات قيم احتمالية متساوية باعتبار أننا لا نعلم الخيارات حولها، وبالتالي فإن قيمة احتمال النزول إلى الوادي هي (١/٣)، وليس من الصحيح : ((اعتبار الوصول إلى التل وإلى الوادي هما ذوي إمكانين متساويين)).

في ضوء ما تقدم يتضح أن التساوي بين الحالات الممكنة في ضوء (لابلاس) لا يمكن افتراضه إلا بعد تحديد كافة الحالات الممكنة، وأن تحديد كافة الحالات الممكنة في ضوء (لابلاس) لا يمكن إلا بمراعاة الشروط التي في ظلها يتم تحديد هذه الحالات.

ولمزيد من الإيضاح نقول : إذا سألنا السؤال التالي : لنفرض أننا رمينا في الهواء بقطعة نقد مسطحة، قطعة نقد مثلاً ذات وجهين يسمى أحدهما وجهاً والآخر ظهراً، ونتساءل ما احتمال ظهور الوجه مرة على الأقل بين رميتين ؟ فالجواب المتوقع في ضوء (لابلاس) هو : هناك إمكانية لحدوث حالات أربع ممكنة إمكاناً متساوياً فقد :

١ - يظهر الوجه في الرمية الأولى والثانية.

٢ - وقد يحدث أن يظهر الوجه في الرمية الأولى والظهر في الثانية.

٣ - وقد يحدث أن يظهر الظهر في الرمية الأولى والوجه في الثانية.

٤ - وقد يحدث أن يظهر الظهر في المرتين.

والحالات الثلاث الأولى تعد ملائمة للحدث الذي نبحت عن احتمال، ومعنى هذا أن درجة احتمال تساوي $3/4$.

وإذا سألنا السؤال التالي : ولكن لماذا لا نكتفي - كما يقول دالمبير - في هذه اللعبة بحالات ثلاث فقط :

١ - الوجه في الرمية الأولى ويغنيها هذا عن الرمية الثانية.

٢ - أو الظهر في الرمية الأولى والوجه في الرمية الثانية.

٣ - وأخيراً الظهر في الرمية الأولى والثانية.

إن دالمبير يرى أنه لو ظهر الوجه أول رمية فلا حاجة للرمية الثانية، ولهذا جعل الحالات ثلاث بدلاً من أربع، وبهذا تنخفض درجة الاحتمال، فما وجه الخطأ فيه ؟

فإن الجواب المتوقع في ضوء (لابلاس) : الخطأ هو عدم قيام كافة هذه الرميات وقيمتها على قاعدة تساوي الإمكانية، فنلاحظ أن

المقام (٣) لا يعبر عن كافة الحالات الممكنة على السواء بالنسبة للوجه والظهر؛ ذلك أن الحالة الأولى وهي فرض ظهور الوجه في الرمية الأولى واستغناؤه بذلك عن الرمية الثانية تتضمن في الحقيقة إكمانيتين، أي حالتين، لا إكمانية أو حالة واحدة هي :

١ - ظهور الوجه في الرمية الأولى وعدم ظهوره في الرمية الثانية.

٢ - ظهور الوجه في الرمية الأولى والثانية.

إن دالمبير يضغط هاتين الحالتين والإكمانيتين في حالة واحدة هي ظهور الوجه وبهذا يعطي لظهور الوجه نسبة غير النسبة الحقيقية. ومنشأ ذلك خلط دالمبير بين إكمانية الحدوث والحدوث نفسه. فظهور الوجه في الرمية الأولى دفعه إلى الاستغناء عن احتساب ظهوره في المرة الثانية، والاحتمال هو تحديد لإكمانية الحدوث، سواء تحقق الحدوث بالفعل أو لم يتحقق. وكان من نتيجة هذا الخلط أن خرج دالمبير بهذه النسبة غير السليمة للاحتمال. (١٠)

وهكذا يتضح أن افتراض التساوي بين الحالات الممكنة دون تحديد تلك الحالات تحديدا دقيقا في ضوء مراعاة الشروط التي في ظلها يمكن تحديد تلك الحالات يؤدي إلى نتائج غير سليمة ومتناقضة، وهذا الأمر هو الذي أغفلته الأمثلة السابقة، فتلك الأمثلة لم تبدي اهتماما بما اهتم به (لابلاس) في ضرورة افتراض التساوي بين الحالات الممكنة بعد أن يتم تحديد كافة هذه الحالات في ضوء مراعاة الشروط التي في ظلها يمكن تحديد هذه الحالات.

رابعا : وبالعودة إلى مناقشة ما تبقى من الاعتراض الثاني، فأما مثال (تناقض الحياة في المريخ) و مثال كينز (حول لون الغلاف) وما تلاهما من أمثلة ف :

أ - أن مثال (تناقض الحياة في المريخ) نفسه لا يخلو من تناقض؛ إذ أننا إذا افترضنا أن احتمال وجود الأبقار في المريخ يساوي $1/2$ ،

وكذا نفس القيمة بالنسبة إلى وجود الخيل، وكذا أي نوع نفترضه من أنواع الحيوانات، فلا مبرر للاعتقاد بأن حاصل جمع هذه الاحتمالات يساوي واحدا وبالتالي فإن وجود أي واحد منها هو : ١- (١/٢) مضروبة في نفسها ن من المرات، تطبيقاً لبديهية الانفصال؛ وذلك لأن حاصل جمع هذه الاحتمالات يفوق الواحد بكثير.

ب - إن هذه الأمثلة قد أثارت بالفعل صعوبة يواجهها التعريف الرئيس للاحتمال، وهي إحدى أهم الصعوبات التي يواجهها - أيضاً - تفسير الشهيد الصدر للاحتمال، وسوف يتضح لنا فيما سيأتي عند البحث في تعريف الشهيد الصدر للاحتمال أن هذه الصعوبة يمكن التغلب عليها بأكثر من طريق.

وهكذا فإن الأمر كما يقول (يحيى محمد) : ((أنه من الممكن تفادي هذه الاعتراضات إذا ما كانت هناك بعض القيود التي تقيد العمل بمبدأ عدم التمييز ضمن شروط خاصة تمنعه من الوقوع في المفارقة والنتائج التعسفية. ولا يمكن أن نعد هذه الاعتراضات جذرية لا علاج لها، ومن ذلك أن كينز حاول أن يتجنب ما يترتب على المبدأ السابق من تناقضات عبر تقييد استخدامه في حالات الخيارات الممكنة متناهية العدد، وكذا أن تكون غير قابلة للتجزئة والتقسيم)) .

الاعتراض الثالث :

((طبقاً لـ (فون ميزس) إن تساوي الإمكان في مبدأ لابلاس لا يمكن فهمه إلا بمعنى تساوي الاحتمال، مما يؤول إلى وقوع تلك النظرية في الدور الباطل. وكذا ما يراه من قبل بوانكاريه في نقده لنظرية لابلاس، وهو أن هذه النظرية تعرف الاحتمال بالاحتمال، وهو مصادرة على المطلوب. وعلى رأي المفكر الصدر إن مبدأ لابلاس في تساوي الحالات الممكنة يجعل من تعريف الاحتمال تعريفاً ناقصاً وذلك أن هذا المبدأ إنما يفسر الاحتمال من خلال احتمال آخر قد عجز عن تفسيره لكونه مفترض بشكل قبلي لا يقبل العلاج)) (١١)

تقييم الاعتراض الثالث :

قد اتضح لنا فيما تقدم أن الموقف الذي اتخذته الشهيد الصدر من التعريف الرئيس للاحتمال هو الآتي : إن المشكلة الأساسية التي يعاني منها هذا التعريف تكمن في تفسيره للتساوي، فإما أن نفسر هذا التساوي بأنه تساوي في القيمة الاحتمالية أو نفسره بأنه تساوي في الإمكان. وهكذا نجد في النهاية أنفسنا أمام علاقيتين – علاقة الاحتمال وعلاقة الإمكان – لا يمكن أن نفسر التساوي المفترض في التعريف على أساس أي واحدة منهما، فلا علاقة الاحتمال الذاتية تصلح أساسا للتساوي المفترض؛ لأن هذا يجعل التعريف يفترض الاحتمال بصورة مسبقة، ولا علاقة الإمكان الموضوعية تصلح أساسا للتساوي المفترض لأن هذه العلاقة ليس لها درجات.

الاعتراض الرابع :

((إن تفسير لابلاس للاحتمال طبقا لمبدأ عدم التساوي يجعل علاقة الاحتمال ضيقة بحدود الوقائع التي تتضمن المساواة في إمكاناتها، أما الحالات التي تختلف إمكاناتها فلا ينطبق عليها ذلك المبدأ. لهذا فقد اعتبر ميزس أن مبدأ لابلاس لا يصدق إلا على الوقائع البسيطة، كذلك المتعلقة بألعاب الحظ والمصادفة. بينما يندر أن تكون الإمكانات التي تتعلق بالموضوعات الخارجية متساوية. فعلى سبيل المثال إن إمكانات حياة رجل عمره أربعون عاما لا يمكن أن تكون متساوية خلال الأعوام التالية، إذ لا شك أن احتمالات الحياة خلال العقد الخامس أو السادس مثلا اعظم بكثير مما هي خلال العقد العاشر، ومن ثم فإنه لا يوجد تماثل في إمكانات الحياة خلال تلك الأعوام والعقود.

وقد يجاب على هذا الاعتراض من خلال افتراض وجود عوامل متساوية القيم؛ تقوم بتوزيع الاحتمالات على الحالات المختلفة بصورة متباينة ضمن شروط محددة. وتوضيحا لهذه الفكرة نلاحظ أن احتمالات ظهور وجه الكتابة في جميع الاختبارات لقطعة نقد متساوية الجانبين تتفاوت مع أخذ اعتبار مرات الرمي، فهي في مرة واحدة ($1/2$)، وفي مرتين ($1/4$)، وفي ثلاث مرات ($1/8$)، وفي أربع

مرات (١/١٦)، وهكذا. ومع أن هذه القيم الاحتمالية ليست متساوية، فإن طريقة تكونها تستند إلى وجود عوامل مفترضة متساوية، حيث تتوزع بنسب مختلفة على الحالات فتظهر القيم المتباينة فيها. وكذا يمكن أن يقال بأن الحال هي نفسها بالنسبة لتقدير القيمة الاحتمالية لوفاة الرجل الذي عمره أربعون عاماً؛ لولا أننا نواجه مشكلة واقعية تتحدد بعدم دقة معرفتنا الاستقرائية التي تستهدف دراسة ظروفه الخاصة كاملة.

لكن حقيقة الحال أن المثال الأخير لا يمكن أن يخضع إلى اعتبارات وجود عوامل مفترضة متساوية؛ حتى إذا ما تهيأت لنا دراسة كافة الظروف التي لها إمكانات التأثير على حياة الرجل، وذلك لوجود أنواع مختلفة من الإمكانيات يجعلها غير قابلة للتسوية الاحتمالية (((١٢)

تقييم الاعتراض الرابع :

قد يكون من الممكن لـ (لابلاس) – في ضوء الشهيد الصدر – أن يخفف نوعاً ما من حدة هذا الاعتراض الجوهرى فيما لو طور (لابلاس) من معنى الاحتمال الذي يستهدف التعريف تحديده، فينتزع منه عنصر الشك، ويقصد به النسبة الموضوعية بين الحالات المرافقة لـ (ل) ومجموع الحالات الممكنة. فالاحتمال بحسب هذا المعنى ينصب على فرد افتراضي؛ لأنه لا يعبر إلا عن النسبة بين مجموعتين من الحالات – الحالات المرافقة لـ (ل) ومجموع الحالات الممكنة – فيقال مثلاً: إن أي رمية للنقد من المحتمل أن تؤدي إلى ظهور الصورة بدرجة ١/٢، فنحن هنا لا نتحدث عن هذه الرمية أو عن تلك وإنما نأخذ رمية افتراضية ونحدد درجة احتمالها قاصدين بذلك توضيح نسبة إحدى المجموعتين من الحالات إلى الأخرى، ولذلك لم يكن الاحتمال بهذا المعنى يعبر عن أي شك؛ لأن الفرد الافتراضي ليس له واقع محدد ليتمكن الشك الحقيقي في أوصافه ونتائجه فعلاً.

ولكن تجنب لابلاس للاعتراض السابق سوف يجعله يواجه مشكلة من نوع آخر لا يمكنه تجاوزها كما ذكرنا ذلك فيما تقدم.

الاعتراض الخامس :

((لقد وضع لابلاس عددا من القوانين الرياضية المستمدة من تعريفه للاحتمال تبعا لمبدأ عدم التمييز، أحدها يتحدث عن احتمال نجاح حادثة مستقبلية بعد عدد من الحالات المختبرة، فلو رمزنا إلى عدد النجاح بـ (م) وإلى عدد الحالات المختبرة بـ (ن) فإن احتمال فرصة نجاح الحادثة لمرة قادمة ستكون حسب قانون لابلاس كالآتي : $(ن + ٢ / م + ١)$. لكن لو فرضنا أن جميع الحالات المختبرة كانت ناجحة، ففي هذه الحالة تصبح : $(ن = م)$ ، وبالتالي يمكن صياغة القانون التالي : $(م + ٢ / م + ١)$.

وقد جاء في تفسير هذه الصيغة ما ذكره الدكتور زكي نجيب محمود بالقول : ((إذا فرضنا أن الحادثة لم تقع أبداً، وأن احتمال وقوعها مساو لاحتمال عدم وقوعها، فعندئذ تكون درجة الاحتمال هي $(١ / ٢)$ ، ولكنها إذا حدثت مرة زادت نسبة احتمال وقوعها في المرة الثانية، وأصبحت : $(١ + ١ / ٢ + ١ = ٣ / ٢)$ ؛ إذ الممكنات المتساوية في القوة الاحتمالية أصبحت الآن ثلاثة، واحد مضى وهو بالإيجاب، واثنان منتظران : أحدهما بالإيجاب والآخر بالسلب، أعني أنه قد أصبح هناك عاملان يشيران في صالح الوقوع، وعامل واحد يشير في غير صالحه. وبصفة عامة إذا وقعت حادثة ما (م) من المرات فهذا يعطينا (م) من الممكنات في صالح وقوعها، ثم نضيف إلى ذلك ممكنين جديدين أحدهما في صالح وقوعها والآخر في غير صالحه، فتكون نسبة احتمال الحدوث الجديد هي : $(م + ٢ / م + ١)$)).

وهناك قانون آخر يتحدث عن تقدير احتمال نجاح الحادثة بالنسبة إلى جميع الحالات الكلية، فلو فرضنا أن عدد نجاح الحادثة في السابق هو (م)، وأن الحالات الكلية هي (ن)، فإن احتمال نجاح الحادثة بالنسبة إلى جميع الحالات يكون بحسب صياغة لابلاس كالآتي : $(١ + م / ١ + م)$.

وقد تعرضت مثل هذه القوانين إلى عدد من الاعتراضات باعتبارها قائمة على مبدأ عدم التمييز، حيث صرح بول بأن بعضها

تعسفي، وذهب رسل إلى أن الصحيح في الحساب يعتمد على نظرية التكرار المحدود، كما أن كوهين ونيل اعتبروا أن مثل هذه القوانين يمكن أن تفضي إلى نتائج غير صحيحة تناقض بديهيات الاحتمال. فمثلاً لو كانت لدينا حقيقة نعلم أن فيها كرات بيضا وسودا وصفراء، وسحبنا واحدة فظهرت بيضاء، ثم سحبنا أخرى فظهرت سوداء، وسحبنا ثالثة فظهرت صفراء، وحينها أردنا أن نعرف قيمة احتمال أن تكون الكرة الرابعة بيضاء، حيث في هذه الحالة تقدر القيمة بحسب قانون لابلاس كالآتي : $n + m/2 = 1 + 2/5$.

لكن هذه النتيجة هي ذاتها عبارة عن قيمة احتمال أن تكون الكرة الرابعة سوداء، وكذا أن تكون هذه الكرة صفراء. ومن المعلوم أن قيمة احتمال أن تكون الكرة الرابعة عبارة عن جمع هذه الاحتمالات الثلاثة، ويفترض أن يكون ذلك عبارة عن واحد باعتبارنا نعلم أنه لا يوجد غير هذه الكرات، لكن عند الجمع يظهر الحساب أكثر من واحد ، وهو ($6/5$)، مما يعني خطأ القانون وتعسفه؟

وقد سبق لكينز أن أظهر ما يشابه هذا التناقض، فلو أننا لم نسحب من الحقيبة شيئاً لكان احتمال أن تكون الكرة القادمة بيضاء عبارة عن ($1/2$)، وذلك بحسب القانون كالآتي :

$$m + n/2 = 1 + 0/2 + 0 = 1 + 1/2$$

وكذا نفس النتيجة بالنسبة إلى احتمال أن تكون الكرة القادمة سوداء، مما يعني أن الحقيقة ليس فيها إلا كرات بيض وسود، وهو خلاف الفرض والواقع، وذلك لأن جمع الاحتمالين السابقين عبارة عن واحد. ولو أننا قدرنا احتمال الكرة القادمة صفراء كالسابق لكان جمع احتمالات أن تكون الكرة القادمة أما بيضاء أو سوداء أو صفراء عبارة ($3/2$)، وهو يناقض بديهيات الاحتمال باعتباره أكثر من واحد) (13)

تقييم الاعتراض الخامس :

لا شك في أن تعريف لابلاس للاحتمال – أي التعريف الرئيس للاحتمال – لم يكن مقنعا للشهيد الصدر – كما هو واضح مما تقدم – باعتباره يواجه بعض المشاكل الأساسية التي لا يمكنه التغلب عليها. ولا شك – أيضا – في أن ما وضعه لابلاس من قوانين رياضية مستمدة من تعريفه للاحتمال تبعا لمبدأ عدم التمييز، هو أيضا لم يكن مقنعا للشهيد الصدر؛ باعتبار أن تفسير لابلاس وفق قانونيه: (القانون الأول: $n + 1 / m + 1$ الذي يحاول من خلاله تقدير احتمال نجاح الحادثة بالنسبة إلى جميع الحالات الكلية، أي – بعبارة أخرى – تحديد قيمة احتمال التعميم الاستقرائي. والقانون الثاني: $m + 2 / m + 1$ الذي يحاول من خلاله تحديد قيمة احتمال تكرار الوقوع) يواجه صعوبات أساسية لا يمكنه تفاديها. وهذا الأمر قد بينه الشهيد الصدر وبشكل مفصل في ما كتبه في (الأسس المنطقية للاستقراء) تحت عنوان : (الدليل الاستقرائي في رأي لابلاس).

على أن نشير إلى أننا قد سلطنا الضوء – وبشكل مفصل – على ما كتبه الشهيد الصدر في هذا الموضوع في الإضاءة (العاشرة) المعنونة بـ (فشل طريقة لابلاس في تفسير الاستقراء على أساس نظرية الاحتمال لعدم الاستناد إلى أي علاقة مفهومية) من المقالة الأولى (الجانب المفهومي من الدليل الاستقرائي في ضوء المذهب الذاتي) من الجزء الأول من هذا الكتاب.

الاعتراض السادس :

اعتبر كارناب أن توزيع الحصص بحسب مبدأ عدم التمييز لا يتبع طريقة واحدة ، بل هناك طريقتان مختلفتان لهما نتائج متغايرة، وقد انقسم الباحثون إلى فريقين كل منهما يناصر طريقة دون الأخرى. والطريقتان تختلفان في تحديد القيم الاحتمالية القبلية، كما تختلفان في تحديد هذه القيم تبعا لموقفهما من مبدأ التعلم من الخبرة السابقة، حيث أطلق كارناب على تلك التي تأخذ بمبدأ التعلم سمة الطريقة الإحصائية، وعلى الأخرى التي لا تعول على هذا المبدأ سمة الطريقة

الفردية. فمثلا لو كانت لدينا حقيبة فيها أربع كرات لا نعلم عنها سوى أنها تتردد بين أن تكون بيضاء أو سوداء، كلا أو بعضا، ففي هذه الحالة يمكن ان نحصل على الاحتمالات القبلية لهذه الكرات بحسب الطريقتين الأنفتي الذكر.

فبحسب الطريقة الاحصائية توجد خمسة افتراضات متساوية تبعا لعدم التمييز، وذلك كالآتي :

١ – احتمال أن تكون جميع الكرات الأربع سوداء.

٢ – احتمال أن تكون ثلاث منها سوداء فقط.

٣ – احتمال أن تكون اثنان منها سوداء فقط .

٤ – احتمال أن تكون واحدة منها سوداء فقط.

٥ – احتمال عدم وجود أي كرة سوداء مطلقا.

فهذه افتراضات خمسة تتساوى في القيم الاحتمالية حسب مبدأ عدم التمييز، حيث لا يوجد ما يرجح بعضها على البعض الآخر، وبالتالي فإن قيمة كل منهما تساوي ($1/5$). لكن للفرض الأول حالة توافقية واحدة، إذ لا يمكن أن تظهر الكرات الأربع السود إلا بحالة واحدة فقط، أما الفرض الثاني فله أربع إمكانات متساوية، ذلك أن الكرات الثلاث السود قد تكون عبارة عن الأولى والثانية والثالثة، أو الأولى والثانية والرابعة، أو الأولى والثالثة والرابعة، أو الثانية والثالثة والرابعة. وجميع هذه الإمكانيات متساوية بحسب مبدأ عدم التمييز، وبالتالي فإن كل منها يحظى بإمكانية قدرها ($1/5 \times 1/4 = 1/20$) ، في حين أن الفرض الثالث له ستة إمكانات متساوية، ذلك أن الكرتين السوداوين قد تكونا عبارة عن الأولى والثانية، أو الأولى والثالثة، أو الأولى والرابعة، أو الثانية والثالثة، أو الثانية والرابعة، أو الثالثة والرابعة. وجميع هذه الإمكانيات متساوية، وكل منها لا بد أن تساوي : ($1/5 \times 1/6 = 1/30$) :

أما الفرض الرابع فله أربع إمكانيات، ذلك أن الكرة السوداء إما أن تكون الأولى أو الثانية أو الثالثة أو الرابعة. وجميع هذه الإمكانيات متساوية، وكل منها يساوي : $(1/5 \times 1/4 = 1/20)$. في حين أن ليس للفرض الأخير إلا إمكانية واحدة، وبالتالي فإن قيمة احتمالها عبارة عن $(1/5)$.

أما الطريقة الفردية فنتائجها تختلف، ذلك أنها تتحدث عن جميع الإمكانيات التوافقية الفردية كإمكانيات متساوية لعدم وجود ما يرجح بعضها على البعض الآخر، وحيث أنه توجد (16) حالة توافقية فإن كل واحدة منها تساوي $(1/16)$ ، وهي نتيجة تختلف كلياً عن النتائج الحاصلة في الطريقة الإحصائية الأولى.

لكن لو فرضنا أننا سحبنا ثلاث كرات من تلك الكرات الأربع، فظهرت اثنتان سوداوان وواحدة بيضاء، فما هو احتمال أن تكون الرابعة سوداء ؟

حقيقة الأمر هناك اختلاف في الجواب بين الباحثين، فكما قلنا أن بعضهم لا يأخذ بمبدأ التعلم من الخبرة السابقة في الحوادث الاحتمالية المستقلة، إنما التعويل فقط على الإمكانيات الذاتية المتاحة بحسب مبدأ عدم التمييز، وبالتالي فإن تقدير الجواب عن احتمال هذه الحالة هو $(1/2)$ ، أي أن الكرة الرابعة إما أن تكون سوداء أو بيضاء، وكل من هذين الاحتمالين يساوي الآخر. فهذا هو جواب الطريقة الفردية.

أما بحسب الطريقة الإحصائية التي تعول على مبدأ التعلم من التجربة السابقة، والتي فيها علمنا ظهور كرتين سوداوين وواحدة بيضاء، فإن احتمال كون الكرة الرابعة سوداء هو $(3/5)$ ، وكونها بيضاء $(2/5)$. ولو فرضنا أننا سحبنا ثلاث كرات وتبين كلها سود، فإن احتمال الرابعة سيكون $(4/5)$. وجميع هذه القيم يمكن استخراجها بحسب قاعدة لابلاس : $(1 + m/2 + m)$.

ولكن يمكن أن يقال إن النتيجة الأخيرة ليست كذلك، فحيث إننا سحبنا ثلاث كرات وتبين أنها سوداء فإن ذلك سوف يؤثر عما تبقى

من الافتراضات الخمس التي مرت معنا، ذلك أنه قد أصبحت ثلاثة عوامل لصالح أن تكون الرابعة سوداء، وهي أنها كسبت جميع الافتراضات التي ابطلتها حقيقة ظهور الكرات الثلاث سود، أي أن الافتراض القائل بعدم وجود أي كرة سوداء، وكذا القائل بوجود واحدة سوداء، ومثله القائل بوجود كرتين، وهذه ثلاث عوامل لصالح القضية المحتملة، ويظل افتراضان فقط من الافتراضات الخمسة، وهما أن هناك أربع كرات سود، أو ثلاث كرات فقط، ويمكن التعبير عن هذين الافتراضين بصيغة أخرى، وهي أن الكرة القادمة ستكون سوداء على فرض أن الكرات الأربع سوداء كلها، أو أن الكرة القادمة ستكون بيضاء على فرض أن هناك ثلاث كرات سود فقط. وحيث إن الفرضين متساويان، فإن لكل منهما النصف، وإذا جمعنا هذه النتيجة مع النتيجة السابقة التي كسبناها عند ظهور الكرات الثلاث السود، فإن الناتج الأخير لاحتمال أن تكون الكرة القادمة سوداء هو : $3/5 + 1/3 = 7/10$ وهي نتيجة مغايرة لما سبق.

كما يمكن القول إننا عندما سحبنا ثلاث كرات فظهرت سوداء، فهذا يعني أننا كسبنا ثلاثة أسهم من المجموعة الرباعية المتمثلة بعدد الكرات، وبقيت أمامنا كرة أخيرة قد تكون سوداء، كما قد تكون بيضاء، وبالتالي فإن لكل منهما النصف ووبالجمع فإن الناتج لصالح أن تكون الكرة الرابعة سوداء هو كالآتي : $3/4 + 1/2 = 5/4$ وهذه أيضا نتيجة مغايرة لما سبق.

هكذا فإن هناك طرقا مختلفة لتحديد القيم الاحتمالية اعتمادا على مبدأ عدم التمييز، والمشكلة كيف يمكن اختيار طريقة على أخرى بالشكل الذي يكون فيه المبدأ السابق منتجا بصورة سليمة ؟ (((١٤)

تقييم الاعتراض السادس :

أولا : ذكر كارناب أن توزيع الحصص بحسب مبدأ عدم التمييز له طريقتان مختلفتان : أحدهما : الطريقة الإحصائية، والأخرى : الطريقة الفردية، وقد عرض كارناب كلا الطريقتين.

ونحن عندما ندقق فيما ذكره كارناب – ونجاريه في ما ذهب إليه – نجد أن بالإمكان أن نعرض الطريقة الإحصائية في تحديد القيم الاحتمالية القبلية بشكل آخر يختلف في نتائجه عن الشكل الذي عرض فيه كارناب تلك الطريقة.

فمثلا : لو كانت لدينا حقيقة فيها أربع كرات لا نعلم عنها سوى أنها تتردد بين أن تكون بيضاء أو سوداء، كلا أوبعضا، ففي هذه الحالة هناك شكلان يمكن من خلالهما أن نحصل على الاحتمالات القبلية لهذه الكرات بحسب الطريقة الإحصائية :

الشكل الأول : وهو الشكل الذي عرض فيه كارناب الطريقة الإحصائية.

الشكل الثاني : بحسب هذا الشكل توجد ثلاثة افتراضات متساوية تبعا لمبدأ عدم التمييز، وذلك كما يلي :

١ – احتمال أن تكون جميع الكرات الأربع سوداء.

٢ – احتمال أن تكون بعض الكرات سوداء وبعض الكرات بيضاء.

٣ – احتمال عدم وجود أي كرة سوداء مطلقا.

فهذه افتراضات ثلاثة تتساوى في القيم الاحتمالية بحسب مبدأ عدم التمييز، حيث لا يوجد ما يرجح بعضها على البعض الآخر، وبالتالي فإن قيمة كل منهما تساوي $(1/3)$. لكن للفرض الأول صورة ممكنة واحدة؛ إذ لا يمكن أن تظهر الكرات الأربع السوداء إلا وفق هذه الصورة، أما الفرض الثاني فله ثلاثة صور ممكنة :

١ – احتمال أن تكون ثلاث كرات سوداء وواحدة بيضاء.

٢ – احتمال أن تكون اثنتان سوداوين واثنتين بيضاوين.

٣ – احتمال أن تكون واحدة سوداء وثلاث كرات بيضاء.

وبحسب هذه الطريقة فإن جميع هذه الصور على أساس مبدأ عدم التمييز هي إمكانات متساوية، وبالتالي فإن كل منها يحظى بإمكانية قدرها : $(1/9 = 1/3 \times 1/3)$.

أما الفرض الثالث فهو أيضا ليس له إلا صورة واحدة ممكنة.

ولكننا - وبحسب مباني هذه الطريقة - نجد أن لكل صورة من صور الفرض الثاني الثلاث العديد من الحالات التوافقية. فللصورة الأولى أربعة إمكانات متساوية، ذلك أن الكرات السود الثلاث قد تكون عبارة عن الأولى والثانية والثالثة، أو الأولى والثانية والرابعة، أو الأولى والثالثة والرابعة، أو الثانية والثالثة والرابعة. وجميع هذه الإمكانات متساوية بحسب مبدأ عدم التمييز ، وبالتالي فإن كل منها يحظى بإمكانية قدرها : $(1/36 = 1/4 \times 1/3 \times 1/3)$.

وللصورة الثانية ستة إمكانات متساوية ، وبالتالي فإن كل منها يحظى بإمكانية قدرها : $(1/54 = 1/6 \times 1/3 \times 1/3)$.

وللصورة الثالثة أربعة إمكانات متساوية ، وبالتالي فإن كل منها يحظى بإمكانية قدرها : $(1/36 = 1/4 \times 1/3 \times 1/3)$.

وهكذا يتبين لنا أن مجارة كارناب لا تؤدي بنا فقط إلى القول بأن توزيع الحصص بحسب مبدأ عدم التمييز له طريقتان مختلفتان، بل يؤدي بنا إلى القول أن لإحدى هذه الطرق شكلين مختلفين.

ثانيا : في ضوء ما تقدم قد يقال : أن الشكل الذي عرضتموه للطريقة الإحصائية لا يمكنه أن يكون مستندا لمبدأ عدم التمييز ؛ إذ أننا بحسب هذا الشكل نواجه ثلاثة افتراضات هي كالآتي :

الفرض الأول : وهو الفرض الذي نصف فيه وبشكل مباشر حالة واحدة محددة من الحالات التي يمكن أن يكون عليها شكل الكرات الأربع.

الفرض الثاني : وهو الفرض الذي نصف فيه وبشكل غير مباشر أربعة عشر حالة من الحالات التي يمكن أن يكون عليها شكل الكرات الأربع؛ إذ أن قولنا : احتمال أن تكون بعض الكرات الأربع سود وبعضها الآخر بيض يستبطن ثلاث صور : الصورة الأولى : أن تكون ثلاث كرات سود وواحدة بيضاء، والصورة الثانية : أن تكون كرتان سوداوين وكرتان بيضاوين ، والصورة الثالثة : أن تكون كرة واحدة سوداء وثلاث كرات بيضاء. وعند التدقيق نجد أن لكل صورة من هذه الصور حالات توافقية تختلف عن الأخرى، فللصورة الأولى أربعة إمكانات متساوية، ذلك أن الكرات الثلاث السود قد تكون عبارة عن الأولى والثانية والثالثة، أو الأولى والثانية والرابعة، أو الأولى والثالثة والرابعة، أو الثانية والثالثة والرابعة. وللصورة الثانية ستة إمكانات، وللصورة الثالثة أربعة إمكانات. وهكذا يكون مجموع الإمكانات التي تستبطنها هذه الصور الثلاث هي أربعة عشر حالة ممكنة.

إذن الفرض الثاني يستبطن أربعة عشر حالة من الحالات التي يمكن أن يكون عليها شكل الكرات.

الفرض الثالث : وهو الفرض الذي نصف فيه وبشكل مباشر حالة واحدة محددة من الحالات التي يمكن أن يكون عليها شكل الكرات الأربع.

والسؤال الأساس هنا : كيف يمكننا أن نقول بعدم وجود تمايز بين هذه الفروض الثلاثة ! فهل يحق لنا – فعلا – أن نؤكد أن القيمة الاحتمالية لكل فرض من الفرضين اللذين يصف كل منهما حالة محددة من الحالات التي يمكن أن يكون عليها شكل الكرات الأربع تتساوى مع القيمة الاحتمالية للفرض الذي يصف أربعة عشر حالة من الحالات التي يمكن أن يكون عليها شكل الكرات الأربع ؟ !

أقول : إن الاعتراض السابق على الشكل الذي عرضناه للطريقة الإحصائية هو اعتراض منطقي ومقبول، ويصدق أيضا على الشكل الذي عرضه كارناب للطريقة الإحصائية؛ فهذا الشكل هو أيضا لا

يمكنه أن يكون مستندا لمبدأ عدم التمييز؛ إذ أننا بحسب هذا الشكل نواجه خمسة افتراضات هي كالاتي :

الفرض الأول : وهو الفرض الذي نصف فيه وبشكل مباشر حالة واحدة محددة من الحالات التي يمكن أن يكون عليها شكل الكرات الأربع.

الفرض الثاني : وهو الفرض الذي نصف فيه وبشكل غير مباشر أربع حالات من الحالات التي يمكن أن يكون عليها شكل الكرات الأربع – كما هو واضح –.

الفرض الثالث : وهو الفرض الذي نصف فيه وبشكل غير مباشر ست حالات من الحالات التي يمكن أن يكون عليها شكل الكرات الأربع – كما هو واضح أيضا –.

الفرض الرابع : وهو الفرض الذي نصف فيه وبشكل غير مباشر أربع حالات من الحالات التي يمكن أن يكون عليها شكل الكرات الأربع.

الفرض الخامس : وهو الفرض الذي نصف فيه وبشكل مباشر حالة واحدة محددة من الحالات التي يمكن أن يكون عليها شكل الكرات الأربع.

والسؤال الأساسي هنا : كيف يمكننا أن نقول بعدم وجود تمايز بين هذه الفروض الخمس. فهل يحق لنا – فعلا – أن نؤكد أن القيمة الاحتمالية للفرض الذي يصف حالة واحدة محددة من الحالات التي يمكن أن يكون عليها شكل الكرات الأربع تتساوى مع القيمة الاحتمالية للفرض الذي يصف أربع حالات من الحالات التي يمكن أن يكون عليها شكل الكرات، وأن نؤكد أن القيمة الاحتمالية لكل فرض من الفرضين السابقين تتساوى مع القيمة الاحتمالية للفرض الذي يصف ست حالات من الحالات التي يمكن أن يكون عليها شكل الكرات الأربع؟ !

ثالثاً : في ضوء ما تقدم يتضح لنا أن الطريقة الإحصائية بأي شكل من أشكالها لا يمكن أن تكون صالحة في توزيع الحصص القبلية – تحديد القيم الاحتمالية القبلية – بالاستناد إلى مبدأ عدم التمييز، وأن الطريقة الصحيحة هي الطريقة الفردية التي نتحدث عن جميع الإمكانيات التوافقية الفردية – التي يصف كل واحد منها حالة واحدة محددة – كمكائنات متساوية لعدم وجود ما يرجح بعضها على البعض الآخر. وحيث أنه توجد (١٦) حالة توافقية فإن كل واحدة منها تساوي (١/١٦). وفيما يلي عرض للحالات الستة عشر التي يمكن أن يكون عليها شكل الكرات الأربع بحسب الطريقة الفردية :

الحالة الأولى : أن تكون الكرات الأربع كلها سود.

الحالة الثانية : أن تكون الأولى والثانية والثالثة سود والرابعة بيضاء.

الحالة الثالثة : أن تكون الأولى والثانية والرابعة سود والثالثة بيضاء.

الحالة الرابعة : أن تكون الأولى والثالثة والرابعة سود والثانية بيضاء.

الحالة الخامسة : أن تكون الثانية والثالثة والرابعة سود والأولى بيضاء.

الحالة السادسة : أن تكون الأولى والثانية سوداوين والثالثة والرابعة بيضاوين.

الحالة السابعة : أن تكون الأولى والثالثة سوداوين والثانية والرابعة بيضاوين.

الحالة الثامنة : أن تكون الأولى والرابعة سوداوين والثانية والثالثة بيضاوين.

الحالة التاسعة : أن تكون الثانية والثالثة سوداوين والأولى والرابعة بيضاوين.

الحالة العاشرة : أن تكون الثانية والرابعة سوداوين والأولى والثالثة بيضاوين.

الحالة الحادية عشر : أن تكون الثالثة والرابعة سوداوين والأولى والثانية بيضاوين.

الحالة الثانية عشر : أن تكون الأولى سوداء والثانية والثالثة والرابعة بيض.

الحالة الثالثة عشر : أن تكون الثانية سوداء والأولى والثالثة والرابعة بيض.

الحالة الرابعة عشر : أن تكون الثالثة سوداء والأولى والثانية والرابعة بيض.

الحالة الخامسة عشر : أن تكون الرابعة سوداء والأولى والثانية والثالثة بيض.

الحالة السادسة عشر : أن تكون الكرات الأربع كلها بيض.

رابعاً : إن أصحاب الطريقة الفردية يرون أن الطريقة الإحصائية كما أنها غير دقيقة في تحديد القيم الاحتمالية القبلية فكذا هي غير دقيقة حينما تأخذ بمبدأ التعلم من الخبرة السابقة في الحوادث الاحتمالية المستقلة؛ إذ أن الخبرة السابقة – بحسب الطريقة الفردية – غير قابلة للتوظيف بحيث يمكن من خلالها الوصول إلى تقييمات دقيقة في الاحتمالات المستقلة.

لقد وضع لابلاس عدداً من القوانين الرياضية المستمدة من تعريفه للاحتمال تبعاً لمبدأ عدم التمييز، وقد كان أحد هذه القوانين – $(م + ٢) / (م + ١)$ – يحاول توظيف الخبرة السابقة في الحديث عن تحديد قيمة احتمال تكرار الوقوع.

وقد حاول الدكتور زكي نجيب محمود في كتابه المنطق الوضعي أن يقدم تفسيراً لهذا القانون، حيث كتب : ((وإذا فرضنا أن الحادثة لم تقع أبداً، وأن احتمال وقوعها مساو لاحتمال عدم وقوعها ، فعندئذ تكون درجة الاحتمال هي (١/٢)، لكنها إذا حدثت مرة ، زادت نسبة احتمال وقوعها في المرة الثانية، وأصبحت (١ + ١ / ٢ + ١ = ٢/٣)؛ إذ الممكنات المتساوية في القوة الاحتمالية أصبحت الآن ثلاثة، واحد مضى وهو بالإيجاب، واثنان منتظران : أحدهما بالإيجاب والآخر بالسلب، أعني أنه قد أصبح هنالك عاملان يشيران في صالح الوقوع، وعامل واحد يشير في غير صالحه، وبصفة عامة إذا وقعت حادثة ما (م) من المرات فهذا يعطينا (م) من الممكنات في صالح وقوعها، ثم نضيف إلى ذلك ممكنين جديدين أحدهما في صالح وقوعها والآخر في غير صالحه ، فتكون نسبة احتمال الحدوث الجديد هي (م + ٢ / م + ١) (((١٥)

لم يرتض الشهيد الصدر لا قانون لابلاس الذي وضعه لتحديد قيمة احتمال تكرار الوقوع، ولا محاولة الدكتور زكي نجيب محمود في تفسير هذا القانون.

أما بالنسبة لمحاولة الدكتور زكي نجيب محمود فيقول فيها الشهيد الصدر : ((وواضح من هذا النص أنه افترض أن وقوع الحادثة في كل مرة يعتبر عاملاً في صالح وقوعها في المرة الثانية، وعلى هذا الأساس فسر ازدياد قيمة احتمال وقوع الحادثة مرة أخرى كلما تكرر وقوعها في الماضي، وفقاً للمعادلة التي وضعها (لابلاس). ولكن هذا لا يكفي تبريراً للمعادلة وللأزدياد المستمر في قيمة احتمال وقوع الحادثة مرة أخرى كلما تكرر وقوعها في الماضي؛ لأن نفس ما افترضه النص : من أن وقوع الحادثة في كل مرة عامل لصالح وقوعها مرة أخرى، بحاجة إلى تفسير على أساس نظرية الاحتمال، ما دمنا نريد أن نربط ازدياد قيمة احتمال وقوع الحادثة تبعاً لتكرار وقوعها بنظرية الاحتمال ربطاً رياضياً خالصاً. ولهذا فإن من الضروري أن نصل إلى الأساس الرياضي الذي استنبط (لابلاس) منه معادلته بالطريقة التي شرحناها (((١٦)

أما فيما يخص قانون (لابلاس) فقد ذكرنا موقف الشهيد الصدر منه في تقييم الاعتراض الخامس. ولكن لا بأس من الإشارة إلى ما كتبه السيد عمار أبو رغيف في منطق الاستقراء بهذا الخصوص، حيث كتب :

((لكن صيغتي (لابلاس) لا يمكن أن تكونا أساسا لتقييم درجة الاحتمال في التعميمات الاستقرائية، وفي قياس احتمال التنبؤ في وقوع الحوادث، ونستطيع أن نتبين ذلك من خلال المثال التالي :

لو كانت لدينا حقيبة تحتوي على خمس كرات ، ولا نعلم شيئا عن لون أي كرة من هذه الكرات الخمسة، ثم سحبنا الكرة الأولى فخرجت بيضاء، وسحبنا الكرة الثانية خرجت بيضاء ، وسحبنا الثالثة فخرجت بيضاء، فما هي قيمة احتمال أن تكون هذه الحقيبة ذات كرات كلها بيضاء ؟ وما هي قيمة احتمال أن تخرج الكرة الرابعة بيضاء ؟

على أساس صيغة (لابلاس) : $(ن + ١ / م + ١)$ تكون قيمة احتمال أن الحقيبة تحتوي على كرات كلها بيضاء مساوية لـ $(١ + ٥ / ١ + ٣ = ٤ / ٣ = ٢ / ٣)$ ، كما تضحى قيمة احتمال أن تخرج الكرة الرابعة بيضاء على أساس صيغة (لابلاس) $(م + ٢ / م + ١)$ مساوية لـ $(٣ + ٢ / ٣ + ١ = ٤ / ٥)$.

إلا أن صيغتي (لابلاس) خاطئتان في تحديد قيمة كلا الاحتمالين، بل تتعارضان حتى مع ذات التعريف الكلاسيكي للاحتمال؛ ولأجل إيضاح ذلك نلاحظ :

إننا بعد أن سحبنا ثلاث كرات من الحقيبة وظهرت أنها بيضاء، تبقى أمامنا كرتان، وإذا كنا نعلم بأن لون كل واحدة من هاتين الكرتين يدور بين السواد والبياض تضحى أمامنا أربع إمكانيات – على ضوء التعريف الكلاسيكي – وهو عبارة عن :

أولا – أن تكون كلتا الكرتين بيضاوين.

ثانيا – أن تكون كلتا الكرتين سوداوين.

ثالثا – أن تكون الكرة الرابعة بيضاء.

رابعا – أن تكون الكرة الخامسة بيضاء.

وهنا نلاحظ أن الحالات المؤيدة لكون الحقيبة التي بأيدينا تحتوي على كرات كلها بيضاء عبارة عن حالة واحدة فقط من أربع حالات، ومن هنا تضحي قيمة احتمال كون الحقيبة تحتوي على كرات كلها بيضاء $= 1/4$. كما نلاحظ أيضا أن عدد الحالات التي تؤيد خروج الكرة الرابعة بيضاء عبارة عن حالتين من أربع حالات، وهذا يعني أن احتمال خروج الكرة الرابعة بيضاء $= 1/2$ ، وهذا التقييم لدرجة احتمال الحادثتين معا – والذي تم وفق التعريف الكلاسيكي لاحتمال نفسه – مناقض بوضوح لتقييم درجة الاحتمالين في ضوء صيغتي (لابلاس)

ومن هنا صح القول بأن صيغتي (لابلاس) لا يمكن اتخاذهما أساسا لتقييم درجة احتمال التعميم الاستقرائي ودرجة احتمال تكرار الوقوع (((١٧)

خامسا : كنا قد ذكرنا فيما تقدم إن للطريقة الإحصائية في تحديد القيم الاحتمالية القبلية شكلان مختلفان، فكل شكل منهما نتائج تختلف عن الشكل الآخر. ويبدو أن للطريقة الإحصائية شكلان مختلفان – أيضا – في تحديد هذه القيم تبعا لموقفها من مبدأ التعلم من الخبرة السابقة. فعلى الرغم من أن الطريقة الإحصائية تأخذ بمبدأ التعلم من الخبرة السابقة إلا أن لها أشكال مختلفة ذات نتائج مختلفة، فهناك الشكل المستند إلى قانون لابلاس والذي عرضناه في النقطة السابقة، وهناك الشكل الذي عرضه يحيى محمد في سياق عرضه للاعتراض السادس.

يقول (يحيى محمد) بهذا الصدد : ((ومع أننا نرى أن مبررات الاعتماد على مبدأ التجارب السابقة قوية لا يمكن إغفالها ، وأنها قابلة للتموضع موضعاً منطقياً يكفل صحة الاعتماد على الحسابات المتأثرة بتلك التجارب، إلا أنه ليس من المعلوم أن تكون هناك طريقة أحادية

يمكن ترجيحها على غيرها من الطرق الكفيلة في الحسابات الاحتمالية، رغم أنه لا غنى في جميع الأحوال من الاعتماد على مبدأ عدم التمييز ((١٨) ٠

سادسا : بعد أن أورد يحيى محمد الاعتراض الخامس، كان له تعليقا حاول من خلاله أن يعرض بالإضافة إلى الشكل المستند إلى قانون لابلاس شكلين آخرين مختلفين للطريقة الإحصائية في تحديد القيم الاحتمالية استنادا إلى مبدأ التعلم من التجربة السابقة. **الأول :** الشكل الذي أشرنا إليه في النقطة السابقة، **والآخر :** هو الشكل الذي عرضه مباشرة بعد عرضه للشكل الأول.

وعند التدقيق يبدو أن يحيى محمد كان موفقا في عرضه للشكل الأول، لكن عرضه للشكل الثاني لم يخل من التناقض. فعند التدقيق في قوله : ((كما يمكن القول إننا عندما سحبنا ثلاث كرات فظهرت سوداء، فإن ذلك يعني أننا كسبنا ثلاثة أسهم من المجموعة الرباعية المتمثلة بعدد الكرات، وبقيت أمامنا كرة أخيرة قد تكون سوداء، كما قد تكون بيضاء، وبالتالي فإن لكل منهما النصف، وبالجمع فإن الناتج لصالح أن تكون الكرة الرابعة سوداء هو كالاتي : $(\frac{1}{2} + \frac{3}{4}) = \frac{7}{8}$)) يتبين لنا التناقض التالي : بعد أن يؤكد لنا يحيى محمد أن الكرة الباقية – أي الكرة الرابعة – بعد سحب ثلاث كرات سود قد تكون سوداء كما قد تكون بيضاء، أي أنه يحدد قيمتها الاحتمالية بالنصف، ويؤكد ذلك بقوله : وبالتالي فإن لكل منهما النصف، يعود ليقول وبالجمع فإن الناتج لصالح أن تكون الكرة الرابعة سوداء هو $\frac{7}{8}$.

إن الكلام السابق ليحيى محمد يمكن ترجمته – بما يساويه – بالعبرة المتناقضة التالية : ((بعد أن تبين لنا أن احتمال الكرة الرابعة هو $\frac{1}{2}$ – باعتبار أنها الكرة الأخيرة المتبقية التي قد تكون سوداء وقد تكون بيضاء وبالتالي فإن لكل منهما النصف – يتضح لنا بالجمع ! أن احتمال الكرة الرابعة هو $\frac{7}{8}$)).

سابعا : في هذه النقطة نود التنبيه إلى نقطة في غاية الأهمية، نوضح من خلالها موقف الشهيد الصدر من مبدأ التعلم من التجارب السابقة.

قد يفهم البعض – حينما يقرأ النقطة الرابعة – أن موقف الشهيد الصدر مطابق تماما لموقف الطريقة الفردية، فكما يتفق الشهيد الصدر مع الطريقة الفردية في تحديد القيم الاحتمالية القبلية ، كذلك يتفق مع هذه الطريقة في تحديد القيم الاحتمالية تبعا لموقفهما من مبدأ التعلم من الخبرة السابقة !

ولكن حقيقة الأمر في موقف الشهيد الصدر هو ما يلي :

على الرغم من أن الشهيد الصدر يتفق مع الطريقة الفردية في تحديد القيم الاحتمالية القبلية، إلا أنه كما يختلف مع الطريقة الاحصائية في تحديد القيم الاحتمالية تبعا لموقفها من مبدأ التعلم من الخبرة السابقة، كذلك يختلف مع الطريقة الفردية في تحديد هذه القيم تبعا لموقفها – أيضا – من مبدأ التعلم من الخبرة السابقة، فليس الأمر كما قد يفهم من كلام (يحيى محمد)، حيث جاء فيما كتبه تحت عنوان (التعريف والعلم الإجمالي الشرطي) ما نصه :

((ففي بعض المناسبات حاول المفكر الصدر أن يثبت هذا المدعى بمثل ما ذكره في المثال السابق ، وكرر هذه النتيجة حين أراد تحديد بعض القيم الاحتمالية الخاصة بمثال حقيبة (لابلان) الذي افترض وجود حقيبة ذات خمس كرات، ونملك حولها ثلاثة احتمالات متساوية، فهي إما أن تحتوي على أربع كرات بيض، أو ثلاث كرات بيض ، أو جميعها بيض، وقد صادف أن سحبنا عشوائيا ثلاث منها فظهرت كلها بيضاء. ولعله من الطبيعي أن نتوقع أن تكون الحقيبة ذات خمس كرات بيض، ولو سحبنا كرة رابعة لكننا نتوقع أيضا أن تكون بيضاء. لكن ما رآه المفكر الصدر هو أن سحب الكرات البيض من تلك الحقيبة لا يؤثر على قيمة احتمال سحب كرة بيضاء رابعة. وهذا يعني أنه لو كانت لدينا حقيبة تحوي ألف كرة وكنا نتردد باحتمالين متساويين فيما إذا كانت الكرات كلها بيضاء أو أن واحدة

منها - فقط - سوداء ، فعلى ذلك الرأي يفترض أنه لو سحبنا - عشوائيا - كل الكرات عدا واحدة، وتبين أنها بيض جميعا، فسوف لا يؤثر ذلك على احتمال لون الأخيرة المقدّر بـ (١/٢) ، وهو خلاف الوجدان والواقع.

على أن الطريقة التي اعتمدت في تحديد النتيجة السابقة هي طريقة شائعة لدى عدد من المفكرين الغربيين الذين لم يعولوا على مبدأ التعلم من التجارب السابقة في الحسابات الاحتمالية المستقلة، وقد ذهب إليها فلاسفة مشهورون من أمثال بيرس (سنة ١٨٨٣) وفجنشتاين (سنة ١٩٢١)، بل وحتى كينز في أحد فصول كتابه (رسالة في الاحتمال)، رغم أنه في الفصول الأخرى أكد ببلاغة تامة ضرورة التعلم من التجربة والخبرة، وهي طريقة طرحت لأجل حل مشكلة الاستقرار والتنبؤ، وقد أطلق عليها كارناب الطريقة الفردية في قبال تلك التي تعتمد على مبدأ التعلم من التجارب السابقة التي أوسمها الطريقة الإحصائية (١٩)٠

إن موقف الشهيد الصدر من مبدأ التعلم من التجارب السابقة هو موقف متميز، فهو وإن كان يعتمد على مبدأ التعلم من التجارب السابقة في الحسابات الاحتمالية - بخلاف الطريقة الفردية - إلا أنه لا يعتمد على هذا المبدأ بشكل مطلق. بمعنى : أن الشهيد الصدر يعتمد على الخبرة السابقة فيما لو كان هناك مبررا يمكننا على أساسه الاعتماد على الخبرة السابقة في تنمية الاحتمال، أما أن توجد الخبرة ولا يوجد المبرر الذي يمكننا على أساسه الاعتماد على هذه الخبرة لتنمية الاحتمال فلا فائدة من الخبرة في هذه الحالة.

فمثلا : في مثال الحقائق الثلاث - (أ)، (ج)، (د) - التي في كل منها خمس كرات، و (أ) تحتوي على ثلاث كرات بيضاء فقط، و (ج) تحتوي على أربع كرات بيضاء فقط ، و (د) كل كراتها الخمس بيضاء، نجد أن الشهيد الصدر يعتقد : اننا حينما نختار عشوائيا واحدة من تلك الحقائق، ونسحب منها ثلاث كرات بيضاء، فتنظر بيضاء، أن احتمال أن هذه الحقيبة هي (د) سوف تزداد قيمته؛ لأن قيمته القبلية (أي قبل إخراج ثلاث كرات بيضاء) $1/3$ ،

وقيمته البعدية ١٥/١٠ ، وأن قيمة احتمال أن الكرة التالية التي سوف نسحبها بيضاء سوف تصبح ٤/٥ . (٢٠)

إن ما تقدم في مثال الحقائق الثلاث يعني – بوضوح – أن الشهيد الصدر يعتمد في هذا المثال على الخبرة السابقة.

ولكن لو نظرنا إلى المثال التالي : لو افترضنا أن لدينا حقيبة واحدة – نرسم إليها ب (ن) – تحتوي على خمس كرات ولا ندري هل أن عدد الكرات البيضاء فيها هو : (٣) أو (٤) أو (٥) ، وسحبنا منها ثلاث كرات ، فظهرت بيضاء ، نجد أن الشهيد الصدر يعتقد : أن قيمة احتمال أن هذه تكون الحقيبة تحتوي على كرات كلها بيضاء سوف لن تزداد ، وكذلك لن تزداد قيمة احتمال أن تكون الكرة التالية التي سوف نسحبها بيضاء.

إن ما تقدم في مثال حقيبة (ن) يعني – بوضوح – أن الشهيد الصدر لا يعتمد في هذا المثال على الخبرة السابقة.

ونحن حينما ندقق في الموقف جيداً نجد :

أن الشهيد الصدر – في المثال الأول – إنما اعتمد على الخبرة السابقة في تنمية الاحتمال؛ لوجود مبرر يمكن على أساسه تنمية هذا الاحتمال بالاعتماد على تلك الخبرة السابقة، وهذا المبرر هو وجود علم إجمالي يفسر زيادة قيمة الاحتمال بالاعتماد على الخبرة السابقة.

وأما في المثال الثاني، فلم يعتمد الشهيد الصدر على الخبرة السابقة في تنمية الاحتمال؛ لعدم وجود مبرر يمكن على أساسه تنمية هذا الاحتمال بالاعتماد على الخبرة السابقة، فنحن في هذا المثال – بحسب الشهيد الصدر – لا نملك أي علم إجمالي يمكن أن نفسر على أساسه زيادة قيمة احتمال أن تكون كل الكرات بيضاء، أي زيادة قيمة احتمال التعميم بعد اكتشاف ثلاث كرات بيضاء.

يقول الشهيد الصدر : (((وهذا هو الفارق الأساس بين فرضية حقيقية (ن) وفرضية اختيار حقيقية بصورة عشوائية من الحقائق :

(أ) و (ج) و (د)، فنحن في حالة مواجهة الحقائق الثلاث : (أ) و (ج) و (د) نعلم مسبقا بأن (أ) تشتمل على ثلاث كرات بيضاء فقط – لنفرض أنها الكرات التي تحمل أرقام : ١ و ٢ و ٣ – ، و (ج) تشتمل على أربع كرات بيضاء فقط – ولنفرض أنها هي الكرات التي تحمل أرقام : ١ و ٢ و ٣ و ٤ – ، و (د) تشتمل على خمس كرات كلها بيضاء تحمل أرقام : ١ و ٢ و ٣ و ٤ و ٥ ، فإذا اخترنا – بصورة عشوائية – واحدة من تلك الحقائق ، واستخرجنا منها ثلاث كرات بيضاء ولم نفحص أرقامها، فسوف تكون قيمة احتمال أن الحقيبة التي اخترناها هي (د) : $10/15$ ؛ لأننا نواجه خمس عشرة صورة، كلها ممكنة ومحتملة فعلا بالنسبة إلى الكرات الثلاث البيضاء التي استخرجناها وهي :

- ١ – أن تكون هي : ١ و ٢ و ٣ من الحقيبة (أ).
- ٢ – أن تكون هي : ١ و ٢ و ٣ من الحقيبة (ج).
- ٣ – أن تكون هي : ١ و ٢ و ٤ من الحقيبة (ج).
- ٤ – أن تكون هي : ١ و ٣ و ٤ من الحقيبة (ج).
- ٥ – أن تكون هي : ٢ و ٣ و ٤ من الحقيبة (ج).
- ٦ – أن تكون هي : ١ و ٢ و ٣ من الحقيبة (د).
- ٧ – أن تكون هي : ١ و ٢ و ٤ من الحقيبة (د).
- ٨ – أن تكون هي : ١ و ٢ و ٥ من الحقيبة (د).
- ٩ – أن تكون هي : ١ و ٣ و ٤ من الحقيبة (د).
- ١٠ – أن تكون هي : ١ و ٣ و ٥ من الحقيبة (د).
- ١١ – أن تكون هي : ١ و ٤ و ٥ من الحقيبة (د).
- ١٢ – أن تكون هي : ٢ و ٣ و ٤ من الحقيبة (د).

١٣ - أن تكون هي : ٢ و ٤ و ٥ من الحقيقية (د).

١٤ - أن تكون هي : ٢ و ٣ و ٥ من الحقيقية (د).

١٥ - أن تكون هي : ٣ و ٤ و ٥ من الحقيقية (د) ((((٠ (٢١)

إن هذه الصور كلها محتملة ما دمنا لم نفحص أرقام الكرات البيض التي استخرجناها، وبذلك نحصل على علم إجمالي فعلا يضم خمسة عشر احتمالا، وعشرة منها في صالح احتمال أن الحقيقة المختارة هي (د) ، فتكون قيمة هذا الاحتمال : ١٠/١٥ .

ونصل إلى النتيجة نفسها حتى إذا لم نفترض أن الكرات في الحقائق تحمل أرقاما ؛ لأننا - على أي حال - نعلم : أن استخراج ثلاث كرات بيض من الحقيقة (أ) له صورة واحدة، ومن الحقيقة (ج) له أربع صور ، ومن الحقيقة (د) له عشر صور. فإذا استخرجنا ثلاث كرات بيضاء ، فقد تكون هذه الصورة التي وقعت فعلا هي الصورة الوحيدة لاستخراج ثلاث كرات بيض من الحقيقة (أ) ، وقد تكون إحدى الصور الأربع لاستخراج ثلاث كرات بيض من الحقيقة (ج) ، وقد تكون إحدى الصور العشر لاستخراج ثلاث كرات بيض من الحقيقة (د) . وبذلك نواجه خمسة عشر احتمالا، وعشر من هذه الاحتمالات في صالح أن الحقيقة المختارة هي حقيقة (د) .

وهذا لا ينطبق على فرضية حقيقة (ن) التي تضم خمس كرات، ولا ندري أن عدد الكرات البيض فيها هل يساوي عددها في حقيقة (أ) أو يساوي عددها في حقيقة (ج) أو يساوي عددها في حقيقة (د) ؟ فإننا - في ضوء هذه الفرضية - إذا استخرجنا ثلاث كرات بيضاء من الحقيقة (ن) لا نحصل على خمس عشرة صورة محتملة تكون عشر منها في صالح أن الكرات كلها بيضاء وخمس منها في صالح نفي ذلك ، كما كنا نحصل في فرضية الحقائق الثلاث؛ وذلك أنا إذا لم نفترض أن الكرات التي تضمها حقيقة (ن) مرقمة، فمن الواضح أننا نحصل على صورة واحدة مؤكدة من صور استخراج

ثلاث من كرات هذه الحقيبة، وهي الصورة التي وقعت فعلا. وإلى جانب ذلك توجد ثلاث احتمالات بشأن الكرتين الباقيتين، فقد تكون الكرتان معا بيضاوين أيضا، وقد تكون إحداهما فقط بيضاء، وقد لا تكون أي منها بيضاء. فلا يوجد أي عامل يبرر ازدياد قيمة الاحتمال الأول من هذه الاحتمالات الثلاث.

وإذا افترضنا أن الكرات في حقيبة (ن) مرقمة، واستخرجنا ثلاث كرات بيضاء ولم نفحص أرقامها، فسوف توجد لدينا عشرة احتمالات؛ لأن أرقام هذه الكرات الثلاث هي: إما (١ ، ٢ ، ٣)، وإما (١ ، ٢ ، ٤)، وإما (١ ، ٢ ، ٥)، وإما (١ ، ٣ ، ٤)، وإما (١ ، ٣ ، ٥)، وإما (١ ، ٤ ، ٥)، وإما (٢ ، ٣ ، ٤)، وإما (٢ ، ٣ ، ٥)، وإما (٢ ، ٤ ، ٥)، وإما (٣ ، ٤ ، ٥). وكل هذه الاحتمالات العشرة حيادية تجاه لون الكرتين الباقيتين في حقيبة (ن)، فلا تزداد قيمة احتمال أن تكون كل كرات (ن) بيضاء.

وهكذا يتضح: أننا في فرضية حقيبة (ن) لا نملك أي علم إجمالي فعلا يمكن أن نفسر على أساسه زيادة قيمة احتمال أن تكون كل الكرات بيضاء، أي زيادة قيمة احتمال التعميم بعد اكتشاف ثلاث كرات بيضاء ((٢٢))

وقد يقال: لقد رأى بعض الباحثين أن الأمر في المثال الثاني – مثال حقيبة (ن) – ليس كما يقول الشهيد الصدر بعدم وجود مبرر – علم إجمالي – يمكن على أساسه تنمية الاحتمال بالاعتماد على الخبرة السابقة، بل هناك مبرر – علم إجمالي فعلي وليس شرطي – يمكن على أساسه تنمية الاحتمال بالاعتماد على الخبرة السابقة. (٢٣)

وفي ضوء ما تقدم يبرز التساؤل التالي: ما هو تصوركم لموقف الشهيد الصدر من مبدأ التعلم من التجارب السابقة على أساس ما تقدم؟

أقول : إن ما رآه بعض الباحثين في فرضية حقيقية (ن) شيء وموقف الشهيد الصدر من مبدأ التعلم من التجارب السابقة شيء آخر، فقد يكون من الصحيح أن الأمر ليس كما يقول الشهيد الصدر في مثال حقيقية (ن) - وفي غيره كما أثبتنا فيما سيأتي في الإضاءات اللاحقة - بعدم وجود مبرر يمكن على أساسه تنمية الاحتمال بالاعتماد على الخبرة السابقة، ولكن ليس لذلك أي تأثير على موقف الشهيد الصدر من مبدأ التعلم من التجارب السابقة.

نعم : يحق لأي أحد أن يعترض فيقول أن مثال حقيقية (ن) لا يمكن أن يكون مثالا صالحا لموقف الشهيد الصدر، ولكن كونه مثالا غير صالح لموقف الشهيد الصدر شيء وموقف الشهيد الصدر شيء آخر.

إذن : موقف الشهيد الصدر من مبدأ التعلم من التجارب السابقة هو التالي : يمكن الاستفادة من الخبرة السابقة في الحسابات الاحتمالية فيما لو وجد مبرر يمكن على أساسه تنمية الاحتمال بالاعتماد على الخبرة السابقة، أما مع عدم وجود المبرر فمن غير الممكن الاعتماد على الخبرة السابقة.

وخلاصة هذه الإضاءة :

لقد تبين لنا فيما تقدم أن نظرية (لابلان) في الاحتمال تعرضت إلى العديد من الانتقادات، و على الرغم من أن بعض هذه الانتقادات غير صحيحة، وبعضها يمكن تجاوزه إلا أن هناك العديد من الاعتراضات الصحيحة التي تجعل هذه النظرية غير صالحة لتفسير الاحتمال؛ إذ أن تعريف الاحتمال في ضوء هذه النظرية هو تعريف ناقص، والقوانين التي قدمتها هذه النظرية لتحديد القيم الاحتمالية هي قوانين عاجزة عن تحديد القيم الاحتمالية بشكل دقيق.

هوامش الإضافة الخامسة

- ١ - فلسفة المصادفة، مصدر سابق، ص ٢٠٧-٢١١ .
- ٢ - الأسس المنطقية للاستقراء، مصدر سابق، ص ٢٠٩-٢١٧ .
- ٣ - الاستقراء والمنطق الذاتي، مصدر سابق، ص ٢٤٠-٢٤١ .
- ٤ - نفس المصدر، ص ٢٤١-٢٤٣ .
- ٥ - الأسس المنطقية في ضوء دراسة الدكتور (سروش)، مصدر سابق ، ص ٧٦ .
- ٦ - نفس المصدر .
- ٧ - نفس المصدر مع بعض التصرف البسيط لغرض الإيضاح .
- ٨ - الأسس المنطقية للاستقراء، مصدر سابق ، ص ٢٣٠ .
- ٩ - نفس المصدر، ٢٤٣-٢٤٧ .
- ١٠ - فلسفة المصادفة، مصدر سابق ص ٢٠٤ و ص ٢٠٨-٢٠٩، بتصريف لغرض الإيضاح .
- ١١ - الاستقراء والمنطق الذاتي ، مصدر سابق ، ص ٢٤٧ .
- ١٢ - نفس المصدر ، ص ٢٤٧-٢٤٨ .
- ١٣ - نفس المصدر ، ص ٢٤٨-٢٥٠ .
- ١٤ - نفس المصدر ، ص ٢٥٠-٢٥٤ .
- ١٥ - المنطق الوضعي، مصدر سابق، ص ٣٥٧ .
- ١٦ - الأسس المنطقية للاستقراء، مصدر سابق، ص ٣٥٨ .

- ١٧ - منطق الاستقراء، مصدر سابق، ص ٢٩٧-٢٩٨ .
- ١٨ - الاستقراء والمنطق الذاتي، مصدر سابق ، ص ٣٣٣ .
- ١٩ - نفس المصدر، ص ٣٣٢-٣٣٣ .
- ٢٠ - الأسس المنطقية للاستقراء، مصدر سابق، ص ٣٥٤ .
- ٢١ - نفس المصدر، ص ٣٦٢ .
- ٢٢ - نفس المصدر، ٣٦٣-٣٦٥ .
- ٢٣ - لاحظ تعليق السيد الحائري في هامش الأسس المنطقية للاستقراء، ص ٣٦٤ .

الإضاءة السادسة

نظرية الاحتمال في ضوء المذهب الذاتي

(تفسير الاحتمال)

(ب)

تعريف الاحتمال على أساس التكرار المتناهي في ضوء المذهب الذاتي

عرض موجز لتفسير الاحتمال على أساس نظرية التكرار المتناهي :

«بدأت النظرية التجريبية أو التكرارية على يد Leasli Ellis الذي نشر سنة ١٨٤٣ رسالته في الموضوع، إلا أن النظرية ترتبط عادة باسم (فن)، وأصوله قائمة في نظرية برنوي في الأعداد الكبيرة. والفكرة الرئيسية عند فن لم تكن مجرد القول بالتكرار في الحدوث كأساس لقيام الاحتمال، وإنما ربط هذا التكرار في الحدوث داخل سلسلة من ((الحوادث التي بينها طائفة معينة من السمات، أو الصفات المشتركة)) والخاصة المميزة للاحتمال هي أن الصفات العرضية أو الموثوقة يتبين بالتجربة أنها تميل إلى أن توجد بنسبة معينة محددة إلى مجموع الحالات جميعا. والتكرار في الحدوث هو السبيل إلى كشف هذه النسبة، والتجربة هي مرشدنا الوحيد لإثبات أن أي حالة من الحالات تدخل في سلسلة الاحتمال أم لا تدخل، ويلخص كينز جوهر نظرية فن قائلا : ((القول بأن احتمال حادث ما له ميزة معينة يساوي ي/ك معناه أن هذا الحادث واحد بين طائفة من الحوادث التي يعد ي/ك منها له الميزة المذكورة)) . والتجربة هي التي تحدد وحدة هذه الحوادث التي لها هذه الميزة، أي هي التي تحدد السلسلة. وهكذا نتبين أن الاحتمال عند فن يتعلق أولا بسلاسل أو مجموعات من الحوادث، كما يشترط ثانيا التحديد التجريبي للواقع المدروس. والأهمية الحقيقية

هي تقريره تحقق السلاسل تحققاً فعلياً في الواقع التجريبي وبالتالي قيام الاحتمال على أساس تجريبي خالص» (١) ٠

وبعبارة أخرى : « تهتم نظرية تكرار الحدوث المحدودة فقط بالأصناف من الحوادث أو الظواهر المحدودة في عدد أفرادها، وتبدأ النظرية بالتعريف الآتي لتحديد حدوث الاحتمال – احتمال حدوث أو عدم حدوث ظاهرة ما – :

إذا رمزنا بالحرف (أ) إلى صنف محدود الأفراد وبالحرف (ب) إلى صنف آخر ، وإذا أردنا تحديد احتمال أن فرداً من الصنف (أ) اخترناه اختياراً عشوائياً سوف يكون فرداً من أفراد الصنف (ب) ، فإننا نحدد الاحتمال بمعرفة عدد أفراد الصنف (أ) التي هي أيضاً عدد أفراد الصنف (ب) ونقسم ذلك العدد على كل أفراد (أ) ، وبمعنى آخر أن كون احتمال شيء ما أو ظاهرة ما (أ) متصفة بالصفة (ب) هو نسبة حدوث (أ) متصفاً بالصفة (ب) ، وتتخذ درجة الاحتمال حسب تلك النظرية الصورة التالية :

$$\frac{ن (أ + ب)}{ن (أ)} = ح (أ و ب)$$

ن (أ) تشير إلى عدد كل أفراد (أ) .

ن (أ + ب) تشير إلى عدد أفراد (أ) الذي هو أيضاً (ب) .

ح تشير إلى درجة الاحتمال .

ونوضح هذه القاعدة الأساسية في نظرية تكرار الحدوث المحدودة بالأمثلة التالية : أغلب الناس أمناء ، $\frac{4}{5}$ من المرضى بداء معين شفوا باستخدام ذلك الدواء المعين، احتمال ورود الأسم (ابراهيم) في دليل

تلفونات مدينة الاسكندرية هو نسبة عدد الأسماء المندرجة تحت
(ابراهيم) على عدد الأسماء المندرجة في الدليل . (٢)

تفسير الاحتمال على أساس نظرية التكرار المتناهي في ضوء المذهب الذاتي :

كتب الشهيد الصدر في (الأسس المنطقية للاستقراء) تحت عنوان
(تعريف الاحتمال على أساس التكرار) ما نصه :

((ب - تعريف الاحتمال على أساس التكرار

وبعد دراسة التعريف الرئيس للاحتتمال نتناول الآن تعريفا آخر
قامت على أساسه نظرية باسم ((نظرية التكرار المتناهي))، ونقوم
بدراسته لنعرف ما إذا كان بإمكان هذا التعريف أن يتخلص من
المشاكل التي واجهها التعريف السابق أو لا ؟

وهذا التعريف لا يتحدث عن الحالات الممكنة بالنسبة إلى (س)،
ولا يفسر الاحتمال الرياضي بنسبة معينة من تلك الحالات كما رأينا
في التعريف السابق ، بل ان هذا التعريف يتجه إلى فئتين (أو كليين)
، لكل من الفئتين أعضاؤها وأفرادها الموجودة فعلا، من قبيل فئة
العراقيين، وفئة الأذكياء، فهناك فعلا عراقيون وهناك فعلا أذكياء
وهناك فئة ثالثة مركبة وهي فئة العراقيين الأذكياء تشتمل على
الأعضاء الداخلين في كلتا الفئتين فعلا، فما هي درجة احتمال أن
يكون الفرد الذي نختاره عشوائيا من فئة العراقيين منتميا إلى فئة
الأذكياء، ومفاد هذا التعريف أن درجة احتمال ذلك هي عدد أعضاء
الفئة الثالثة المركبة – أي فئة العراقيين الأذكياء – مقسوما على العدد
الكلي لأعضاء فئة العراقيين. وباستبدال ذلك بالرموز يكون تعريف
الاحتمال كما يلي :

إذا فرضنا أن (ل) فئة متناهية و (ح) فئة متناهية أخرى وأردنا
أن نعرف احتمال أن يكون أي عضو من أعضاء الفئة (ل) منتميا

إلى الفئة (ح) فإننا نعرف هذا الاحتمال بأنه عدد أعضاء الفئة (ل) الذين ينتمون في نفس الوقت إلى الفئة (ح) مقسوماً على العدد الكلي لأعضاء الفئة (ل)، ونستخدم الرمز ح / ل للدلالة على هذا الاحتمال ، فبدلاً من أن يكون ح/ل تعبيراً عن نسبة الحالات الممكنة المرافقة للمطلوب إلى مجموع الحالات الممكنة أصبح تعبيراً عن نسبة الأفراد الواقعة المحققة للمطلوب من أعضاء الفئة (ل) إلى مجموع الأفراد الواقعة من أعضاء الفئة (ل).

وأنا أرى أن هذا التعريف يفي ببديهيات الاحتمال المتقدمة، كما أنه يتخلص من الاعتراضات التي أثارناها ضد التعريف السابق، وذلك لأن التعريف السابق يتحدث عن الحالات الممكنة بالنسبة إلى (س)، ويحدد درجة احتمال المطلوب بنسبة الحالات المرافقة للمطلوب إلى مجموع الحالات الممكنة، وهذا يتطلب منه أن يفترض مسبقاً التساوي بين تلك الحالات الممكنة في علاقتها بـ (س)؛ لأنها إذا لم تكن متساوية بالنسبة إلى (س)، بل كانت الحالات المرافقة للمطلوب مثلاً أكبر قيمة من الحالات الأخرى فسوف تكون درجة احتمال المطلوب أكبر من نسبة عدد الحالات المرافقة للمطلوب إلى مجموع الحالات، فلا بد للتعريف السابق إذن أن يفترض مسبقاً التساوي بين الحالات الممكنة في علاقتها بالنسبة إلى (س)، وهذا يفرض على ذلك التعريف أن يفسر هذا التساوي المفترض ، وقد رأينا أنه يعجز عن تفسيره بطريقة لا تؤدي إلى نقص في التعريف.

وأما هذا التعريف فهو لا يتحدث عن الحالات الممكنة بالنسبة إلى (س)، والتي قد تكون متساوية بالنسبة إلى (س) وقد لا تكون كذلك، ليضطر إلى افتراض تساويها مسبقاً ، ولكي يؤدي به ذلك إلى مواجهة الاعتراض الذي واجهه التعريف السابق، وإنما يتحدث هذا التعريف عن الأفراد الذين هم أعضاء في فئة (ل) فعلاً، ويفسر احتمال أن يكون أي واحد نختاره من تلك الأفراد عضواً في فئة (ح) بنسبة تكرار (ح) في (ل)، فهو لا يضطر إلى افتراض التساوي المسبق في القيمة الاحتمالية ليمنى بالاعتراض نفسه.

ولكن هذا التعريف يواجه اعتراضا جديدا وهو أنه لا يشمل كل المجالات التي يمكن للاحتمال الرياضي أن يمتد إليها ، بمعنى أن هناك مجالات يمكن فيها تحديد الاحتمال رياضيا ولا يشملها التعريف ، فيعتبر من هذه الناحية تعريفا ناقصا. وسوف نبدأ بتمهيدات توضيحية أولا ثم نتحدث عن هذا الاعتراض.

الاحتمال الواقعي والاحتمال الافتراضي :

يمكن التمييز بسهولة بين العبارتين التاليتين :

عبارة نقولها حينما نأخذ عراقيا معيناً ولا ندري هل هو ذكي أو لا فنقول : من المحتمل بدرجة كذا أن يكون ذكياً.

وعبارة نقولها حينما نفترض عراقيا فنقول : إذا كان الإنسان عراقيا فمن المحتمل بدرجة كذا أن يكون ذكياً.

فالعبارة الأولى تتحدث عن احتمال واقعي وشك حقيقي، وبالإمكان إزالة هذا الاحتمال وتبديله إلى يقين إذا استطعنا أن نجمع معلومات تفصيلية عن ذلك الفرد العراقي بالدرجة التي تتيح لنا أن نجزم بأنه ذكي أو ليس ذكياً، والعبارة الثانية تتحدث عن فرد افتراضي، أي عن يقين في صورة شك؛ لأن الإنسان العراقي الذي تنبئ هذه العبارة عن درجة احتمال كونه ذكياً ليس هو هذا الفرد أو ذاك، بل فرد افتراضي ليس له واقع محدد، فلا معنى للشك الحقيقي في أنه ذكي أو لا، وإنما تتحدث العبارة الثانية في الحقيقة عن نسبة الذكاء في العراقيين، أي عن يقين لا عن شك، ولهذا كان بالإمكان أن تصدر عبارة من هذا القبيل من ذات لا يعزب عن علمها مثقال ذرة في الأرض ولا في السماء، بينما لا يمكن أن تصدر العبارة الأولى من هذه بالذات.

ونطلق على الشك الحقيقي الذي نتحدث عنه العبارة الأولى اسم الاحتمال الواقعي، وعلى اليقين المتخذ صورة الشك الذي نتحدث عنه العبارة الثانية اسم الاحتمال الافتراضي.

وعلى هذا الأساس قد ينشأ التصور التالي : وهو أن الاحتمال الرياضي الذي يستهدف التعريف تفسيره إنما هو الاحتمال الافتراضي دون الاحتمال الواقعي؛ لأن الاحتمال الرياضي بوصفه قضية مستخلصة من المبادئ الرياضية لا بد أن يكون قضية يقينية تكفي تلك المبادئ لاستنتاجها، والاحتمال الواقعي ليس كذلك، فإنه قضية احتمالية مشكوكة ترتبط بدرجة جهلنا بالظروف ذات الصلة ، فنحن حينما نشير إلى عراقي معين ونقول : من المحتمل بدرجة $1/2$ أن يكون هذا ذكياً، نتحدث عن قضية مشكوكة، ولا يتولد شكنا هذا من المبادئ الرياضية، بل من طبيعة جهلنا بالظروف ذات الصلة بالذكاء سلباً وإيجاباً. وأما الاحتمال الافتراضي فهو قضية يقينية مستنتجة من المبادئ الرياضية وبديهيات نظرية الاحتمال استنتاجاً، ولا ترتبط هذه القضية بأي درجة من الجهل، ولهذا يمكن لله سبحانه مثلاً أن يقررها كما نقررها. فالاحتمال الرياضي إذن هو الاحتمال الافتراضي لا الواقعي، والتعريف يستهدف تفسير الاحتمال الافتراضي لا الاحتمال الواقعي.

ولكنني أرى أن الاحتمال الواقعي يشتمل دائماً على قضيتين، فنحن حينما نشير إلى فرد عراقي معين ونقول : من المحتمل بدرجة $1/2$ أن يكون ذكياً نقرر في الواقع قضيتين لا قضية واحدة. الأولى : إن ذكاء هذا الفرد محتمل فعلاً بدرجة $1/2$. والثانية : أنه كلما كانت درجة العلم والجهل بالظروف ذات الصلة بذكاء الإنسان العراقي سلباً وإيجاباً هي درجة علمنا وجهلنا بذكاء هذا الفرد المعين كانت درجة احتمال ذكائه $1/2$. والقضية الأولى تقريرية تنبئ عن شيء في الواقع الخارجي وهو ذكاء هذا الفرد ولكن على سبيل الاحتمال، والقضية الثانية لا تنبئ عن ذكاء الفرد، وإنما نتحدث عن علاقة معينة بين الشرط والجزاء، وهي قضية يقينية كالقضية التي يتحدث عنها الاحتمال الافتراضي، وبإمكان الذات الكلية العلم أن تتحدث عنها كما نتحدث عنها تماماً.

وما دامت القضيتان على نهج واحد فلكل منهما الحق في تمثيل الاحتمال الرياضي، ولا بد لتعريف الاحتمال أن يشملهما معاً، وكل

تعريف للاحتتمال لا يشمل الاحتمال الواقعي بالقدر الذي يتصل منه بالقضية الشرطية التي ذكرناها يعتبر تعريفا ناقصا، فكما أن نسبة تكرار الذكاء في العراقيين – ولنفرضاها $1/2$ – تعتبر احتمالا رياضيا كذلك العلاقة بين درجة علمنا وجهلنا بظروف هذا العراقي بالذات وبين احتمال ذكائه بدرجة $1/2$ ، فإن هذه العلاقة كذلك النسبة ليس فيها أي شك، وبإمكان القضية الرياضية أن تؤكدنا تأكيذا يقينيا .

غير أني لا بد أن أشير هنا إلى أن هذه العلاقة لا يمكن استنتاجها من المبادئ المتقدمة لنظرية الاحتمال فحسب؛ لأن المبادئ المتقدمة بإمكانها أن تحدد نسبة تكرار الذكاء في العراقيين، ولكن ليس بإمكانها أن تقرر أنه في حالة اطلاعنا على أن هذا الفرد المعين عراقي وعدم اطلاعنا على أي شيء لا بد أن تكون درجة الاحتمال مطابقة لتلك النسبة، فلا بد لاستنتاج هذا التطابق من بديهية أخرى – كما سوف نعرف فيما بعد إن شاء الله تعالى – ولنفرض الآن التطابق بينهما إلى أن يأتي الحديث عن تلك البديهية.

هل يشمل التعريف كل الاحتمالات ؟ :

توجد حالات عديدة ينشأ فيها الاحتمال :

الأولى : أن توجد فئتان (ل ، ح) وبينهما أعضاء مشتركة، فيكون انتماء عضو فئة (ل) إلى (ح) محتملا.

الثانية : أن توجد فئتان (ل) و (ح) لكل منها أفراد فعلا ، ولا تتوفر لدينا أي معلومات إيجابا أو سلبا عن وجود أعضاء مشتركة بينهما، فيكون انتماء عضو فئة (ل) إلى (ح) محتملا.

الثالثة : أن ينقل لنا أن زرادشت إنسان كان يحمل هذا الاسم ويدعي النبوة ويدعو إلى الإباحية عاش في زمان كذا ومكان كذا، فينشأ على هذا الأساس احتمال أن زرادشت كان موجودا، ويعني هذا الاحتمال أن هناك فئة هي فئة مدعي النبوة الداعين إلى الإباحية

الناشئين في مكان كذا وزمان كذا الذين أطلق عليهم اسم زرادشت، وهذه الفئة نحتمل أنها فارغة كما نحتمل أن فيها عضوا واحدا ، أي أن زرادشت موجود.

ففي الحالة الأولى نتصور نوعين من الاحتمال :

أحدهما : الاحتمال الافتراضي الذي نعبر عنه في قولنا بأن من المحتمل أن يكون فرد ما من فئة (ل) عضوا في (ح) أيضا، وهذا الاحتمال يمكن أن يحدد على أساس تعريف الاحتمال المتقدم إذا كنا نعرف عدد الأعضاء المشتركة، فإن درجته بموجب هذا التعريف هي نسبة عدد الأعضاء المشتركة إلى مجموع أعضاء فئة (ل).

والنوع الآخر من الاحتمال الذي نواجهه في الحالة الأولى هو الاحتمال الواقعي، أي احتمال أن يكون هذا العضو بالذات من أعضاء فئة (ل) منتميا إلى (ح) ، ولنرمز إلى العضو المعين (هـ)، وهذا الاحتمال يتوقف تحديده على أساس تعريف الاحتمال المتقدم على شرطين :

الأول : أن يكون عدد أعضاء (ل) المنتمين إلى (ح) في مجموع أعضاء (ل) بما فيهم (هـ) معلوما، فإذا افترضنا أن مجموع أعضاء (ل) عشرة، وأن أحدهم هو (هـ) فلا بد أن نعرف عدد الأعضاء المنتمين من هؤلاء العشرة إلى الفئة (ح).

الثاني : أن نفترض في أساس التعريف البديهية القائلة بالتطابق بين نسبة عدد الأعضاء المشتركة إلى مجموع أعضاء (ل) ودرجة احتمال كون (هـ) منتميا إلى (ح).

فإذا توفر هذان الشرطان أمكن تطبيق التعريف على الاحتمال الواقعي في الحالة الأولى كما ينطبق على الاحتمال الافتراضي فيها.

ولكن قد يبدو شيء من التناقض في هذا الكلام؛ لأننا حين نتحدث عن الاحتمال الواقعي بشأن (هـ) نعني أننا لم نخبر حال (هـ) ولم نتأكد من عضويتها لكلتا الفئتين إيجابا أو سلبا، فإذا جعلنا الشرط الأول في تحديد هذا الاحتمال على أساس التعريف المتقدم أن نكون على علم بعدد الأعضاء المنتمية إلى (ح) في مجموع أعضاء (ل) بما فيها (هـ) كان معنى ذلك أننا قد افترضنا اختبار حال (هـ) والتأكد من انتمائه إلى (ح) إيجابا أو سلبا ، وهذا يؤدي إلى تناقض فحواه أنه لكي تحدد درجة احتمال انتماء (هـ) إلى (ح) يجب أن نتأكد من أنها منتمية أو غير منتمية.

وحل هذا التناقض هو أننا في بعض الأحوال نستطيع أن نعرف عدد أعضاء فئة (ل) المنتمين إلى (ح) دون أن نشخص تلك الأعضاء في أفراد محددة ، فمعرفة عدد الأعضاء المشتركة لا يجب أن تستبطن معرفة حال (هـ) والتأكد من انتمائه إلى (ح) إيجابا أو سلبا. ومن تلك الأحوال ما إذا حصلنا على نسبة تكرر (ح) في (ل) عن طريق الاستقراء، فإننا إذا حصلنا بعد ذلك على أي عدد كبير من أعضاء (ل) فسوف نعرف على أساس الاستقراء عدد الأعضاء المنتمية منها إلى (ح) دون أن نشخص حال كل عضو بالذات.

بقي علينا أن نفحص فرضا آخر في الحالة الأولى وهو أن يكون عدد الأعضاء المشتركة بين الفئتين غير معلوم مع العلم بوجود أعضاء مشتركة، كما إذا افترضنا أن عدد أعضاء فئة (ل) تسعة وأن بعض أعضاء هذه الفئة ينتمي إلى (ح) لكن لا ندري هل أن الأفراد المنتمية إلى (ح) من أعضاء فئة (ل) ثلاثة أو ستة.

إن في هذا الفرض يوجد احتمال افتراضي بمعنى أن أي فرد من أعضاء فئة (ل) يحتمل أن يكون عضوا في فئة (ح)، ويوجد احتمال واقعي بمعنى أن (هـ) - وهي ترمز إلى عضو معين - من المحتمل أن يكون عضوا في (ح). وكل من الاحتمالين لا يمكن أن نطبق عليه التعريف المتقدم ولا أن نحدد درجته وفقا لذلك التعريف؛ لأن نسبة الأعضاء المشتركة إلى مجموع أعضاء فئة (ل) مجهولة،

فلاحتمال الافتراضي هنا يجب أن يتحدث عن نسبة احتمالية مشكوكة بين الأعضاء المشتركة ومجموع أعضاء فئة (ل) بدلا عن الحديث عن نسبة يقينية، وهذا يعني ان الاحتمال الافتراضي يتحول إلى احتمال واقعي للنسبة، فهناك إذن احتمالان واقعيان : أحدهما للنسبة، والآخر لانتماء (هـ) خاصة إلى فئة (ح) وكلاهما لا يقبلان القياس والتحديد على أساس التعريف المتقدم.

وإلى هنا كنا نتكلم عن الحالة الأولى .

وأما في الحالتين الثانية والثالثة فلا معنى لاحتمال الافتراضي؛ لأن الاحتمال الافتراضي يعني نسبة الأعضاء المشتركة إلى مجموع أعضاء فئة (ل) وفي هاتين الحالتين لم نفترض نسبة من هذا القبيل، وأما الاحتمال الواقعي في هاتين الحالتين فلا يشملته التعريف ولا يمكن تحديده وفقا له؛ لأن التعريف يربط درجة الاحتمال بدرجة التكرار ولم يفترض تكرارا في الحالة الثانية والثالثة.

ونخرج من ذلك بالنتائج التالية :

أولا : إن التعريف ينطبق على الاحتمال الافتراضي في الحالة الأولى.

ثانيا : إن التعريف ينطبق على الاحتمال الواقعي في الحالة الأولى إذا كانت نسبة التكرار معلومة وأضيفت إلى بديهيات التعريف بديهية التطابق بين النسبة ودرجة الاحتمال الواقعي.

ثالثا : إن التعريف لا ينطبق في الحالة الأولى إذا افترضنا الجهل بنسبة التكرار وتردها بين نسبتين ، ففي هذا الفرض نواجه احتمالين واقعيين : احتمالا للنسبة واحتمالا لانتماء (هـ) خاصة ، وكلاهما لا يمكن تحديدهما على أساس ذلك التعريف.

رابعاً : إن التعريف لا ينطبق في الحالة الثانية والثالثة؛ لأن الاحتمال الافتراضي غير متصور في هاتين الحالتين، والاحتمال الواقعي لا يتحدد وفقاً لنسبة التكرار إذا لم تفترض نسبة من هذا القبيل.

وفي ضوء هذه النتائج نستخلص أن تعريف الاحتمال على أساس التكرار ما دام لا يشمل عدداً من أنواع الاحتمال فهو ناقص إذا أمكن فيما بعد أن نثبت أن تلك الاحتمالات التي يعجز هذا التعريف عن شمولها تعبر عن علاقات بالإمكان تحديدها رياضياً على أساس البديهيات المقترحة.

محاولة لإثبات الشمول للتعريف :

وهناك محاولة لبرتراند رسل يريد بها أن يثبت شمول التعريف حتى لاحتمالات من نوع ((يحتمل أن زرادشت كان موجوداً))، وهو يؤكد بهذا الصدد أن تعريف الاحتمال على أساس التكرار يكفي لتفسير كل هذه الاحتمالات على شرط أن نسلم مسبقاً بمبدأ الاستقراء – أي المبدأ الذي يبرر تعميم الحكم على الأفراد غير المستقراء –، ويوضح ذلك في مثال زرادشت بالبيان التالي :

إن هناك بيئة قامت على وجود زرادشت هي التي أدت إلى احتمال أنه موجود ، وهذه البيئة عضو في فئة البيئات التي من نوعها. ونفرض أننا اختبرنا واستقرأنا عدداً كبيراً من أعضاء تلك الفئة من البيئات فوجدنا أن نسبة معينة منها صادقة ولنفرضها $1/2$ ، فسوف نعمم هذه النسبة على أعضاء تلك الفئة على أساس الاستقراء فنثبت استقراءياً أن $1/2$ من مجموع أعضاء تلك الفئة يعتبر صادقاً، وهذا يعني وجود احتمال بدرجة $1/2$ في صالح البيئة الدالة على وجود زرادشت.

ويستخلص رسل من ذلك أن كل الاحتمالات القابلة للقياس يمكن تفسيرها على أساس هذا التعريف، أي بوصفها تكرارات متناهية على

أن نفترض التسليم بمبدأ الاستقراء، وهكذا يصبح احتمال أن زرادشت كان موجودا مندرجا في نطاق التعريف رغم أنه يبدو بعيدا عن فكرة التكرار.

ويقصد رسل بالتكرار الذي يطبق عليه التعريف في مثال زرادشت تكرار الصدق في أعضاء تلك الفئة من البيانات، فإن هذا التكرار يسجل نسبة ثم تعمم هذه النسبة عن طريق الاستقراء على مجموع أعضاء تلك الفئة، فتتحدد بذلك درجة احتمال صدق البينة الدالة على وجود زرادشت وبالتالي تتحدد درجة احتمال أن زرادشت كان موجودا.

ونلاحظ على هذا البيان ما يلي :

أولا : إن احتمال وجود زرادشت احتمال واقعي ولا يمكن أن تتحدد درجته على أساس التكرار ومبدأ الاستقراء فقط؛ لأن التكرار ومبدأ الاستقراء يؤديان إلى تحديد نسبة معينة للصدق في مجموع أعضاء تلك الفئة من البيانات، وهذا هو ما أطلقنا عليه سابقا اسم الاحتمال الافتراضي، ولا يكفي هذا وحده لاستنتاج درجة احتمال صدق البينة الدالة على وجود زرادشت ما لم نضيف إلى التكرار ومبدأ الاستقراء البديهية التي أشرنا إليها سابقا والتي تقرر أن درجة الاحتمال الواقعي للحادثة في عضو معين من فئة يجب أن تطابق نسبة تكرار الحادثة في أعضاء تلك الفئة. إن هذه البديهية لا يفرضها التكرار ولا مبدأ الاستقراء وبدونها لا نقدر على تحديد درجة الاحتمال الواقعي، فالقول بأن التكرار ومبدأ الاستقراء يكفيان لتحديد وجود زرادشت غير صحيح.

وثانيا : إن هذه المحاولة لتفسير احتمالات من نوع احتمال وجود زرادشت على أساس التكرار لا يمكن أن تنجح في احتمالات من هذا النوع إذا لم تنشأ عن بينة معينة، بل عن كون المحتمل عضوا في فئة متكاملة . وأقصد بالفئة المتكاملة مجموعة من الحالات المتنافية التي لا بد منطقيا أن تكون واحدة منها صحيحة، ففي مجموعة متكاملة من

هذا القبيل ليس من الضروري أن ينشأ احتمال أي عضو في هذه المجموعة من بيئة، وكل نقيضين أي (الوجود والعدم) أو (النفي والإثبات) يتشكل منها مجموعة متكاملة ؛ لأنهما متنافيان ، ومن الضروري منطقياً أن يكون أحدهما ثابتاً. وإذا أطلقنا على المجموعة المتألفة من النقيضين اسم المجموعة المتكاملة الثنائية أمكننا القول بأن كل مجموعة متكاملة ثنائية ينشأ فيها احتمال لكل عضو فيها نتيجة لنفس الضرورة المنطقية التي جعلت منها مجموعة متكاملة ثنائية دون أن نفترض أي بيئة على هذا العضو أو ذاك.

وثالثاً : إن مبدأ الاستقراء نفسه يركز على الاحتمال، وليس الاحتمال الذي يركز عليه الاستقراء تكراراً بل هو نوع آخر رغم أن كل استقراء يشتمل على تكرار، فنحن حينما نستقرئ عدداً من أعضاء الفئة التي تنتمي البيئة الدالة على وجود زرادشت ونلاحظ أنها صادقة بنسبة معينة نجد في هذا الاستقراء تكراراً، ولكن مبدأ الاستقراء الذي يبرر تعميم النتيجة على سائر أعضاء الفئة لا يستند إلى الاحتمال بوصفه مجرد تعبير عن هذا التكرار بل يستند إلى الاحتمال بمعنى آخر اكتفي الآن بالإشارة إليه تاركاً توضيحه إلى ما يأتي، وإذا كان مبدأ الاستقراء يركز على احتمال غير تكراري فلا بد من تعريف للاحتمال على هذا الأساس ((٣)

اعتراض آخر للشهيد الصدر على التعريف السابق :

يمكننا أن نقول أن الصعوبة الثالثة التي أوردتها الشهيد الصدر على نظرية لابلاس هي بنفسها يمكن أن ترد على التعريف السابق، فكما أن معادلة (لابلاس) لا يمكن أن تحدد قيمة الاحتمال البعدي للتعميم إذا كانت (ن) ترمز إلى فئة غير متناهية؛ لأن معنى ذلك : أن هذا الكسر : $\frac{ن}{ن + م + ١}$ يشتمل على مقام غير متناه، ولا يمكن أن تحدد نسبة المتناهي إلى غير المتناهي، كذلك ((الاتجاه المتناهي للتكرار لا ينطبق على الفئات والقضايا غير المتناهية، وأن التحديد الرياضي للعلاقة بين عدد الأفراد الكلية وعدد تكرار الاشتراك داخلها لا يعطي أي قيمة نهائية للاحتمال فيما لو فرضنا وجود عدد لا نهائي

للأفراد. الأمر الذي دعا المفكرين إلى إيجاد صياغة أخرى للاحتمال تأخذ باعتبار الفئات غير المتناهية التي يتشكل منها أغلب قضايا الواقع.

وعلى رأي بريثوايت إن هذا النوع من الاحتمال لا ينفع في التحديد العلمي، ذلك أن الشرط في هذا النوع هو أن يكون عدد الأعضاء في مقام الكسر محدودا نهائيا ، بينما الاحتمال في المجال العلمي لا يصح أن يفترض الحدود النهائية في الأعضاء، وإلا امتنع التعميم، ويكون الاحتمال خاصا بالعدد المحدود من تلك النماذج ، مما يجعل القضية عموما ليست في عداد الافتراض العلمي، حيث مهما نكون من عدد المشاهدات فهناك زيادة ربما توظف ضد الفرضية العلمية. مما يعني أنه إذا كان بإمكان التكرار المحدود أن يؤسس الحقيقة للقضية الاحتمالية بشكل نهائي ، فإن ما يحصل في المجال العلمي هو غير ذلك بالمرّة؛ إذ كل نتيجة نتوصل إليها إنما هي نتيجة مؤقتة قابلة للتعديل بفعل ما يوجد من الأعداد غير المتناهية للحالات ((٠ (٤)

مناقشة الشهيد الصدر للتعريف السابق في ضوء دراسة (سروش) وردود السيد عمار أبو رغيف :

في سياق استعراض الدكتور عبد الكريم سروش لكتاب (الأسس المنطقية للاستقراء) استعرض وبشكل سريع معنى التعريف التكراري للاحتمال ومناقشة الشهيد الصدر لهذا التعريف. ويبدو أن السيد عمار أبو رغيف لم يرتض من هذا الاستعراض الأمرين التاليين :

الأمر الأول : لم يرتض السيد عمار أبو رغيف من الدكتور (سروش) تأكيده على أن (النظرية التكرارية) التي تناولها الشهيد الصدر هي نظرية (فون ميزس).

وعلى هذا الأساس وجد السيد عمار أبو رغيف أنه : ((من الضروري هنا أن نرفع الالتباس الذي وقع فيه (سروش) ، ذلك أن

فكرة إقامة الاحتمال على أساس التكرار سبقت (فون ميزس) بأكثر من نصف قرن، فقد نبه النقد الأساس للنظرية التقليدية في تفسير الاحتمال [أي : اشكال المصادرة ، وأخذ مفهوم الاحتمال في تعريف الاحتمال] (ليسلي إليس) فوضع النظرية التكرارية للاحتتمال وتطورت هذه النظرية على يد (جون فن)، وتعرف هذه النظرية باسم (تكرار الحدوث المتناهي) تمييزا لها عن نظرية (فون ميزس) ، حيث تدعى الأخيرة بنظرية (تكرار الحدوث اللامتناهي).

وقد عني الشهيد الصدر بتعريف الاحتمال على أساس التكرار نظرية (جون فن)، لا نظرية (فون ميزس)، وإليك نص (الأسس المنطقية للاستقراء) :

« وبعد دراسة التعريف الرئيس للاحتتمال نتناول الآن تعريفا آخر له قامت على أساسه نظرية باسم (نظرية التكرار المتناهي) » (((٥)

الأمر الثاني : نقل السيد عمار أبو رغيف عن (سروش) أنه قال في معرض التعليق التكراري للاحتتمال ما يلي : ((من الواضح أن التعريف المتقدم لا يشمل الحوادث الفردية، بل يفسر فقط احتمال الحوادث التي تكون عضوا في مجموعات أكبر. والشهيد الصدر – في الوقت الذي يوافق على أن هذا التعريف يستوعب كل بدهيات نظرية الاحتمال – يسجل الاعتراض المتقدم على التعريف أيضا. وقد حاول (راسل) و (رايشنباخ) الرد على هذا النقد ، لكن محاولتهم لم تقع مورد قبول لدى الباحثين ، ولا يزال النزاع حول هذا الموضوع قائما)) (٦)

لم يرتض السيد عمار أبو رغيف ما نقله من كلام سروش، فعلق بما يلي :

((الحق : إن الشهيد الصدر لم يكتف بتسجيل الاعتراض التقليدي على التعريف التكراري للاحتتمال وأنه يفسر فقط احتمال الحوادث

التي تكون عضوا في مجموعات ولا يشمل الحوادث الفردية. ولعل التلخيص والعجل في عرض (الأسس) سبب لارتكاب الدكتور (سروش) هذه الهفوة في هذه النسبة.

لقد أكد (الأسس) أن التعريف المتقدم كما لا يشمل الحوادث الفردية نظير (كان زرادشت موجودا)، فهو لا يشمل أيضا احتمالات تندرج في فئات ، وهي عضو في مجموعات. وقد أقام (الأسس) تقويمه للتعريف على أساس التفرقة بين الاحتمال الواقعي والاحتمال الافتراضي ((٧٠)

وقفة ضرورية للإيضاح :

من الواضح أن الشهيد الصدر قد حاول في مناقشته للتعريف الرئيس للاحتتمال تحديد معنى الاحتمال الرياضي وتمييزه عن الاحتمال الواقعي، وفي ضوء هذا التمييز حذر الشهيد الصدر من الاعتقاد بأن الفارق الأساس بين الاحتمال الواقعي والاحتمال الرياضي ينشأ من أن الاحتمال الواقعي يتحدث عن قضية وأن الاحتمال الرياضي يتحدث عن دالة قضية، وقد أكد على خطأ هذا الاعتقاد وأثبت أن الاحتمال الرياضي يتحدث عن قضية لا عن دالة قضية.

ثم بعد أن انتقل الشهيد الصدر إلى مناقشة تعريف الاحتمال على أساس التكرار، تحدث عن التمييز بين الاحتمال الواقعي والاحتمال الرياضي، وفي ضوء هذا التمييز حذر الشهيد الصدر من الاعتقاد بأن الاحتمال الرياضي الذي يستهدف تعريف الاحتمال على أساس التكرار تفسيره هو الاحتمال الافتراضي دون الاحتمال الواقعي، وقد أكد الشهيد الصدر على أن الاحتمال الواقعي يشمل دائما قضيتين، وأن واحدة من هاتين القضيتين هي قضية يقينية كالقضية التي يتحدث عنها الاحتمال الافتراضي، وعلى هذا الأساس لا بد للاحتتمال الرياضي أن يشملها كما يشمل الاحتمال الافتراضي.

وعلى أساس ما تقدم فقد يكون تركيز البحوث السابقة على تحديد معنى الاحتمال الرياضي وتمييزه عن الاحتمال الواقعي من جهة، والتأكيد من جهة أخرى على ضرورة شمول الاحتمال الرياضي لكل الاحتمالات، بمعنى أن كل الاحتمالات يمكن تحديدها رياضياً، بالإضافة إلى ما تضمنته تلك البحوث من معلومات دقيقة، سبباً لإثارة بعض الأسئلة عند بعض القراء الأعزاء. الأمر الذي استدعى منا أن نوضح وبشكل مفصل ما يعنيه الاحتمال الرياضي في ضوء البحوث السابقة للشهيد الصدر • وفيما يلي إيضاح ذلك :

أولاً : ما هو الاحتمال الرياضي ؟

الاحتمال الرياضي هو احتمال قبلي يمكننا تعريفه بقولنا : أنه نسبة عدد المرات التي يمكن أن يقع فيها الحادث إلى المجموع الكلي لعدد المرات. فإذا ما قذفنا بقطعة نقود في الهواء ، فإن احتمال سقوطها إلى الأرض بحيث تكون الصورة إلى أعلى هو $\frac{1}{2}$. وإلى جانب الاحتمال الرياضي القبلي احتمال إحصائي بعدي وهو عبارة عن النسبة بين عدد المرات التي تقع فيها الحادثة بالفعل، وبين المجموع الكلي لعدد المرات التي يمكن وقوعها فيها، ويقتضي هذا أن يكون هنالك عدد كبير من الحالات الممكنة، وأن يحصى عدد حالات الوقوع بالقياس إلى المجموع، فإذا تم هذا الإحصاء أمكن التعبير عنه بنسبة رياضية مثل ب/ح كالنسبة المئوية للوفيات فهي الأساس الذي تبني عليه شركات التأمين حساباتها. (٨)

إن الاحتمال الرياضي دائماً يتحدث عن نسبة موضوعية، قد تكون هي نسبة الحالات الممكنة المرافقة للمطلوب إلى مجموع الحالات الممكنة، أو قد تكون هي نسبة الأفراد الواقعة المحققة للمطلوب من أعضاء فئة (ل) إلى مجموع الأفراد الواقعة من أعضاء فئة (ل). وهذه النسبة الموضوعية لا أثر للتصديق فيها .

ثانيا : في ضوء ما تقدم يتضح أن هناك نوعين من الاحتمال :
الأول : الاحتمال الواقعي وهو معنى يستبطن التصديق، والثاني :
الاحتمال الرياضي : وهو عبارة عن نسبة موضوعية لا أثر للتصديق
فيها - كما تقدم - .

والفارق بين الاحتمالين كبير فالأول ينصب على حالة معينة
بالذات، والثاني ينصب على فرد افتراضي؛ لأنه لا يعبر إلا عن
النسبة بين مجموعتين، فنحن هنا لا نتحدث عن رمية معينة بالذات
وإنما نأخذ رمية افتراضية ونحدد درجة احتمالها قاصدين توضيح
نسبة إحدى المجموعتين من الحالات إلى الأخرى؛ ولذلك لم يكن
الاحتمال بهذا المعنى يعبر عن أي شك؛ لأن الفرد الافتراضي ليس له
واقع محدد ليتمكن الشك الحقيقي في أوصافه ونتائجه فعلا. والاحتمال
الواقعي يبدو كاذبا إذا لم تبد الصورة في تلك الرمية بالذات. وأما
الاحتمال الرياضي فلا نتصور كذبه بهذا المعنى؛ لأنه لا يتحدث عن
رمية معينة بل عن رمية افتراضية وهي لا واقع محدد لها لكي يمكن
أن يظهر مطابقتها للاحتمال أو مخالفتها له، بل أن الاحتمال الرياضي
يعتبر كاذبا إذا لم تكن نسبة إحدى المجموعتين من الحالات إلى
الأخرى مطابقة له.

وفي ضوء ما تقدم يتضح أن الاحتمال الرياضي يتميز عن
الاحتمال الواقعي بميزتين أساسيتين :

الأولى : ان الاحتمال الرياضي يمكن قياسه وتحديد به بدقة فيما لو
توفرت لدينا معلومات معينة عن الحدث المراد تقدير احتمال وقوعه.

الثانية : أنه مقياس موضوعي مستقل عن التقدير الشخصي،
بمعنى أنه لا يمكن ان يختلف إثنان في قياس الاحتمال الرياضي
لوقوع حدث معين إذا كان هذا القياس ممكنا.

ثالثا : في ضوء ما تقدم يبرز لدينا الاستفهامين التاليين :

الأول : هل يمكننا أن نفهم في ضوء ما تقدم أن الفارق الأساس بين الاحتمال الواقعي والاحتمال الرياضي، يكمن في أن الأول يتحدث عن قضية، وأن الثاني يتحدث عن دالة قضية؛ لأنه إنما يتحدث عن فرد افتراضي، أي عن رمز، فما لم يحول هذا الرمز ويعين في فرد معين لا تصبح الجملة قضية، وإذا عينا قيمة الرمز وعيناه في فرد خاص خرجنا عن نطاق الاحتمال الرياضي وأصبح الاحتمال واقعيًا، وهكذا فالاحتمال الرياضي يتحدث دائماً عن دوال القضايا ولا يتحدث عن قضية ؟

الثاني : إذا كان الجواب أن الاحتمال الرياضي يتحدث عن قضية، ونحن نعرف أن القضية تتصف بالصدق والكذب، فكيف يمكننا أن نقول أن الاحتمال الرياضي لا يستبطن التصديق وفي نفس الوقت نصفه بالصدق والكذب ؟

أما بالنسبة للسؤال الأول فقد أكد الشهيد الصدر – كما هو واضح مما تقدم – على أن الاحتمال الرياضي وإن كان يعبر عن علاقة بين فئتين وهذا يعني أنه يعبر عن علاقة بين دالتي قضية، ولكن الحديث عن هذه العلاقة نفسها قضية وليست دالة قضية، ولهذا يتصف بالصدق والكذب دون حاجة إلى تحويل طرفي العلاقة إلى قضيتين باستبدال المتغير فيها بثابت.

أما بالنسبة للسؤال الثاني : فبما أن الاحتمال الرياضي يتحدث عن فرد افتراضي ليس له واقع محدد، وما ليس له واقع محدد لا يمكن الشك الحقيقي في أوصافه ونتائجه، فالاحتمال الرياضي بهذا المعنى لا يعبر عن أي شك، ولا يمكن تصور كذبه ؛ لأنه لا يتحدث عن فرد محدد بل عن فرد افتراضي لا واقع محدد له لكي يمكن أن يظهر مطابقته للاحتمال أو مخالفته له. والاحتمال الرياضي بهذا المعنى يختلف تماماً عن الاحتمال الواقعي؛ إذ إن الاحتمال الواقعي يتحدث عن فرد معين ومحدد في الواقع ولهذا يبدو هذا الاحتمال كاذباً فيما لو لم يظهر مطابقته للواقع. وفي ضوء هذا الفهم قلنا أن الاحتمال الرياضي لا يستبطن تصديقاً مثلما هو الحال في الاحتمال الواقعي.

وعلى الرغم من أن الاحتمال الرياضي يتحدث عن نسبة لا أثر للتصديق فيها – كما هو واضح مما تقدم – ولكنه يجب أن يكون مطابقا لهذه النسبة، بل إن الاحتمال الرياضي يعتبر كاذبا إذا لم تكن نسبة الحالات المرافقة لـ (ل) إلى نسبة مجموع الحالات الممكنة مطابقة له، وهو بهذا المعنى يمكن أن نصفه بالصدق والكذب.

وهكذا يتبين أن المطلوب من الاحتمال الرياضي أن يكون مطابقا للنسبة التي يتحدث عنها، والمطلوب من الاحتمال الواقعي أن يكون مطابقا للواقع الذي يتحدث عنه، وبالتالي فلا منافاة في أن نصف الاحتمال الرياضي بأنه لا يستبطن التصديق في نفس الوقت الذي نصفه فيه أنه قابل للصدق والكذب؛ فهو لا يستبطن التصديق بالواقع؛ إذ لا واقع ليطابقه، ولكنه يجب أن يكون مطابقا للنسبة الموضوعية التي يتحدث عنها، أي نسبة إحدى المجموعتين من الإمكانيات إلى الأخرى.

رابعا : في ضوء الإيضاحات السابقة يكون من الطبيعي أن يبرز لدينا الاستفهام التالي : هل أن ما تقدم يعني أن الاحتمال الافتراضي هو الذي يحق له تمثيل الاحتمال الرياضي دون الاحتمال الواقعي ؟

والجواب على هذا الاستفهام في ضوء الشهيد الصدر كالآتي :

لقد أكد الشهيد الصدر – كما هو واضح من البحوث السابقة – أن الاحتمال الواقعي يشتمل على قضيتين ، فنحن حينما نشير إلى فرد عراقي معين ونقول : من المحتمل بدرجة $1/2$ أن يكون ذكيا، نقرر في الواقع قضيتين لا قضية واحدة ٠ الأولى : إن ذكاء هذا الفرد محتمل فعلا بدرجة $10/2$ والثانية : أنه كلما كانت درجة العلم والجهل بالظروف ذات الصلة بذكاء الإنسان العراقي سلبا وإيجابا هي درجة علمنا وجهلنا بالظروف ذات الصلة بذكاء هذا الفرد المعين كانت درجة احتمال ذكائه $1/2$. والقضية الأولى تقريرية تنبئ عن شيء في الواقع الخارجي وهو ذكاء هذا الفرد ولكن على سبيل الاحتمال، والقضية الثانية شرطية لا تنبئ عن ذكاء الفرد وإنما تتحدث عن

علاقة معينة بين الشرط والجزاء وهي قضية يقينية كالتى يتحدث عنها الاحتمال الافتراضي.

وفي ضوء هذا الفهم يتضح لنا أن الاحتمال الواقعي يحق له تمثيل الاحتمال الرياضي تماما كما يحق للاحتمال الافتراضي؛ إذ ما دامت القضيتان – القضية التي يتحدث عنها الاحتمال الافتراضي والقضية الشرطية المستبطنة في الاحتمال الواقعي – على نهج واحد فلكل منهما الحق في تمثيل الاحتمال الرياضي، ولا بد لتعريف الاحتمال أن يشملهما معا، وكل تعريف للاحتمال لا يشمل الاحتمال الواقعي بالقدر الذي يتصل منه بالقضية الشرطية التي ذكرناها يعتبر تعريفا ناقصا، فكما أن نسبة تكرار الذكاء في العراقيين – ولنفرضاها $1/2$ – تعتبر احتمالا رياضيا كذلك العلاقة بين درجة علمنا وجهلنا بظروف هذا العراقي بالذات وبين احتمال ذكائه بدرجة $1/2$ ، فإن هذه العلاقة كذلك النسبة ليس فيها أي شك وبإمكان القضية الرياضية أن تؤكد تأكيذا يقينيا.

غير أننا لابد أن نشير هنا إلى أن هذه العلاقة لا يمكن استنتاجها من المبادئ المتقدمة لنظرية الاحتمال فحسب، لأن المبادئ المتقدمة بإمكانها أن تحدد نسبة تكرار الذكاء في العراقيين، ولكن ليس بإمكانها أن تقرر أنه في حالة اطلاعنا على أن هذا الفرد المعين عراقي وعدم اطلاعنا على أي شيء آخر لا بد أن تكون درجة الاحتمال مطابقة لتلك النسبة، فلا بد لاستنتاج هذا التطابق من بديهية أخرى تنص على التطابق بين نسبة عدد الأعضاء المشتركة إلى مجموع أعضاء (ل) ودرجة احتمال كون (هـ) منتما إلى (ح).

وفيما يلي من النقاط إيضاح مفصل لجواب الشهيد الصدر :

النقطة الأولى – في ضوء جواب الشهيد الصدر يتضح أن القضية الشرطية التي :

شرطها : كلما كانت درجة العلم والجهل بالظروف ذات الصلة بصفة معينة – ولتكن (س) لأي عضو مفترض من أعضاء فئة

معينة، هي نفسها درجة علمنا وجهلنا بالظروف ذات الصلة بصفة (س) في فرد معين من أعضاء هذه الفئة.

وجزاؤها : كانت درجة احتمال أن يتصف هذا الفرد المعين بهذه الصفة (س) هي نفس درجة احتمال أن يتصف أي فرد مفترض من أعضاء الفئة التي ينتمي إليها هذا الفرد بهذه الصفة.

هي قضية مستبطنة في الاحتمال الواقعي.

فنحن حينما نشير إلى فرد معين ونقول : من المحتمل بدرجة $1/2$ أن يكون متصفا بصفة (س)، على أساس أننا لا نعلم هل أنه متصف بهذه الصفة فعلا أم لا، نكون بصدد احتمال واقعي – وشك حقيقي – .

وإذا دققنا جيدا في هذا الاحتمال الواقعي وجدنا أنه يشتمل على قضيتين :

القضية الأولى : إن اتصاف الفرد المعين بصفة (س) هو أمر محتمل فعلا بدرجة $1/2$ ، لأننا لا نعلم حقا هل هو متصف بهذه الصفة أم لا .

القضية الثانية : هي القضية الشرطية التي :

شرطها : كلما كانت درجة علمنا وجهلنا بالظروف ذات الصلة بصفة (س) لأي فرد مفترض من أفراد فئة معينة هي نفسها درجة علمنا وجهلنا بالظروف ذات الصلة بالصفة (س) في فرد معين في تلك الفئة.

وجزاؤها : كانت درجة احتمال اتصاف الفرد المعين بالصفة (س) هي $1/2$.

النقطة الثانية : في ضوء ما تقدم في النقطة السابقة يتضح أن هناك فرقا واضحا بين القضيتين – [القضية التي تحدد درجة احتمال اتصاف الفرد بالصفة (س) والقضية اليقينية] – اللتين يشتمل عليهما الاحتمال الواقعي.

فالقضية الأولى تقريرية تنبئ عن شيء في الواقع الخارجي وهو اتصاف هذا الفرد المعين بالصفة (س) ولكن على سبيل الاحتمال.

والقضية الثانية : شرطية لا تنبئ عن اتصاف الفرد بالصفة (س)، وإنما تتحدث عن علاقة معينة بين الشرط والجزاء. فهي قضية تنص على التالي كلما كانت درجة علمنا وجهلنا بالظروف ذات الصلة باتصاف أي فرد مفترض من أفراد فئة معينة بالصفة (س) تتطابق تماما مع درجة جهلنا وعلمنا باتصاف فرد معين من أفراد هذه الفئة بتلك الصفة، فإن درجة احتمال اتصاف الفرد المعين بالصفة (س) تتطابق مع درجة احتمال اتصاف أي فرد مفترض من أفراد الفئة التي ينتمي إليها الفرد المعين بالصفة (س).

النقطة الثالثة : في ضوء ما تقدم من إيضاح في النقطة السابقة يتضح لنا أن القضية الشرطية التي يشتمل عليها الاحتمال الواقعي هي قضية يقينية كالقضية التي يتحدث عنها الاحتمال الافتراضي.

إذن كلا القضيتين – الشرطية المستبطنة في الاحتمال الواقعي والقضية التي يتحدث عنها الاحتمال الافتراضي – على نهج واحد.

النقطة الرابعة : وما دامت القضيتان على نهج واحد فلكل منهما الحق في تمثيل الاحتمال الرياضي، ولا بد لتعريف لاحتمال أن يشملهما معا ؛ إذ لا مبرر لأن يشمل تعريف الاحتمال القضية التي يتحدث عنها الاحتمال الافتراضي على أساس أنها يقينية ولا يشمل القضية المستبطنة في الاحتمال الواقعي مع أنها يقينية؛ فإذا كان اليقين في القضية هو الشرط الذي يحقق لها شمول التعريف لها فلا فرق في

هذا الشرط بين القضية التي يتحدث عنها الاحتمال الافتراضي والقضية الشرطية المستبطنة في الاحتمال الواقعي، فكلاهما يقينيتان.

وهكذا يتضح لنا أن كل تعريف للاحتمال لا يشمل الاحتمال الواقعي بالقدر الذي يتصل منه بالقضية الشرطية التي ذكرناها يعتبر تعريفا ناقصا، فكما أن نسبة تكرار الذكاء في العراقيين – ولنفرضها $1/2$ – تعتبر احتمالا رياضيا ، كذلك العلاقة بين درجة علمنا وجهلنا بظروف هذا العراقي بالذات وبين احتمال ذكائه بدرجة $1/2$ ، فإن هذه العلاقة كتلك النسبة ليس فيها أي شك ، وبإمكان القضية الرياضية أن تؤكدنا تأكيديا يقينيا .

النقطة الخامسة : في ضوء النقاط السابقة علمنا أن هناك قضية شرطية مستبطنة في الاحتمال الواقعي، وهي قضية يقينية كالقضية التي نتحدث عن الاحتمال الافتراضي، وكونها قضية يقينية يجعلها تملك حق تمثيل الاحتمال الرياضي، وتجعل تعريف الاحتمال الذي لا يشمل الاحتمال الواقعي بالقدر الذي يتصل منه بها تعريفا ناقصا ، وأن هذه القضية الشرطية اليقينية بإمكان القضية الرياضية أن تؤكدنا تأكيديا يقينيا.

والمسألة الأساسية في هذه النقطة يمكن بيانها كالاتي : على الرغم من أن القضية الشرطية المستبطنة في الاحتمال الواقعي، يمكن للقضية الرياضية أن تؤكدنا تأكيديا يقينيا، إلا أننا لا بد أن نشير إلى أن هذه القضية لا يمكن استنتاجها من المبادئ المتقدمة لنظرية الاحتمال.

نعم : يمكن للمبادئ المتقدمة لنظرية الاحتمال أن : تحدد نسبة تكرار الذكاء في العراقيين أو الصفة (س) في فئة معينة.

ولكن : ليس بإمكان هذه المبادئ أن تقرر : أنه في حالة اطلاقنا على أن هذا الفرد المعين عراقي أو أن هذا الفرد من فئة معينة

وعدم اطلاعنا على أي شيء آخر لا بد أن تكون درجة الاحتمال
مطابقة لتلك النسبة.

النقطة السادسة : بما أن التطابق بين درجة احتمال أن يتصف الفرد المعين من فئة ما بصفة (س) وبين نسبة تكرار الصفة (س) في أفراد تلك الفئة في حالة عدم اطلاعنا على أي شيء سوى أن هذا الفرد المعين هو من هذه الفئة، لا يمكن استنتاجه من مبادي الاحتمال المتقدمة فلا بد من استنتاج هذا التطابق من بديهية أخرى تنص على :

**أن درجة الاحتمال الواقعي للحادثة في عضو معين
من فئة يجب أن تطابق نسبة تكرار الحادثة في
أعضاء تلك الفئة .**

والخلاصة : فإن الاحتمال الواقعي – شأنه في ذلك شأن الاحتمال الافتراضي – يحق له تمثيل الاحتمال الرياضي .

هوامش الإضاءة السادسة :

- ١ – فلسفة المصادفة ، مصدر سابق، ص ٢١٤ ، بالاستفادة من مجموعة من المراجع الغربية.
- ٢ – الاستقراء والمنهج العلمي، الدكتور محمود فهمي زيدان، دار الجامعات المصرية، الاسكندرية – مصر، ص ١٢١-١٢٢.
- ٣ – الأسس المنطقية للاستقراء، مصدر سابق ، ص ٢١٨-٢٢٩.
- ٤ – الاستقراء والمنطق الذاتي، مصدر سابق، ٢٦٤-٢٦٥ .
- ٥ – الأسس المنطقية في ضوء دراسة الدكتور سروش، مصدر سابق ، ص ٩٨ .
- ٦ – نفس المصدر، ص ٣٦ .
- ٧ – نفس المصدر، ص ٩٩-١٠٠ .
- ٨ – الضرورة والمصادفة، مصدر سابق، ص ٩١-٩٢ .

الإضاءة السابعة

نظرية الاحتمال في ضوء المذهب الذاتي

تفسير الاحتمال

(ج)

تعريف الاحتمال على أساس التكرار اللامتناهي في ضوء المذهب الذاتي

تمهيد :

على الرغم من أن الشهيد الصدر قد اقتصر في عرضه لنظريات الاحتمال ومناقشتها على نظريتين فقط هما : النظرية التقليدية لـ (لابلاس)، ونظرية التكرار المتناهي، إلا أن هذا لا يمنعنا من التعرف على موقف الشهيد الصدر من النظريات الأخرى في ضوء دراسة نظريته.

وفي ضوء ما تقدم فإننا سوف نحاول في هذه الإضاءة أن نستعرض - بشكل مبسط وسريع - نظرية تكرار الحدوث اللامتناهي في الاحتمال، ثم نحاول استيضاح موقف الشهيد الصدر من هذه النظرية في ضوء مجمل ماورد عنه - قدس - من أفكار وآراء حول مفهوم الاحتمال.

عرض موجز لنظرية تكرار الحدوث اللامتناهي :

» وجدت نظرية تكرار الحدوث من بين نظريات حساب الاحتمال رجالاً في أواخر القرن التاسع عشر، بلغوا بها حداً بعيداً من الدقة، أمثال (فن) و (بيرس)، وقد أرادوا أصحاب هذه النظرية أن يجعلوا

الاحتمال بعيدا عن التأثير بالعوامل الذاتية بأن يجعلوه موضوعيا خالصا.

لقد كانت النظرية الرياضية معتمدة على نقطة أساسية، وهي أن تحصى بادئ ذي بدء كل الممكنات على شرط أن تكون جميعا متساوية في القوة الاحتمالية، لكن كيف أبدأ بحثي في حساب درجة الاحتمال بافتراض أنني أعلم أن الممكنات الفلانية متساوية في درجة احتمالها ؟ أليست بذلك أفرض أنني قد قست الاحتمال على وجه ما، قبل أن أبدأ في حسابه ؟ إن معرفتي بأن ممكنات معينة متساوية في درجة احتمالها لا بد أن تكون نتيجة لخبرة سابقة لاحظت فيها مدى انتظام أو عدم انتظام التكرار في وقوع الممكنات، وإذا فالخطوة الأولى في حساب أي احتمال، ينبغي أن تكون هي هذه الخبرة التي تدلني على تكرار حدوث الأشياء، وبذلك نجعل درجة الاحتمال أمرا موضوعيا نحصله من الخبرة كما نحصل أي شيء آخر.

ولئن كان من اليسير حساب التكرار في الحالات التي يكون فيها عدد الأفراد محدودا، فإنه من العسير حسابه حين يكون العدد كبيرا أو لا نهاية لها، ففي الحالات المحدودة نستخرج درجة الاحتمال بنسبة رياضية بسيطة، فلو كان هناك شيء ما (أ) يحدث أحيانا مقرونا بشيء آخر (ب) وأحيانا أخرى غير مقرون بها، فإن درجة احتمال حدوث (أ) مقرونة بـ (ب) هي :

$$\frac{ق (أ - ب)}{ق (أ)} = ح (أ - ب)$$

أي هي نسبة عدد مرات حدوث (أ) و (ب) معا إلى عدد مرات حدوث (أ) إطلاقا.

لكن ما حيلتنا حينما نتعذر معرفة (ق) ؟ أي حين لا نعرف عدد مرات الحدوث لكونها أكثر من أن تحصى وتحصر ؟

ها هنا يلجأ أصحاب النظرية إلى مبدأ الأعداد الكبيرة.

على أن أصحاب النظرية التكرارية في القرن الماضي، كانوا قد تركوا الأمر ناقصا من بعض وجوهه، حتى جاء في عصرنا ألمانيان ارتحلا إلى أمريكا واستقرا بها، هما (فون ميزس) و (ريشنباخ) فأكملا أوجه النقص.

ولشرح نظرية (فون ميزس) شرحا موجزا نقول :

نحن الآن – فرضا – إزاء مجموعة كبيرة العدد من أشياء سنرمز لكل فرد من أفرادها بالرمز (أ) وقد تقترن (أ) أحيانا بـ (ب)، والمطلوب هو معرفة نسبة تكرار هذا الاقتران.

والطريقة هي أن نلاحظ ١ ، ٢ ، ٣ ، --- ونضعها في قائمة متسلسلة تحت الأعداد ١ ، ٢ ، ٣ --- فإذا وجدنا إحداها مقترنة بـ (ب) كتبنا تحتها رمز (ب)، وإذا وجدنا إحداها غير مقترنة بـ (ب) كتبنا تحتها رمز (ب) [ومعناها لا - ب]، وفي كل خطوة من خطوات البحث نكتب تحت الحالة المبحوثة كسرا يبين نسبة ظهور (ب) مع (أ) في الحالات السابقة جميعا، والقائمة الآتية توضح ما نريد :

حالات (أ) المبحوثة : ١ ٢ ٣ ٤ ٥ ٦ ٧ ٨

حالات ظهور (ب) : ب ب ب ب ب ب ب

نسبة اقتران (أ) و (ب) : $\frac{0}{1}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{2}{3}$ $\frac{2}{4}$ $\frac{3}{5}$ $\frac{4}{6}$ $\frac{5}{7}$ $\frac{5}{8}$

من هذه القائمة ترى أنك تستطيع أن تمضي في بحث أي عدد شئت من حالات (أ) على أنك في كل مرحلة من مراحل بحثك تكون على علم بنسبة وقوع (ب) مع (أ) فيما مضى من شوط البحث، ومن

أهم ما يميز طريقة (فون ميزس) هذه هو أنه يشترط الاختيار العشوائي للحالات التي نبحثها بحيث يجيء ترتيبها جزافا ليس فيه أطراد مقصود، ومقياس العشوائية في الاختيار والترتيب عنده هو هذا : إذا وجدنا أن الكسور الدالة على نسبة حدوث (ب) مع (أ) تميل نحو الاقتراب من حد ثابت، نأخذ أي جزء من السلسلة جزافا، فنأخذ مثلا الحالات التي يمكن قسمة أرقامها على (٣)، وننظر إليها وحدها على أنها سلسلة، ونرى هل تميل هي الأخرى نحو الاقتراب من نفس الحد الذي تميل نحوه السلسلة الأصلية، إن كان الأمر كذلك كان الاختيار والترتيب بمنجى عن الخطأ، وكانت نسبة تكرار وقوع (ب) مع (أ) هي النسبة الثابتة التي تميل نحوها سلسلة الكسور.

وقد بنى (ريشنباخ) ما قاله في نظرية الاحتمالات، على أساس (فون ميزس)، حتى ليعتبران داعيين لنظرية واحدة، هي القائلة بأن درجة احتمال تكرار الحدوث هي الحد الذي تميل نحوه سلسلة الكسور التي ظهرت في الحالات المبحوثة، على افتراض أننا مضينا في السلسلة إلى ما لا نهاية.

فالفرض أننا لاحظنا عدد (ق) من المرات التي ارتبطت فيها (أ) و (ب) فوجدنا أن نسبة الارتباط بينهما في النصف الثاني من المفردات المبحوثة، كانت دائما تختلف عن كسر معين (س) بما هو أقل من (٣) حين تكون (٣) رمزا لكسر ضئيل، جاز لنا أن نوكد أنه مهما أكثرنا من عدد المرات (ن)، فإن نسبة الارتباط بين (أ) و (ب) ستظل واقعة في حدود هذا الهامش الضيق.

فمثلا إذا قذفت بقطعة من النقود ألفي مرة، فكان وجهها إلى أعلى ١٠٠١ مرة وظهرها إلى أعلى ٩٩٩ مرة جاز لي أن أقول إن احتمال سقوط قطعة النقود وجهها إلى أعلى هو $\frac{1}{2}$ ، ويكون معنى قلبي هذا هو أنني إذا مضيت في رمي القطعة النقدية مدة كافية، وجدت أن نسبة ظهور الوجه إلى أعلى تختلف عن $\frac{1}{2}$ بأقل من أي كسر مهما كان ضئيلا.

ويلاحظ أن (ريشنباخ) حين يتحدث عن امتداد سلسلة الحالات المبحوثة إلى ما لا نهاية، فلا يقصد باللانهاية هنا معناها الرياضي، بل يقصد العدد الكبير الذي يتسع لكل حاجاتنا من الناحية العملية، فاللامتناهي الرياضي – سواء كان لا متناهيًا في الصغر أو في الكبر – ليس مما يقع في حدود الملاحظة الإنسانية، ولذلك فلا أهمية له في العلوم التجريبية، والإحصائية منها بوجه خاص، فشركات التأمين – مثلاً – لا يهتمها أن حسابها الحالي سيظل صحيحاً إلى ما بعد عشرة آلاف عام، إذ يكفيها أن يكون صحيحاً في المائة عام المقبلة على الأكثر، فحين نجمع مادتنا الإحصائية، ونزعم على أساسها أن تكرار الحدوث سيظل ثابتاً تقريباً حتى نستنفذ عشرة أمثال المدى الذي بحثناه اليوم، فذلك كافٍ من الوجهة العملية » (١)

نظرية تكرار الحدوث اللامتناهي في ضوء المذهب الذاتي :

على الرغم من أن نظرية تكرار الحدوث اللامتناهي واجهت العديد من الاعتراضات، إلا أننا في هذه الإضاءة سوف لن نستعرض من هذه الاعتراضات إلا ما ينسجم مع ما يمكن استنتاجه من النتائج الاحتمالية للشهيد الصدر بشكل لا لبس فيه، وفيما يلي أهم تلك الاعتراضات :

أولاً – أن أحد أهم شروط التعريف الناجح للاحتمال – من وجهة نظر الشهيد الصدر كما هو واضح من تعليقه على نظرية تكرار الوقوع المتناهي فيما تقدم وكما سيتضح خلال استعراض نظريته في الاحتمال – في الإضاءات اللاحقة – هو شموله، أي استيعابه لكافة الاحتمالات التي يمكن تصورهما فما لم يكن التعريف شاملاً لكافة الاحتمالات المتصورة لا يمكن قبوله.

وعلى أساس ما تقدم فمن المؤكد أن نظرية تكرار الحدوث اللامتناهي غير مقبولة عند الشهيد الصدر باعتبار عدم شمولها؛ فنحن : ((إذا ما وجهنا انتباهنا إلى عبارات من قبيل : يحتمل أن تكون على المريخ حياة، فإن نظرية تكرار الوقوع تصبح غير مقبولة بصفة

خاصة. وعندما نتناول الاحتمال في النظريات والفروض والأحداث الخاصة فإنه ليس صعب علينا عندئذ أن نرى كيف تكون الإحالة إلى أي توال للأحداث، أو أي تكرار للوقوع في مثل هذه المجموعة ((٠ (٢)

ولمزيد من الإيضاح : ((إن هذه النظرية لا يمكنها أن تتحدث عن احتمالات الحوادث الفردية. فمثلا عندما يتحدث العالم التكراري عن احتمالات الزواج المنتهية إلى الطلاق في اميركا ويجد نسبة لها كأن تكون (١/٤)، فإن ذلك يعني أنه يتحدث عن التكرار النسبي للأعضاء من نوعين للحوادث، لكنه لا يتحدث بخصوص الاحتمال الذي يطول هذا أو ذاك من الحالات الخاصة للزواج.

وتبعا للبروفسور برود فإن الاعتماد على التكرار والإحصاء ينجح في قضايا يمكن تكرارها باستمرار كما هي الحال مع ألعاب الحظ والمصادفة، أما في قضايا الواقع فنواجه حالات كثيرة تتعلق بالاحتمال لكنها لا تعالج تبعا لفكرة التكرار والإحصاء. فمثلا إن دراسة احتمال أن يبقى رجل محدد - كزيد مثلا - في سن الأربعين حيا خلال السنوات العشر القادمة، لا تعتمد على التكرار، حيث لا تكرار في مثل هذه الحالة الخاصة، أو أن وفاة زيد لم تتكرر من قبل، وهي لا تحدث إلا مرة واحدة في العمر. وعندما يقال : إنه يمكن أخذ اعتبار صفات الرجال الآخرين من نفس الصنف ، فذلك غير صحيح أيضا، حيث لا بد من وجود تغيرات في القيمة الاحتمالية نتيجة الكثير من التغيرات الحاصلة في الحياة الاقتصادية والاجتماعية والصحية وغيرها، ولا شك أن جميع هذه العوامل تؤثر على القيمة الاحتمالية لبقاء زيد على قيد الحياة. وهذا النقد الذي أفاده برود قد عده الاستاذ رايت مهما إزاء طريقة ميزس التكرارية.

بل إن هذه النظرية لا يمكنها أن تستوعب الاحتمالات التي تتعلق بالفرضيات والنظريات العلمية، باعتبارها فردية وغير قابلة للتكرار، كأن تقيم نظرية اينشتاين في الجاذبية بأنها قوية الاحتمال، أو يقال بأن هذه القصيدة يحتمل أن تعود إلى الشاعر المتنبي، أو يقال حول حادثة تاريخية محددة بأنها محتملة الوقوع. فمثل هذه الاحتمالات لا تنطبق

عليها التكرارات، كما أنه لا يمكن معرفة تحديد قيمتها المعرفية. وقد أشار إلى هذا النوع من الاحتمالات وتمييزه عن النوع الآخر الخاص بالحوادث عدد من المنطقيين المحدثين أمثال رامسي وبوبر وكارناب ورسل ونيل.

مع هذا يمكن القول أن ريشنباخ - على خلاف ميزس - قد قبل ما يجري في الحياة العملية من تقرير للاحتتمالات للقضايا الشخصية أو الفردية، كأن يسأل عن احتمال أن يكون الطقس ممطرا ليوم غد، فيقال أن هناك احتمالا كبيرا لصالح هذه الحادثة مثلا، حيث اعتبر ذلك من الاحتمالات التقريبية، وهو مع ذلك يرفض أن يتحدث عن مثل هذه الحالات الفردية ما لم تبرر من خلال التكرار النسبي، بل ومن حيث إن النتيجة فيه لا تقبل التحقيق خلافا للاحتتمال القائم على التكرار النسبي، فقد أخذ يفسره تبعا للعادة النفسية، إذ اعتبر أن المرء إذا تعود أن يتحدث عن الاحتمال بالنسبة إلى حادث مفرد فإن اعتقاده سوف يدفعه لأن يقول بأن ٧٥% - مثلا - من الحالات الشبيهة الكثيرة ستكون لها نفس النتيجة.

لكن هذا التقرير لاقى اعتراضا حتى من قبل المنظرين للاحتتمال التكراري، لكون صياغته بسيطة تقترب من الاستعمال العامي، فأغلب أولئك الذين أقرروا النظرية التكرارية قد اتبعوا ميزس في رفض الحالات الفردية وكذا الحالات التقريبية، معتبرين إياها أنها صياغات بلا معنى، لكونها لا تخضع لمبدأ التحقيق، كما هو واضح.

ولقد كان كينز يرى أن النظرية التكرارية ضيقة المجال، حيث تشترط أن يكون هناك تتابع في الحوادث، وبغير ذلك لا يصح تحديد القيمة الاحتمالية، لكن ميزس رد على كينز من خلال التمييز بين الاستعمال العلمي للاحتتمال والاستعمال المألوف عند الناس، فاعتبر من الخطأ تحديد المفهوم العلمي للاحتتمال ليطابق كل تلك المتعلقة بالاستعمالات غير العلمية أو ما قبل العلم. فميزس يعترف بأن هناك استخدامات للاحتتمال لم تغط بحسب نظريته الخاصة، معتبرا أن هذه

الاحتمالات هي نماذج من التصور ما قبل العلم، وهي الحالة التي تكون فيها المعرفة غير ناضجة ((٠ (٣)

ثانيا - ليس شمول التعريف هو الشرط الوحيد الذي يجب مراعاته في التعريف الناجح للاحتمال، بل ينبغي أن لا يكون التعريف الناجح للاحتمال - وكذلك الأمر في تعريف أي موضوع - واقعا في الدور أو في التسلسل أو المصادرة على المطلوب. ولعل مراعاة هذا الشرط قد جسدها الشهيد الصدر بشكل واضح في مناقشته للتعريف الرئيس للاحتمال كما هو واضح مما تقدم.

وفي ضوء ذلك : قد يرى الشهيد الصدر أن دعوى ميزس بأن نظريته تقوم على اعتبارات تجريبية بدون عناصر قبلية دعوى غير مقبولة؛ ذلك لأن ترتيب الحوادث أو الأفراد في سلاسل عددية ليس عملا تجريبيا خالصا، وقد يرى أن ميزس قد استند في نظريته على مصادرة قبلية هي فكرة الحد.

ولمزيد من الإيضاح : ((إن اتجاه ميزس يفترض أن النسبة الاحتمالية للحوادث عند التكرار الكبير للاختبارات العشوائية تقترب من نسبة الحد الثابتة، رغم أن النظرية التكرارية تصرح بكونها تعتمد على الاستقراء والتجربة دون اللجوء إلى الافتراضات القبلية كالذي تعمل به النظرية التقليدية، إذ ما الذي يؤكد لنا أن هناك قيمة حدية ثابتة للاحتمال يمكن الاقتراب صوبها ؟

هكذا يؤاخذ على هذا الاتجاه اعتماده على بعض المصادرات القبلية رغم رفضه لأي فكرة من هذا القبيل، فهو يوجب أن تكون النسبة الاحتمالية التي يحصل عليها في جزء من سلسلة الاختبارات اللانهائية هي دائما قريبة من نسبة حد التكرار، ولا شك أن هذا الحكم مفترض ولا يوجد دليل عليه. بل قد يقال أيضا أنه حتى إذا رأينا شيئا من الثبات النسبي في الاختبارات الكبيرة فإن ذلك لا يبرر بقاء هذا الثبات لدى الاختبارات العظمى ضمن سلسلة غير متناهية، فكل قطعة من هذه السلسلة تكون صغيرة وضيقة بالقياس إلى ما تبقى منها، وبالتالي كيف

يمكن تبرير الثبات في الجزء الأعظم من هذه السلسلة ما لم يعتمد على أمر خارج حدود الاختبار والتجربة ؟ إذ ما المانع من أن أي نتيجة أخرى نحصل عليها تتحول إلى نتيجة أخرى مخالفة عند زيادة الاختبارات ؟

على ذلك نقدت هذه النظرية من حيث أن الحدود التكرارية غير قابلة للتحقيق ولا التأكيد في أي تجربة تقام، وذلك لوجود متوالية من السلسلة اللانهائية، وبالتالي لا يوجد ضمان لوجود الحد في مثل هذه العلاقات الترددية. فعلى رأي البعض أنه من الناحية المنطقية لا يمكن مشاهدة القيمة الحدية من العلاقة الترددية، ولا مشاهدة استقلالية كل الإمكانيات المتاحة للحوادث في السلسلة، إنما كل ما يمكن لحاظه هو التعاقب المحدود للحوادث. لهذا ودفعاً لمثل تلك المشاكل فإن البعض يرى أن الطريق الأسلم هو الاقتصار على التكرار المتناهي، خصوصاً وأن كلا من العلوم الطبيعية والاجتماعية تقوم على التسليم بمثل هذا النوع من التكرار.

ولا شك أن هذا النقد لا ينطبق على نظرية ريشنباخ؛ ذلك أنه لا يفترض صدق فكرة حد التكرار أو الاحتمال، بل يعتبر أنه لو كانت هذه الفكرة صادقة لكان الاستقراء دالاً عليها. وقد عرفنا أن طبيعة هذا الشرط قبلية، حيث لا يملك دليلاً عليه سوى التبرير النفسي المستمد من العادة المسندة إلى الخبرات الماضية.

كذلك فإن هذه الفكرة تتضمن نوعاً آخر من الاحتمال، إذ أنها تعني أنه من المحتمل أن يكون هناك حد، مثلما من المحتمل أن لا يكون، ومن المحتمل أن نعثر على هذا الحد، مثلما من المحتمل أن لا نعثر عليه. فمن هذه الناحية إنها تقضي إلى افتراض نوع من الاحتمال القبلي الكيفي لتحديد به الاحتمال البعدي الخاص بالحد، وهي بالتالي تفسر الاحتمال بالاحتمال ((٠ (٤)

ثالثاً – بالإضافة إلى الشرطين السابقين للتعريف الناجح للاحتتمال، هناك شرط ثالث – أيضاً –، فالتعريف الناجح للاحتتمال ينبغي أن

يكون منسجما مع الجانب الحسابي من نظرية الاحتمال، أي مع قواعد حساب الاحتمال والعمليات الحسابية الأخرى التي استعرضناها فيما سبق.

وفي ضوء ما تقدم يحق للشهيد الصدر أن يرى : ((إن النظرية التكرارية لا يمكنها أن تفسر لنا الكثير من القضايا الاحتمالية، فهي عاجزة مثلا عن تفسير قانون برنولي في الأعداد الكبيرة، بل جاءت نتيجة للتحليل الرياضي القائم على أساس مبدأ الإمكان. وبغض النظر عن هذه النتيجة فإنه ليس بوسع الإنسان - عادة - أن يقيم التكرار في مثل تلك القضايا باعتبارها تتضمن الأعداد الضخمة من الحوادث والاختبارات. وحتى في الحالات التي يمكن للإنسان أن يتعامل فيها مع هذه الأعداد فإن إعطاء نتائج لا تتفق مع ما يتنبأ به قانون برنولي لا يجعلنا نشكك في كفاءته، بل يدعونا نتوقع سبب ذلك إلى بعض الأسباب التي من شأنها حرف النتيجة عن مسارها المتوقع.

وقد كان نيل يرى أنه من الغباء الاعتقاد بأن نظرية برنولي تحتاج إلى التحقيق التجريبي، مثلما هو من الغباء صنع ذلك مع العدد الحسابي $(٧ + ٥ = ١٢)$ ، فالنظرية تستند إلى الضرورة الرياضية، وهي لا تعني أن النتائج تأتي يقينية، فلو رمينا قطعة نقد مليون مرة وظهرت الصورة ما يقارب النصف، فإن ذلك مفسر، ولو أنه لم تظهر قريبة من النصف وإنما قريبة من الربع مثلا فإنه لا يعني خطأ نظرية برنولي، وذلك باعتبار أن كل الإمكانيات التوزيعية من الصفر إلى الواحد محتملة، لكن بعضها أقوى من بعض.

وعلى الرغم من أن بعض المؤيدين الأوائل للنظرية التكرارية يرى أنه من الضروري رفض الحسابات الاحتمالية المتقدمة من قبل برنولي وسائر الرياضيين من القرن الثامن عشر، وذلك لكون هذه الحسابات لها صلة وطيدة بمبدأ عدم التمييز، لكن مع هذا فإن أكثر المدافعين المحدثين للنظرية التكرارية قبلوا تلك الحسابات بعد إضفاء التصور التكراري عليها بعيدا عن مبدأ عدم التمييز ((٠ (٥)

هوامش الإضاءة السابعة :

١ - المنطق الوضعي، مصدر سابق، ص ٣٥٨-٣٦١، مع شيء من التصرف لغرض الإيضاح.

٢ - الموسوعة الفلسفية المختصرة، نقلها عن الإنجليزية فؤاد كامل، وجمال العشري، وعبد الرشيد صادق، إشراف الدكتور وكي تجيب محمود، مكتبة الأنجلو المصرية، ص ١٧ .

٣ - الاستقراء والمنطق الذاتي، مصدر سابق، ص ٢٧٠-٢٧١ .

٤ - نفس المصدر، ص ٢٧٤-٢٧٥ .

٥ - نفس المصدر، ص ٢٧٧-٢٧٨ .

الإضاءة الثامنة

نظرية الاحتمال في ضوء المذهب الذاتي

(تفسير الاحتمال)

(د)

تعريف الاحتمال على أساس النظرية المنطقية في ضوء المذهب الذاتي

تمهيد :

على الرغم من أن البحث الاستقرائي للشهيد الصدر قد تناول تفسير الدليل الاستقرائي عند (كينز)، وناقش محاولة كينز في إقامة التعميمات الاستقرائية على أساس رياضي، مستتباً قيمة الاحتمال البعدي للتعميم من قوانين حساب الاحتمال، إلا أنه - رحمه الله - لم يتناول مفهوم الاحتمال من وجهة نظر (كينز) الذي يعد الممثل الأكبر للنظرية المنطقية في الاحتمال، لا بل أن البحث الاستقرائي للشهيد الصدر لم يناقش مفهوم الاحتمال إلا من وجهة نظر النظرية التقليدية، ونظرية تكرار الحدوث النهائية، وقد يكون ذلك نتيجة لعدم توفر المصادر الكافية، فقد أشرنا في ما تقدم إلى بعض الصعوبات التي واجهت الشهيد الصدر في الحصول على المصادر.

وعلى الرغم من أن البحث الاستقرائي للشهيد الصدر لم يناقش مفهوم الاحتمال من وجهة نظر النظرية المنطقية، إلا أن هذا لا يعني أننا لا نستطيع أن نبلور فكرة عن موقف الشهيد الصدر من هذه النظرية بالاعتماد على مجمل ما أورده من أفكار وآراء حول مفهوم الاحتمال.

وعلى أساس ما تقدم فإننا سنحاول في هذه الإضاءة أن نستعرض
المواقف الرئيسية للنظرية المنطقية عن الاحتمال، ثم نحاول التعرف
على موقف الشهيد الصدر من هذه المواقف.

وعلى الرغم من أن النظرية المنطقية تبناها العديد من المفكرين
والفلاسفة والرياضيين ابتداءً من (كينز) و(مرورا بـ (رامسي) و
(جيفرز) و (دونالد وليامز) و (رودولف كارناب)، إلا أننا
سنقتصر في هذه الإضاءة على مناقشة آراء (كينز) فقط باعتباره
الممثل الأكبر لهذه النظرية، مع الإشارة إلى أننا سنتناول آراء
(كارناب) في الإضاءة لاحقة.

نظرية (كينز) :

«إن درجة احتمال قضية ما، لا تتوقف على شيء في طبيعتها، إنما
تتوقف على نسبتها إلى قضية أخرى؛ وحسبنا أن نعلم أن درجة
احتمال القضية الواحدة، تختلف باختلاف القضية الأخرى التي ننسبها
إليها، أو بعبارة أخرى : إن درجة احتمال قضية ما متوقعة على ما
لدينا من معلومات، أو على ما لدينا من شواهد، فإن قيل لنا أن فيلا
يسير شاردا في الطريق العام ، كان احتمال الصدق ضعيفا جدا؛ لأننا
ننسب هذا القول إلى ما نعلمه في خبرتنا الماضية عما يسير في
الطريق العام وما لا يسير، لكن القائل إذا أضاف إلى ذلك قوله : إن
هناك في الأرض الفضاء المجاورة ملعبا لترويض الحيوان انفجرت
فيه قنبلة فحطمت بعض جدرانها، فعندئذ ترتفع درجة الاحتمال؛ لأننا
ننسب القول في هذه الحالة إلى معلومات أو إلى شواهد من شأنها أن
تجعل احتمال الصدق قويا.

وكذلك لو قيل لنا أن سيارة عامة تسير في الطريق، كان احتمال
الصدق قويا جدا؛ لأننا هنا أيضا ننسب القول إلى ما نعلمه عن الأشياء
التي تسير في الطريق، فنجد درجة احتمال الصدق عالية، لكن القائل
لو أضاف إلى ذلك قوله : أن هناك إضرابا عاما بين عمال السيارات
العامة جميعا، فإن درجة احتمال الصدق في هذه الحالة تهبط عما

كانت هبوطا شديدا، وهكذا ترى القول الواحد تزيد درجة احتمالته أو تنقص حسب الشواهد التي ننسبه إليها.

فلاحتمال – على نظرية (لورد كينز) – نسبي وليس بمطلق، فكما أنه لا معنى لقولك عن مكان (أ) أنه بعيد أو أنه قريب، إلا إذا نسبته إلى مكان آخر، وكما أنه لا معنى لقولك عن عدد ما أنه (يساوي) أو (أكبر من) إلا إذا قلت العدد الآخر الذي تنسبه إليه فتراه مساويا له أو أكبر منه؛ فكذلك لا معنى لقولك عن قضية ما أنها محتملة الصدق إلا إذا ذكرت القضية الأخرى التي تنسب القضية الأولى إليها فتراها محتملة أو غير محتملة.

نقول : إنه لا معنى لاحتمال الصدق في قضية إلا بنسبتها إلى الشواهد، حتى القضية التي ثبت خطأها بالفعل، قد يكون لها درجة معينة من الصدق بالنسبة لبعض الشواهد، فمثلا قد خسرت ألمانيا الحرب الماضية فعلا، لكن يجوز لنا مع ذلك أن نقول إن نصرها كان محتملا بدرجة معينة على أساس كذا وكذا من الشواهد، ومثل هذه الأحكام المنصبة على حوادث الماضي، تراها بكثرة في كتب التاريخ، وعكس ذلك صحيح أيضا وهو أن ما قد حدث فعلا وثبت صدقه، يجوز لنا أن نقول عنه إن درجة احتمالته كانت قليلة، وكان الأرجح عدم حدوثه، فليس من التناقض أن نقول عن شيء إنه لم يكن محتملا لكنه وقع، وهذا هو ما نقصده كلما عبرنا عن دهشتنا لوقوع شيء نرى وقوعه أمرا عجيبا.

هكذا ترى الاحتمال – بهذا المعنى – تعبيرا عن العلاقة بين قضيتين، والعلاقة بين القضيتين قد تكون :

أولا – علاقة لزوم، بمعنى أن صدق قضية يستلزم صدق قضية أخرى، وعندئذ يكون صدق القضية الثانية تحصيل حاصل ما دما نعرف صدق القضية الأولى ، ويرمز لدرجة الاحتمال في القضية الثانية بالرقم (١)، دلالة على يقينها ؛ إذ ما دامت القضية الأولى (س) صادقة ، لزم عن صدقها صدق القضية الثانية (ص).

ثانيا - علاقة تناقض، بمعنى أن صدق قضية (س) يستلزم كذب قضية (ص) ويرمز في هذه الحالة لدرجة احتمال الصدق في القضية الثانية بصفر، دلالة على استحالة صدقها ، ما دامت القضية الأولى قد فرض صدقها.

ثالثا - علاقة احتمال تتفاوت درجته بين الصفر والواحد، أي بين الاستحالة واليقين، وذلك حين تتداخل القضيتان (س) و (ص) فلا الأولى تستلزم الثانية بالضرورة، ولا هي تستبعدا بالضرورة، بل تراهما أحيانا يتلازمان وأحيانا أخرى لا يتلازمان، كظهور السحاب وسقوط المطر مثلا، فإذا ظهر السحاب لم يكن سقوط المطر محتملا ولا مستحيلا، بل كان محتملا بدرجة تتفاوت باختلاف الظروف الأخرى.

وجدير بنا أن نلاحظ أن هذه النظرية في الاحتمالات، تخلص الاحتمال من النظرة الذاتية، وتجعله أمرا موضوعيا خارجا عن ذات الإنسان الذي يقوم بقياسه، فليس الاحتمال بهذا المعنى أمر عقيدة شخصية لا سند لها إلا ما نظنه نحن صوابا، بل القضية الدالة على احتمال هي تعبير عن العلاقة بين قضيتين أخريين - كما يقول وتجشنتين - فإذا كانت العلاقة لزوما ضروريا كانت العلاقة بينهما درجة احتمالها (١)، وإذا كانت العلاقة بينهما تناقضا كانت درجة الاحتمال صفرا، وإذا كانت العلاقة بينهما هي بين هذين الطرفين، احتاج الأمر إلى عمليات رياضية لقياس درجة الاحتمال » (١)

« وفي جميع الأحوال إن ما يحدد القيم الاحتمالية لدى كينز هو مبدأ عدم التمييز بعد توجيهه بما يضمن التخلص من إشكالية الوقوع بتلك النتائج المتناقضة والتعسفية، فقد عرفه كالآتي : إن القيم الاحتمالية لـ (ن) و (م) في علاقتهما بالبيئة التي نحصل عليها هي قيم متساوية، وذلك إذا لم تكن هناك بيئة ملائمة في علاقتها بـ (ن) مثلما هي علاقتها بـ (م)، أي أن الاحتمالين متساويان إذا ما كانت البيئة متماثلة في علاقتها بكل من (ن) و (م).

وقد اشترط كينز لهذا التحديد مبدأ عدم التقسيم الذي يعني عدم تقسيم الخيارات الممكنة إلى خيارات ثانوية، فإذا كانت (ن) و (م) حالتين ممكنتين ومستقلتين بالنسبة إلى بيئة حقيقية غير مصطنعة، فإنه لا يصح تقسيم أي منهما إلى أقسام ثانوية، كي لا نقع بما سبق الوقوع به من نتائج متناقضة وتعسفية. وبالتالي فإن مبرر التساوي في الاحتمال هو تماثل البيئة، ولم يعد الأول مفترضا من الناحية القبلية.

مع هذا فإن كينز وجد أن الاعتماد على مبدأ عدم التمييز لا يجدي نفعا في أغلب القضايا العملية. وبالتالي كان من الصعب أن يخضع الاحتمال بدوره إلى التحديدات الكمية أو العددية، فما لم يتوفر شرط التساوي بحسب ذلك المبدأ فإنه لا يمكن استنتاج القيم العددية. وعليه فإنه اعتبر الرياضيين قد بالغوا حينما تصوروا أن الاحتمالات العددية قابلة للتطبيق على العالم الخارجي، فعلى رأيه أنها لا تنطبق إلا في حالات القضايا البسيطة من أمثال ألعاب المصادفة، وهي التمارين المألوفة التي يستند إليها هؤلاء الرياضيين في تطبيقاتهم. أما القضايا الأخرى فقد رجح كينز أن يكون التعامل معها بطريقة المقارنة بين القيم الكيفية للاحتتمالات، مثل قولنا بأن احتمال أن يكون الوليد القادم لهذه الحامل ذكرا هو أقوى من كونه أنثى. لذلك ظهرت هناك بعض النزعات التي اهتمت بالمنطق الكيفي للاحتتمال، مثل ما قام به الاستاذ كويمان (سنة ١٩٤٠) ومن بعده الاستاذ فاين سنة (١٩٧٣). (٢)

نظرية (كينز) في ضوء المذهب الذاتي :

في ما يلي من النقاط سوف نستعرض – باختصار – موقف المذهب الذاتي من نظرية كينز في الاحتمال :

أولا – من وجهة نظر الشهيد الصدر – كما ذكرنا ذلك في ما تقدم – : إن أحد أهم شروط التعريف الناجح للاحتتمال هو شموله، أي استيعابه لكل الاحتمالات التي يمكن تصورها، فما لم يكن التعريف شاملا لكل الاحتمالات المتصورة لا يمكن قبوله، وعلى هذا الأساس رفض الشهيد الصدر تعريف الاحتمال على أساس التكرار باعتبار أن

هذا التعريف لا يشمل كل المجالات التي يمكن للاحتمال الرياضي أن يمتد إليها، بمعنى أن هناك مجالات يمكن فيها تحديد الاحتمال رياضياً ولا يشملها التعريف، فيعتبر من هذه الناحية ناقصاً.

وفي ضوء ما تقدم يكون من الطبيعي أن يرفض الشهيد الصدر نظرية كينز ف : ((ليس الاحتمال معلقاً دائماً بوجود مجموعة القضايا التي تتمثل بالبيانات، فهناك نوع منه لا يتضمن وجود بيئة إطلاقاً، من قبيل احتمال وجود عالم آخر يختلف نظامه عن نظام عالمنا الكوني هذا)) . (٤)

ثانياً - أما بالنسبة لموقف الشهيد الصدر من محاولات كينز في توجيه مبدأ عدم التمييز بالشكل الذي يضمن التخلص من إشكالية الوقوع بالنتائج المتناقضة والتعسفية، فسيمكن للقارئ المحترم التعرف عليه في الإضاءة (الرابعة عشر) التي جاءت تحت عنوان (تذليل الصعوبات التي يواجهها التعريف في تحديد عدد أعضاء مجموعة أطراف العلم الإجمالي).

ثالثاً - أما بالنسبة لموقف الشهيد الصدر من الحالات التي يرى (كينز) أن الاحتمال لا يمكن أن يخضع فيها للتحديدات الكمية والعديدية، فإن الشهيد الصدر يتفق - بشكل عام - مع (كينز) في أن التحديد الكمي والعدي غير ممكن في بعض الحالات ولكن يمكن التحديد النسبي، أي معرفة أنها تساوي أو أكبر أو أصغر من قيمة أخرى.

على أن نشير إلى أنه يمكن للقارئ أن يتعرف على موقف الشهيد الصدر بهذا الخصوص بشكل مفصل في الإضاءة (الرابعة عشر) أيضاً.

هوامش الإضاءة الثامنة :

- ١ - المنطق الوضعي، مصدر سابق، ص ٣٤١-٣٤٤ .
- ٢ - الاستقراء والمنطق الذاتي، مصدر سابق، ص ٢٥٦-٢٥٧ .
- ٣ - الأسس المنطقية للاستقراء، مصدر سابق، ص ٢٢٠ .
- ٤ - الاستقراء والمنطق الذاتي، مصدر سابق، ص ٢٥٧-٢٥٨ .

الإضاءة التاسعة

نظرية الاحتمال في ضوء المذهب الذاتي

(تفسير الاحتمال)

(هـ)

المفهوم التعددي للاحتمال في ضوء المذهب الذاتي

تمهيد :

كما أن الشهيد الصدر لم يناقش في بحوثه مفهوم الاحتمال في ضوء النظرية المنطقية ، ولم يناقش مفهوم الاحتمال في ضوء نظرية تكرار الحدوث اللامتناهي، كذلك لم يناقش الشهيد الصدر المفهوم التعددي للاحتمال .

وعلى الرغم من أن الشهيد الصدر لم يناقش المفهوم التعددي للاحتمال، إلا أننا وكما استطعنا بالاعتماد على النتائج الاحتمالي للشهيد الصدر أن نبين : موقفه من مفهوم الاحتمال في ضوء النظرية المنطقية، وموقفه من مفهوم الاحتمال في ضوء نظرية تكرار الحدوث اللامتناهي – رغم أنه لم يناقش في بحوثه هذين المفهومين في ضوء النظريتين السابقتين –، كذلك وبالاعتماد على النتائج الاحتمالي للشهيد الصدر سوف نبين في هذه الإضاءة موقفه من مفهوم الاحتمال في ضوء المفهوم التعددي للاحتمال.

المفهوم التعددي للاحتمال :

بينما تمسك كل من ريتشارد فون ميزس وهانز ريشنباخ وآخرون بأن (التردد النسبي) هو الأساس العلمي المقنع الوحيد لحساب الاحتمال، بل ولأي موضوع في الاحتمالات، وتمسك من ناحية أخرى كل من ج.م. كين و هـ. جيفري وآخرون بالاحتمال المنطقي، زكى

رادولف كارناب نوعا من الحل الوسط فاقترح استخدام عملية تحسين تفرز نتائج ذات نهايتين : (احتمال إحصائي) و (احتمال استقرائي). (١)

في مقال له تحت عنوان (الاحتمال الإحصائي والاحتمال الاستقرائي) كتب رادولف كارناب ما نصه : ((إذا سألت العلماء ما إذا كان لمصطلح (الاحتمال) كما يستعمل في العلم دلالة ثابتة ، فسوف تواجه موقفا مثيرا . كل واحد - عمليا - سيقول بوجود دلالة علمية واحدة، بيد أنك إذا طلبت تحديد هذه الدلالة، فسوف تطرح أمامك إجابتان مختلفتان. أغلبهم سيشير إلى مفهوم الاحتمال المستعمل في الإحصاء الرياضي وإلى تطبيقاته العلمية. على ذلك، فإن هناك أقلية منهم يعتقد بمفهوم غير إحصائي بعينه بوصفه المفهوم العلمي الوحيد للاحتمال.

ولأن كل فريق يعتقد بمفهومه على اعتبار كونه المفهوم الصحيح الوحيد، لا فريق منهما يبدي استعدادا للتخلي عن مصطلح (الاحتمال).

وأخيرا، ثمة قليل من الناس، المؤلف أحدهم، يعتقد في وجوب أن يفضي الفحص المحايد إلى نتيجة مفادها ضرورة ذينك المفهومين في العلم، رغم أن كل واحد يعد ضروريا في سياق بعينه.

سوف أقوم الآن بتوضيح هذين المفهومين مميزا بينهما بالتسمية (احتمال إحصائي) و (احتمال استقرائي) ومشيرا إلى وظائفهما المختلفة في العلم، وعلى نحو عارض، سوف نرى أن المفهوم الاستقرائي، الذي يدافع عنه بعض المنشقين، ليس من اختراعات القرن العشرين ، بل كان سائدا في حقبة أقدم ثم تم نسيانه.

المفهوم الإحصائي يألفه كل من يمارس العلم ويقوم بتطبيق مناهج الإحصاء الرياضي المعتادة. في هذا المجال تم تطوير مناهج دقيقة للحساب توظف في الاحتمال الإحصائي، كما تم طرح قواعد تقنن تطبيقاتها. في أبسط الحالات تعني دلالة الاحتمال هنا التكرار النسبي

الذي يحدث به نوع من الوقائع ضمن فئة إشارية بعينها تسمى عادة (بالمجتمع). هكذا تعني الجملة « احتمال أن ينتمي أحد سكان الولايات المتحدة إلى فئة ذوي فصيلة الدم (A) هو (أ) » أن النسبة (أ) من عدد أولئك السكان تنتمي إلى تلك المجموعة --- .

يرد الاحتمال الاستقرائي في سياقات من نوع مغاير، فهو يعزى إلى الفرض نسبة إلى جملة من الشواهد. قد يكون الفرض جملة تتعلق بحقائق نجهلها كالتنبؤ بحدث مستقبلي (حالة الجو اليوم أو غدا مثلا) وقد يكون تجربة تم التخطيط لها، أو انتخاب رئاسي، أو زعم بخصوص العلة غير الملاحظة التي تسبب حدثا ملاحظا --- لهذا، فإن مفهوم الاحتمال المستعمل هنا ليس إحصائيا؛ ففي حين تقرر جملة الاحتمال الإحصائي أمرا واقعيًا، فإن جملة الاحتمال الاستقرائي ذات طبيعة منطقية خالصة. إذا تم تحديد الفرض والشاهد، أمكن تحديد الاحتمال وفق التحليل المنطقي والحساب الرياضي --- (٢) .

وهكذا، أجمع عدد كبير من الفلاسفة من أمثال كارناب وبريثوايت ورسل - على الرغم من اختلافهم في كثير من تفاصيل الموضوع - على أن فكرة الاحتمال تستخدم في حالة تكرار الوقوع بمعنى، وفي حالة تقدير الشواهد بمعنى آخر، والذي يحدد احد المعنيين هو سياق الحديث. فعندما يكون التقدير العددي ممكنا من حيث المبدأ كما في قولنا « أن احتمال س لأن تكون ص هو ب » فعندئذ يمكن تفسير الاحتمال بنظرية تكرار الوقوع ، بيد أنه عندما تكون العبارة في صورة « يحتمل أن تكون هذه الحالة هي الحالة الفلانية » حيث لا يبدو التقدير العددي مقبولا فإن كلمة يحتمل تؤخذ بمعنى الحيلة والحذر في صياغة العبارة . (٣)

ففي رأي كارناب أن عبارات من قبيل « من المحتمل إلى درجة عالية بناء على ما تحت أيدينا من شواهد أن سميث مذنب فيما اتهم به » ، لا يمكن أن نشرحها بناء على نسب التردد التي يمكن التحقق منها تجريبيا في فئة من الأحداث، كما هو الحال في عبارة مثل « نسبة احتمال الحصول على وجه العملة بقطعة نقد تلقى لعدد كاف من المرات تبلغ النصف » (وهي عبارة تقرر في حقيقة الأمر أنه في

سلسلة طويلة من الرميات التي تلقى فيها قطعة النقد، تسقط القطعة على ظهرها في ما يقرب من نصف عدد الرميات) ٠ (٤)

((من شأن نظرية سريعة إلى التطور التاريخي لمفهوم الاحتمال أن تلقي الضوء على الجدل الراهن. لقد بدأت الدراسة الرياضية لمشاكل الاحتمال عندما سئل بعض رياضي القرنين السابع عشر والثامن عشر من قبل أصدقائهم المقامرين بخصوص أرجحية مختلف ألعاب المصادفة. لقد كان هؤلاء المقامرين يأملون تعلم الاحتمالات التي ترشدتهم في اتخاذ قرارات خاصة بالرهان، لقد اتخذ مفهوم الاحتمال في بداية مسيرته العلمية شكل الاحتمال الاستقرائي، وهذا أمر يستبان من أول أطروحة أساسية في الاحتمال أعدها جيكوب برنولي ونشرت بعد وفاته عام ١٧١٣، لقد أسماها (فن التخمين)، أي فن الحكم على الفروض في ضوء الشواهد. تمثل هذه الأطروحة بداية ما يعرف بالحقبة الكلاسيكية لنظرية الاحتمال. لقد بلغت هذه الحقبة أوج مراحلها في عمل (لابلاس) المنظوم العظيم (نظرية تحليل الاحتمالات) عام ١٨١٢. إن نظرية الاحتمال وفق وجهة نظر (لابلاس) تستهدف ترشيد أحكامنا وحمايتنا من الأوهام، وكما توضح تفسيراته فإنه لم يعن بال تكرارات الواقعية بل اهتم أساسا بمنهج الحكم على قابلية الفروض للقبول، أي بالاحتمال الاستقرائي .

في النصف الثاني من القرن التاسع عشر، وحتى في القرن العشرين تعاضم تطبيق المناهج الإحصائية في العلم، وبدا يتنامى التركيز على المفهوم الإحصائي للاحتمال، على ذلك لم يكن هناك وعي واضح بالدور الذي لعبه هذا التطور في تشكيل نقلة إلى دلالة مختلفة جذريا لمصطلح الاحتمال. لقد طرحت في عشرينيات هذا القرن أول نظريات احتمالية تعول على التأويل التكراري من قبل رجال من أمثال عالم الإحصاء (فشر) وعالم الرياضيات (فون مسر) والفيلسوف الفيزيائي (راينباخ).

لم يقترح صراحة هؤلاء المؤلفين ولا أتباعهم هجر مفهوم الاحتمال الذي ساد منذ الحقبة الكلاسيكية والاستعاضة عنه بمفهوم

جديد، بل اعتقدوا أن مفهومهم كان أساسا ذات مفهوم أسلافهم، لقد زعموا فحسب أنهم قاموا بطرح تعريف له أكثر دقة وأنهم قد قاموا بتطوير نظريات أشمل مؤسسة على قاعدة تم تحسينها. على هذا نحو قاموا بتأويل كلمة (لابلاس) : (احتمال) لا وفق دلالاته الاستقرائية، بل وفق دلالتهم الإحصائية. ولأن هناك تناظرا قويا، وإن لم يكن تاما بين هذين المفهومين، تصدق كثيرا من المبرهنات الرياضية وفق ذينك التأويلين، رغم أن هذا الأمر لا يسري على كل المبرهنات الرياضية. لهذا السبب تسنى لأولئك المؤلفين قبول الكثير من المبرهنات الكلاسية، وإن أرغموا على رفض بعض منها، وعلى وجه الخصوص اعترضوا على مبدأ التماثل الذي --- (((٥) ٠

وهكذا فإن كارناب لا يعترض كما يعترض كل من كينز وجيفرز على التصور التكراري للاحتمال، فهو يعتقد أن التصور التكراري، ويسمى أيضا بالاحتمال الإحصائي (التجريبي)، تصور علمي جيد وهام للعلم. (٦) ٠

((فالتقارير التي تعطي قيما للاحتمال التجريبي ليست منطقية خالصة، فهي تقارير فعلية في لغة العلم. فعندما يقول طبيب إن الاحتمال ((جيد جدا)) (أو ربما يستخدم قيمة عددية ويقول ٧ من ١٠) بأن مريضا سوف يكون رد فعله إيجابيا من حقنة معينة، فهو يصيغ عبارة في العلم الطبي. وعندما يقول عالم إن ظاهرة معينة لها نشاط إشعاعي بدرجة عالية، فهو يصوغ جملة في الفيزياء، فالاحتمال التجريبي علمي وتصور تجريبي وعبارات الاحتمال التجريبي عبارات تركيبية عبارات لا يمكن أن تصاغ بالمنطق، ولكن استنادا إلى أبحاث تجريبية. عند هذه النقطة أتفق مع ميزس وريشنباخ والإحصائيين (((٧) ٠

ويذهب كارناب إلى أن هذا النوع من التقارير الاحتمالية، يزداد أهمية ليس فقط في العلوم الاحتمالية ولكن أيضا في الفيزياء الحديثة. (٨) ٠

ومن جهة أخرى نحتاج أيضا إلى تصور للاحتمال المنطقي، فهو مفيد بصفة خاصة في التقارير ما وراء العلمية، وهي التي تتعلق بتقارير العلم، فإننا نقول لعالم ما ((إنك تخبرنا أنه يمكن الاعتماد على هذا القانون في تنبؤ معين، فكيف نظم القانون بشكل جيد ؟ وكيف أثق بالتنبؤ ؟)) يمكن لعالم اليوم الإجابة عن هذا السؤال ما وراء العلمي بحدود كمية، فالمنطق الاستقرائي متقدم بشكل مرض، ويمكنه الإجابة بأن ((هذه الظاهرة ثابتة بدرجة (٨) بناء على قاعدة البينة النافعة)) . إن العالم الذي يجيب بهذه الطريقة إنما يقرر علاقة منطقية بين البيّنات والظاهرة في هذا الخصوص وهو ما يسمى بدرجة التأييد . (٩)

فتقريره بأن قيمة هذا الاحتمال هو (٨)، فمن سياق كلامه نعرف أنها ليست جملة تركيبية (تجريبية)، ولكنها تحليلية. إنها تحليلية؛ لأنه ليس مطلوبا منه أن يبحث تجريبيا. فهي تعبر عن علاقة منطقية بين جملة تقرر بينة وجملة تقرر ظاهرة. (١٠)

وفي ضوء ما تقدم يتضح أن كارناب يميز بين تصورين أساسيين للاحتمال : الأول : منطقي ويعبر عن درجة التأييد، ويسميه بـ (الاحتمال الاستقرائي). والثاني : تصور يعبر عن التكرار النسبي لخاصية واحدة للحوادث أو الأشياء الواحدة منها بالنسبة للأخرى، ويسميه بـ (الاحتمال الإحصائي).

على أن نشير إلى أن هناك من اعتبر وجود أنواع مختلفة للاحتمال أكثر مما ذكره (كارناب)، فالاستاذ آير اعتبر هذه الأنواع ثلاثة، أحدها الاحتمالات القبلية كالذي يجري عليها حساب المصادفات مثلما هي الحال مع ألعاب الحظ والمصادفة. وثانيها الاحتمالات التكرارية والإحصائية، وثالثها الاحتمالات ذات أحكام التأييد، وهي تخص الحوادث الخاصة التي لا تخضع للتقارير الرياضية، كاحتمالاتنا لطبيعة الطقس ليوم غد وما شاكلها. كما عد الاستاذ ماكي وجود ما لا يقل عن خمسة أنواع للاحتمال أغلبها لا ينطبق عليه ما ذكره

كارناب، حيث أحدها يأتي بالمعنى الحياتي المؤلف حينما نقول أن هذا محتمل، أو أن هذا متوقع الحدوث، أو غير ذلك. وثانيهما يأتي بالمعنى القياسي كالذي عليه التعريف التقليدي للاحتمال، وهو أنه نسبة بين عدد الحالات الممكنة الملائمة إلى جميع الحالات الممكنة الكلية. وثالثها يأتي بمعنى العلاقة المنطقية بين البينة والفرضية، وهو المطلق عليه الاحتمال ١ لدى كارناب، والمسمى بدرجة التأييد. ورابعها يأتي بالمعنى التكراري بكلا شقيه المتناهي وغير المتناهي، وهو ينطبق أيضا على ما يطلق عليه كارناب الاحتمال ٢. وخامسها يأتي بمعنى مصادفات الحادثة الموضوعية المفردة (١١)

ولا يفوتنا أن نذكر أن لـ (يحيى محمد) وجهة نظر جديدة في الاحتمال، يرى فيها أن الاحتمالات تنقسم إلى قسمين أساسيين عليهما تشتق سائر الأنواع الأخرى، نطلق على أحدهما الاحتمال السوي، الذي ينقسم إلى احتمال منطقي وحدي وقبلي وتقديرى، وعلى الآخر غير السوي، الذي يتأسس منه نوع هام من الاحتمالات هو الاحتمال التفسيري (الاستقرائي) وهناك أيضا الاحتمال الرياضي. (١٢)

المفهوم التعددي للاحتمال في ضوء المذهب الذاتي :

من الواضح أن هناك اختلافا جوهريا بين ما ذهب إليه كارناب وما ذهب إليه الشهيد الصدر، فالشهاد الصدر يرفض المفهوم التعددي للاحتمال؛ لأنه يعتقد أن للاحتمال مفهوما واحدا، وهذا المفهوم يمكن تعريفه بشكل يمكن على أساسه أن يشمل جميع الاحتمالات.

يقول الشهيد الصدر تحت عنوان (شمول التعريف) : (((رأينا عندما درسنا تعريف الاحتمال على أساس التكرار أنه لا يمكن أن يشمل عددا من الاحتمالات.

فمثلا إذا كنا نراجع نتائج إحصاءات مؤكدة لنعرف نسبة تكرار السل في المدخنين، ونتيجة لعدم وضوح الكتابة لم نستطع أن نعرف هل أن نسبة تكرار السل هي $1/4$ أو $1/5$ فسوف نواجه هنا احتمالا

يتعلق بالنسبة نفسها لا بالمدخن، وهو أن النسبة تتمثل في أي من الكسرين، وهذا الاحتمال لا يشمل تعريف الاحتمال على أساس التكرار.

ولكن بالإمكان أن يشملها الاحتمال بالمعنى الذي عرفناه؛ لأن هذه الحالة ينشأ فيها علم إجمالي بأن نسبة التكرار هي إما $1/4$ أو $1/5$ ، ومجموعة الأطراف في هذا العلم تحتوي على عضوين، فتكون درجة احتمال ان النسبة هي هذا الكسر بالذات أو ذاك بالذات $1/2$.

وبصورة عامة : كلما كانت هناك مجموعة متكاملة (وهي المجموعة التي تضم حالات متنافية ولا بد أن تكون واحدة منها ثابتة) فهناك أيضا علم إجمالي، وهذا يعني شمول التعريف لاحتمالات اعضاء تلك المجموعة، وإذا عرفنا أن كل نقيضين – كالوجود والعدم والإثبات والنفي – يشكلان مجموعة كاملة – كما تقدم – استطعنا أن نعرف شمول التعريف لأي احتمال؛ لأن كل شيء نحتمله فهو عضو في مجموعة متكاملة، وبالتالي يكون عضوا في مجموعة أطراف علم إجمالي.

ويجب أن نستثني من ذلك حالة فريدة هي حالة الشك المطلق الذي يمتد حتى إلى مبدأ عدم التناقض وغيره من البديهيات، فإن الاحتمال الذي يقوم على أساس شك من هذا القبيل لا يمكن أن يشمل التعريف؛ لأن هذا الشك لا يسمح بوجود علم إجمالي مهما كان نوعه، وإذا لم يوجد علم إجمالي فلا يصدق التعريف على الاحتمال (١٣) ٠

ما تقدم كان أهم ما يمكن توقعه من نقد يمكن أن يوجه في ضوء نظرية الاحتمال عند الشهيد الصدر ضد المفهوم التعددي للاحتمال. على أن نشير إلى أن هناك العديد من الباحثين قد أكدوا على أن نظرية كارناب تواجه العديد من المشكلات.

هوامش الإضاءة التاسعة :

- ١ - فلسفة العلم، فيليب فرانك، ترجمة د، علي علي ناصيف، المؤسسة العربية للدراسات والنشر، ص ٤٠٦.
- ٢- قراءات في فلسفة العلوم، تحرير باروخ برودي، ترجمة وتقديم : دكتور نجيب الحساوي، دار النهضة العربية، بيروت - لبنان، ص ٣٥٧-٣٥٩ .
- ٣ - الموسوعة الفلسفية المختصرة، مصدر سابق، ص ١٨ .
- ٤- نفس المصدر، ص ٢٤٤-٢٤٥ .
- ٥ - قراءات في فلسفة العلوم، مصدر سابق، ص ٣٦٠ .
- ٦ - الضرورة والاحتمال، مصدر سابق ص ١١٨ .
- ٧ - نفس المصدر، ص ١١٨-١١٩ ،
- ٨ - نفس المصدر، ص ١١٩ .
- ٩ - نفس المصدر، ص ١١٩ .
- ١٠ - نفس المصدر، ص ١١٩ .
- ١١ - الاستقراء والمنطق الذاتي، مصدر سابق، ص ٢٩٢ .
- ١٢ - الاستقراء والمنطق الذاتي، ص ٢٣٥ وما بعدها .
- ١٣ - الأسس المنطقية للاستقراء، مصدر سابق، ص ٢٦٦-٢٦٧ .

الإضاءة العاشرة

نظرية الاحتمال في ضوء المذهب الذاتي

(تفسير الاحتمال)

(و)

تعريف الشهيد الصدر للاحتمال

(١)

صياغة التعريف

توضيحات تمهيدية

تمهيدا لتوضيح هذا التعريف لا بد أن نستذكر مفهوما تقدم في القسم الأول من بحوث (الأسس المنطقية للاستقراء)، وهو العلم الإجمالي، ونريد به العلم بشيء غير محدد تحديدا كاملا. (١)

(((فإن العلم – أي علم – له معلوم، والمعلوم قد يكون شخصا محددا، كما إذا علمت أن الشمس طالعة، أو أن فلانا من أصدقائك يطرق عليك الباب، ويعتبر العلم في هذه الحالة علما تفصيليا ومرتبطا بشيء واحد ارتباط العلم بالمعلوم، وليس في كيان العلم التفصيلي أي مجال للشك والاحتمال؛ لأن ذلك الشيء المحدد والمعلوم الذي يرتبط به العلم بوصفه معلوما لا يقبل الاحتمال، وغيره من أشياء لا ارتباط للعلم التفصيلي بها.

وقد يكون المعلوم غير محدد ولا مشخص، كما إذا علمت بأن أحد أصدقائك الثلاثة بدون تعيين سوف يزورك، ويعتبر العلم في هذه الحالة علما إجماليا، وهو يرتبط – ارتباط العلم بالمعلوم – بشيء

غامض غير محدد، لا هو زيارة هذا الصديق بالذات ولا هذا ولا ذاك، بل أحدهم، ويرتبط بكل واحدة من الزيارات الثلاث، ولكن ليس ارتباط علم بالمعلوم؛ لأن أي واحدة منها ليست معلومة، بل ارتباط علم بما يحتمل أن يكون هو الممثل الحقيقي للمعلوم، فإن المعلوم لما كان شيئاً غامضاً وغير محدد فمن المحتمل أن يتمثل في أي واحدة من تلك الزيارات، ونطلق على كل واحدة من الزيارات اسم طرف العلم الإجمالي، وعلى هذا الأساس نعرف أن علاقة العلم الإجمالي بكل طرف هي علاقة تستبطن بطبيعتها الاحتمال، بينما علاقة العلم – أي علم – بالمعلوم تستبطن بطبيعتها نفي الاحتمال، وعدد أطراف العلم الإجمالي يختلف باختلاف دائرة التردد في المعلوم، فقد يكون ثلاثة وقد يكون أكثر، غير أن الحد الأدنى له هو اثنان؛ لأن حالة وجود طرف واحد فقط تعني أنه هو المعلوم فيصبح العلم تفصيلياً لا إجمالياً.

والعلم الإجمالي على قسمين :

أحدهما : العلم الإجمالي الذي يكون أطرافه متنافية أي لا يحتمل أن يجتمع اثنان منهما في وقت واحد، كما إذا كنت تعلم أن واحداً فقط من أصدقائك الثلاثة سوف يزورك، فليس من المحتمل على أساس علمك هذا أن يزورك اثنان منهم.

والقسم الآخر : العلم الإجمالي الذي تكون أطرافه غير متنافية، أي أن من المحتمل اجتماع اثنين منها، كما إذا كنت تعلم أن واحداً على الأقل من أصدقائك الثلاثة سوف يزورك، فإن هذا العلم لا يفرض التنافي بين أطرافه فيكون من المحتمل أن يزورك اثنان منهم أو الثلاثة جميعاً. وكل حالة من حالات القسم الثاني يمكن أن نحصل فيها على علم إجمالي من القسم الأول، ففي المثال الذي ذكرناه للقسم الثاني افترضنا العلم بأن واحداً على الأقل من الأصدقاء سوف يأتي، وهذا العلم لا يفرض التنافي بين أطرافه، ولكن بإمكاننا أن نحصل منه على علم إجمالي يفرض التنافي بين أطرافه أي من القسم الأول، وذلك بأن نعبر عن علمنا الإجمالي هذا بالصيغة التالية مشيرين إلى الأصدقاء الثلاثة برموز (أ) (ب) (ج) :

نحن نعلم إجمالاً بوقوع إحدى الحالات التالية :

١ - يزورنا (أ) فقط

٢ - يزورنا (ب) فقط

٣ - يزورنا (ج) فقط

٤ - يزورنا (أ) و (ب) فقط

٥ - يزورنا (أ) و (ج) فقط

٦ - يزورنا (ب) و (ج) فقط

٧ - يزورنا (أ) و (ب) و (ج) معا

وهذا علم يفرض التناقض بين أطرافه السبعة، فهو من القسم الأول، وهذا يعني أننا في كل علم اجمالي سوف نواجه علماً من القسم الأول.

ونحن هنا نريد بالعلم الاجمالي - متى أطلقناه - العلم الاجمالي من القسم الأول الذي يفرض التناقض بين أطرافه، وإذا أردنا أن نعبر أحياناً عن العلم الاجمالي الذي لا يفرض التناقض بين أطرافه فلن نستخدم للتعبير عنه كلمة العلم الاجمالي. ويفهم مما تقدم أننا نواجه في كل علم اجمالي :

أولاً : العلم بشيء غير محدد (كلي).

ثانياً : مجموعة الأطراف التي يعتبر كل عضو فيها ممثلاً احتمالياً للمعلوم أي يحتمل أنه هو ذلك الشيء غير المحدد.

ثالثا : مجموعة الاحتمالات التي يطابق عددها عدد مجموعة الأطراف؛ لأن كل طرف من أطراف العلم الاجمالي يحتمل أن يكون هو الممثل المعلوم، فكل عضو من مجموعة الأطراف يوازيه عضو في مجموعة الاحتمالات.

رابعا : التنافي بين أعضاء مجموعة الأطراف.

وقيمة مجموعة الاحتمالات التي تتمثل في كل علم اجمالي تساوي قيمة العلم وليست أصغر من قيمة العلم، وإلا لكان يعني أن من المحتمل أن تكذب كل تلك الاحتمالات، وهذا الاحتمال غير موجود؛ لأنه يناقض العلم، وليست أكبر من قيمة العلم؛ لأنها ناتجة منه. وإذا فرضنا أن قيمة العلم تساوي واحدا صحيحا فقيمة مجموع الاحتمالات تساوي إذن واحدا صحيحا، ويترتب على ذلك أن قيمة كل عضو في مجموعة الاحتمالات تساوي كسرا معينا هو ناتج قسمة رقم اليقين على عدد أعضاء مجموعة الأطراف. ولما كانت قيمة العلم ثابتة في كل علم فلا بد أن تكون قيمة مجموع الاحتمالات ثابتة في كل علم أيضا؛ لأن القيمتين متطابقتان.

ونعرف من ذلك أن قلة عدد أعضاء مجموعة الأطراف أو زيادتها لا تؤثر على قيمة مجموعة الاحتمالات؛ لأن هذه القيمة ثابتة بثبات قيمة العلم، وإنما تؤدي كثرة عدد الأعضاء في مجموعة الأطراف إلى ضالة ناتج قسمة قيمة مجموعة الاحتمالات، أي قيمة العلم على عدد أعضاء مجموعة الأطراف، وبالتالي إلى ضالة كل احتمال؛ لأن البسط إذا كان ثابتا فإن ناتج القسمة يتضاءل تبعا لازدياد المقام (((٠(٢)

إمكان وضع التعريف في صيغتين :

كتب الشهيد الصدر في (الأسس المنطقية) تحت العنوان المذكور أعلاه ما نصه : (((في ضوء التوضيحات التمهيدية يمكن أن نوضح تعريفنا للاحتمال كما يلي :

إن الاحتمال الذي يمكن تحديد قيمته هو دائما عضو في مجموعة الاحتمالات التي تتمثل في علم من العلوم الاجمالية، وقيمته تساوي دائما ناتج قسمة رقم اليقين على عدد أعضاء مجموعة الأطراف التي تتمثل في ذلك العلم الاجمالي، فإذا رمزنا إلى كل عضو في مجموعة الاحتمالات بـ (س) وإلى رقم اليقين بـ (ل) وإلى عدد أعضاء مجموعة الأطراف بـ (ح) فإن قيمة (س) هي ناتج قسمة (ل) على (ح) أي $س/ح$.

فالاحتمال في هذا التعريف ليس علاقة ونسبة موضوعية بين حادثتين، وليس مجرد تكرار وجود إحدى الفئتين في أعضاء الفئة الأخرى، بل هو تصديق بدرجة معينة ناقصة من درجات الاحتمال.

وهذا التصديق يعتبر احتمالا رياضيا، بمعنى أنه مستتبب استنباطا رياضيا ومنطقيا من البديهيات المفترضة لنظرية الاحتمال، كما سنرى فيما بعد إن شاء الله تعالى.

والواقع أن المسألة بقدر ما يخص الكسر $س/ح$ وتفسيره مسألة اختيار. فإن هذا الكسر يمكن أن نجعله رمزا للاحتمال نفسه بدرجته الخاصة من درجات التصديق المتفاوتة كما افترضنا آفا، وذلك بأن نفسر الام برقم العلم والحاء بعدد أعضاء مجموعة الأطراف، فإن الكسر عندئذ يمثل الاحتمال بدرجته الخاصة؛ لأنه حاصل قسمة رقم العلم على عدد الأطراف، فهو يعبر عن جزء من العلم، والاحتمال بمعنى من المعاني جزء من العلم، وليس الكسر بهذا المعنى رمزا لنسبة وجود بسطه في مقامه؛ لأن البسط هو رقم اليقين والمقام هو عدد أعضاء مجموعة الأطراف، ولا معنى لنسبة وجود اليقين في أعضاء مجموعة الأطراف؛ لأن اليقين ليس منتبيا إلى هذه المجموعة ليكون موجودا في هذه المجموعة بنسبة النصف أو الربع مثلا.

كما يمكن أن نجعل الكسر $س/ح$ رمزا لنسبة وجود بسطه في مقامه بأن نتصور أن مجموعة الأطراف تشتمل على مراكز يحتل كل عضو من أعضائها مركزا من تلك المراكز، ونجعل (ح) دالا على

مجموعة أطراف العلم الإجمالي، و (ل) على عدد ما يحتله الشيء الذي نتحدث عن تحديد درجة احتماله من مراكز في مجموعة الأطراف، ف $ح/ل$ يكون رمزا لنسبة البسط في المقام، وفي نفس الوقت تكون هذه النسبة محددة لدرجة الاحتمال. ففي مثال العلم الإجمالي بزيارة واحد من الأصدقاء الثلاثة إذا أردنا أن نحدد درجة احتمال أن يزورنا (أ) من الأصدقاء، نلاحظ أن عدد المراكز التي يحتلها (أ) في مجموعة الأطراف هو واحد فقط وعدد المراكز في مجموعة الأطراف كلها ثلاثة، إذن $ح/ل = 1/3$ وهو نفسه درجة احتمال أن يزورنا الصديق (أ).

وهكذا يتضح أن الكسر $ح/ل$ يمكن أن نريد به قسمة العلم على أعضاء مجموعة الأطراف، فيكون الكسر عندئذ رمزا لنفس الاحتمال بوصفه – بمعنى من المعاني – جزءا من العلم ولا يكون رمزا لنسبة بسطه في مقامه، ويمكن أن نريد بالكسر المذكور قسمة عدد المراكز التي يحتلها الشيء داخل مجموعة أطراف العلم الإجمالي على عدد أعضاء المجموعة كلها، فيكون رمزا لنسبة بسطه في مقامه ويحدد في نفس الوقت درجة احتمال ذلك الشيء بالنسبة إلى العلم الإجمالي الذي تتمثل فيه تلك المجموعة.

وإذا كانت المسألة بالنسبة إلى تفسير الكسر مسألة اختيار فالأمر نفسه يمكن أن نقوله عن الاحتمال الرياضي، فكما يمكن وضع تفسيرين للكسر كذلك يمكن وضع تفسيرين للاحتمال الرياضي :

١ – ما قلناه من أن الاحتمال الرياضي هو الاحتمال الذي يكون عضوا في مجموعة الاحتمالات التي تتمثل في علم إجمالي، ويتحدد وفقا لنواتج قسمة رقم العلم على أعضاء مجموعة أطراف العلم الإجمالي.

٢ – إن الاحتمال الرياضي لشيء هو نسبة ما يحتله من مراكز في داخل مجموعة أطراف العلم الإجمالي إلى عدد أعضاء هذه المجموعة.

ونرمز إلى كل من المعنيين للاحتمال بـ ح/ل ولكن نعطي للكسر في كل من الحالتين المعنى المطابق لمعنى الاحتمال الذي يرمز إليه في تلك الحالة (((٠ (٣)

التفاته رائعة وابداع في اكتشاف طبيعة الاحتمال :

يعتقد السيد عمار أبو رغيف أنه ليس من المنصف أن يكتفي الدكتور عبد الكريم سروش بالتعبير عن محاولة الاستاذ الشهيد الصدر في تعريف الاحتمال على أساس العلم الاجمالي بأنه لجأ إلى العلم الاجمالي.

ويعتقد السيد عمار أبو رغيف أن من الانصاف والحق أن نقول :

أن الشهيد الصدر اقتنص وأبدع في اكتشاف طبيعة الاحتمال والاحتمال الرياضي على وجه الخصوص؛ ذلك لأن العلم الاجمالي هو سر الاحتمال الرياضي ومضمونه الجوهري، والاحتمال وجه من وجوه العلم الاجمالي، فنحن حينما نقول أن احتمال ظهور وجه الكتابة في قذف قطعة النقد يساوي $1/2$ ، فقد طرحنا هنا احتمالا رياضيا، ولو تفحصنا الاحتمال الرياضي - في مضمونه الحقيقي - نجد أن الاحتمال يتحدث عن نسبة يقينية تتلبس في صورة الشك. ولا يمكن استخلاص هذه النسبة من مبادئ الرياضة ما لم تكن يقينية، فالاحتمال الرياضي يقين في شك. والعلم الاجمالي في جوهره يقين في شك. (٤)

يحيى محمد ومشاكل التعريف الأول :

في كتابه (الاستقراء والمنطق الذاتي) لاحظ (يحيى محمد) أن التعريف الأول يواجه المشاكل التالية :

المشكلة الأولى : ((إنه لكي نستخرج قيمة (س) لأحد أطراف العلم الاجمالي لا بد من افتراض أن تكون هذه الأطراف متساوية في الاحتمال، وهذا ما يؤدي إلى المصادرة على المطلوب، حيث أننا لا يمكن أن نحدد الاحتمال إلا من خلال معرفتنا السابقة بتساوي

احتمالات الأطراف، ومن ثم فإننا في الواقع قد فسرنا الاحتمال باحتمال آخر. ولدى المفكر الصدر أكثر من تعبير يدل على هذا المعنى من المصادرة. فهو تارة يعرف هذا الاحتمال بأنه عبارة عن (تصديق بدرجة معينة ناقصة من درجات الاحتمال)، وهو تعريف الشيء بنفسه، أي أن الاحتمال هو الاحتمال. كما تارة ثانية يقر بهذا المعنى في بعض مصادراته المعلنة. ففي مصادراته الأولى التي أضافها إلى جملة البديهيّات الست السابقة نص على أن العلم الاجمالي ينقسم بالتساوي على أعضاء مجموعة الأطراف التي تتمثل فيه. ومع أنه لا يفهم من هذا التساوي سوى التساوي في الاحتمال، فنكون قد عرفنا الاحتمال باحتمال آخر مفترض. ويؤيد هذا المعنى ما ذكره بصدد تحديد العلم الاجمالي الذي عليه أقام تفسيره للاحتمال، وهو أن لهذا العلم مجموعة احتمالات يطابق عددها عدد مجموعة أطراف العلم الاجمالي، فلولاً افتراض هذه المجموعة من الاحتمالات وتساويها لما أمكن أن يحدد لنا الاحتمال الذي صاغ تعريفه وتحديده. أي أنه عرف الاحتمال باحتمال آخر. مثلما فعل لابلاس من قبل ((٥).

تعليقتنا على المشكلة الأولى :

في ضوء ما تقدم يتبين لنا أن يحيى محمد يعتقد أن الشهيد الصدر يفسر الاحتمال بالاحتمال، وهو يقدم لنا أكثر من دليل على ذلك :

الدليل الأول : يقول يحيى محمد : ((فهو تارة يعرف هذا الاحتمال بأنه عبارة عن تصديق بدرجة معينة ناقصة من درجات الاحتمال، وهو تعريف الشيء بنفسه، أي أن الاحتمال هو الاحتمال)) .

وفيه : إن عبارة الشهيد الصدر التي يعرف بها الاحتمال بأنه عبارة عن تصديق بدرجة معينة ناقصة من درجات الاحتمال ، هي واحدة من العديد من العبارات التي تصب في مجموعها باتجاه بلورة موقف الشهيد الصدر الذي يعتبر فيه أن الاحتمال من جنس العلم، وأنه بمعنى من المعاني جزء من العلم. وهذا المعنى قد أكدّه الشهيد الصدر

في العديد من المواضع – كما هو واضح مما نقلناه عنه فيما تقدم – والتي منها قوله :

((وعلى هذا الأساس نعرف أن علاقة العلم الاجمالي بكل طرف هي علاقة تستبطن بطبيعتها الاحتمال)) .

وقوله : ((إن الاحتمال الذي يمكن تحديده هو دائماً عضو في مجموعة الاحتمالات التي تتمثل في علم من العلوم الاجمالية)) .

وقوله : ((فالاحتمال في هذا التعريف ليس علاقة ونسبة موضوعية بين حادثتين، وليس مجرد تكرار وجود إحدى الفئتين في أعضاء الفئة الأخرى، بل هو تصديق بدرجة معينة ناقصة من درجات الاحتمال)) .

وقوله : ((فإن هذا الكسر يمكن أن نجعله رمزا للاحتمال نفسه بدرجته الخاصة من درجات التصديق المتفاوتة كما افترضنا آنفاً، وذلك بأن نفسر اللام برقم العلم والحاء بعدد أعضاء مجموعة الأطراف، فإن الكسر عندئذ يمثل الاحتمال بدرجته الخاصة؛ لأنه حاصل قسمة رقم العلم على عدد الأطراف، فهو يعبر عن جزء من العلم، والاحتمال بمعنى من المعاني جزء من العلم)) .

وقوله : ((وهكذا يتضح أن الكسر ح/ل يمكن أن نريد به قسمة العلم على أعضاء مجموعة الأطراف، فيكون الكسر عندئذ رمزا لنفس الاحتمال بوصفه – بمعنى من المعاني – جزءاً من العلم)) .

هذه النصوص وغيرها – فيما سيأتي متضمننا في البحوث اللاحقة – كلها تؤكد أن الشهيد الصدر يعتبر أن الاحتمال من جنس العلم، وأنه جزء من العلم، في مقابل من يفسر الاحتمال تفسيراً مختلفاً.

ويؤكد يحيى محمد أن هناك اختلافاً واسعاً بين رجال الاحتمال بهذا الخصوص، كما في قوله التالي :

((هناك نظريات غريبة عديدة لتفسير الاحتمال يتداخل بعضها ويتسمى بالبعض الآخر، ويمكن أن نجد ثلاثة اتجاهات تحتضن العديد من المذاهب، حيث يتصف أحد هذه الاتجاهات بالنزعة الذاتية التي لها علاقة بالذات البشرية وجهلها، وفي قبالة الاتجاه الموضوعي الذي يتحدث عن الاحتمال باعتباره نسبة موضوعية بعيدة عن ذلك الجهل، ثم أخيراً هناك اتجاه جامع بين الاتجاهين السابقين، أي أنه يعترف بوجود نوعين من الاحتمال، أحدهما له علاقة بالجهل الذاتي، والآخر له صفة موضوعية)) (٦)٠

وهكذا يبدو أن ما استنتجته يحيى من عبارة الشهيد الصدر ليس هو الذي أراده الشهيد الصدر – وإن كانت العبارة قد توحى (على نحو بعيد) بما فهمه يحيى –؛ نظراً لوجود العديد من العبارات الأخرى التي من الممكن أن تتخذ كقرائن لاستنتاج فهم آخر من هذه العبارة.

وهكذا يتبين أن ما أراد أن يقوله الشهيد الصدر في العبارة المذكورة – هو نفس المعنى الذي أكد عليه في العديد من العبارات الأخرى التي نقلناها عنه فيما تقدم – : أن الاحتمال جزء من العلم .

والحق : لقد كان الدكتور (سروش) دقيقاً حينما فهم : أن من خصوصيات تعريف الشهيد الصدر هي اعتبار الاحتمال من جنس العلم، لا من قبيل الأوصاف الخارجية للحوادث والأشياء. ويرى (سروش) أن هذا المفهوم عن الاحتمال هو عين ماتتبناه مدرسة كارناب وآخرين (ساجكتيويست) (٧)٠

الدليل الثاني : يقول يحيى محمد : ((كما تارة ثانية يقر بهذا المعنى ضمناً في بعض مصادراته المعلنة. ففي مصادراته الأولى التي أضافها إلى جملة البديهيات الست السابقة نص على أن العلم الاجمالي ينقسم بالتساوي على أعضاء مجموعة الأطراف التي تتمثل فيه، مع أنه لا يفهم من هذا التساوي سوى التساوي في الاحتمال، فنكون قد عرفنا الاحتمال باحتمال آخر مفترض)).

وهذا الكلام كان قد سبقه كلام آخر بنفس المعنى جاء في بداية عرض المشكلة قال فيه يحيى محمد :

((إنه لكي يمكن أن نستخرج قيمة (س) لأحد أطراف العلم الاجمالي لا بد أن تكون هذه الأطراف متساوية الاحتمال، وهذا ما يؤدي إلى المصادرة على المطلوب، حيث إننا لا يمكننا أن نحدد الاحتمال إلا من خلال معرفتنا السابقة بتساوي احتمالات الأطراف)).

وفيه : إننا نقول لو كان يفهم من تعريف الشهيد الصدر ما يشير إلى أن لدينا احتمالات من مستويين، وأن التعريف ينطبق على احتمالات أحد هذين المستويين ويضع مقياسا لها، ولا يحدد احتمالات المستوى الآخر بل يفترضها ويفترض تساوي قيمها، لقلنا يحق ليحيى محمد أن يقول أن التعريف قد اشتمل على مصادرة، وأنه قد فسر الاحتمال باحتمال آخر.

ولكننا حينما ندقق في التعريف لا نجد فيه ما يفهم منه أنه يشير إلى أن لدينا احتمالات من مستويين، بل أن ما يفهم من التعريف هو أنه يشير إلى احتمالات من مستوى واحد؛ فالاحتمال بحسب هذا التعريف هو الذي يكون عضوا في مجموعة الاحتمالات التي تتمثل في علم إجمالي، ويتحدد وفقا لنتائج قسمة رقم العلم على مجموعة أطراف العلم الإجمالي، أي أن الاحتمال هو تصديق ناقص يحدد بتقسيم رقم العلم الإجمالي على عدد أعضاء مجموعة الأطراف في هذا العلم. ومن هنا نفهم لماذا كان هذا التعريف بحاجة إلى البديهية الإضافية التي تقول : إن العلم الإجمالي ينقسم بالتساوي على أعضاء مجموعة الأطراف التي تتمثل فيه؛ إذ أن الاحتمال – بحسب هذا التعريف – بوصفه تصديقا ناقصا يحدد بتقسيم رقم العلم الإجمالي على عدد أعضاء مجموعة الأطراف في ذلك العلم لا بد وأن يفترض أن يكون اليقين منقسما بالتساوي على الأطراف.

ولكي نؤكد على أن تعريف الشهيد الصدر لم يشتمل على مصادرة ولم يفسر الاحتمال بالاحتمال كما هو الحال في تعريف لابلاس سوف نجري هنا مقارنة بين التعريفين.

لو عدنا إلى تعريف لابلاس للاحتمال لرأينا أن لابلاس قد عرف
الاحتمال بأنه نسبة الحالات الموافقة للحادثة المطلوبة إلى مجموع
الحالات المترتبة بعد افتراض أن جميع الحالات متساوية.

ولو دققنا في هذا التعريف لرأينا أن لابلاس يفترض بشكل مسبق
التساوي في القيمة الاحتمالية بين جميع الحالات، ومن هنا حق لنا أن
نقول أن لا بلاس حينما افترض بشكل مسبق التساوي في القيمة
الاحتمالية بين الحالات الممكنة فإنه قد عرف الاحتمال بالاحتمال .

ولو نظرنا إلى تعريف الشهيد الصدر للاحتمال لرأينا أن الشهيد
الصدر يعرف الاحتمال بأنه ناتج قسمة رقم اليقين على عدد أعضاء
مجموعة أطراف العلم الإجمالي .

ولو دققنا في هذا التعريف لرأينا أن الشهيد الصدر لم يفترض
بشكل مسبق تساوي في القيمة الاحتمالية بين مجموعة أطراف العلم
الإجمالي، ولذلك لا يحق لنا القول أن الشهيد الصدر قد عرف
الاحتمال بالاحتمال.

ولكن قد يرد الاستفهام التالي : إذا كان تعريف الشهيد الصدر لم
يفترض بشكل مسبق التساوي في القيم الاحتمالية بين مجموعة
أطراف العلم الإجمالي، فلماذا إذن كان هذا التعريف محتاجا إلى
البدئية الإضافية التي تقول : إن العلم الإجمالي ينقسم بالتساوي على
أعضاء مجموعة الأطراف التي تتمثل فيه.

وفي الجواب نقول : نحن حينما ندقق في تعريف الشهيد الصدر
جيذا نجد أننا حينما نجعل البسط هو رقم اليقين ونجعل المقام هو عدد
أعضاء مجموعة الأطراف، سوف نكون مظطرين إلى القول
بالتساوي في القيم الاحتمالية بين أعضاء مجموعة أطراف العلم
الإجمالي؛ إذ أن تقسيم رقم اليقين على عدد أعضاء مجموعة أطراف
العلم سوف يجعل القيمة الاحتمالية لكل عضو من هذه المجموعة
مساويا للقيمة الاحتمالية لأي عضو آخر من نفس المجموعة،

فالتساوي في القيم الاحتمالية بين مجموعة الأطراف بحسب هذا التعريف هو نتاج ضروري للتعريف نفسه وليس مفترضا بشكل مسبق، وهذا هو المعنى الذي أراد أن يؤكد الشهيد الصدر في ما كتبه تحت عنوان (المقارنة بين الصيغتين) حيث كتب هناك :

((وإذا قارنا بين صيغتي التعريف من ناحية البديهيات التي تحتاج كل من الصيغتين إليها نلاحظ أن الصيغة الأولى للتعريف التي رأينا أن بعض البديهيات لا تصدق عليها بحاجة إلى بديهية أخرى تقول : بأن العلم الإجمالي ينقسم بالتساوي على أعضاء مجموعة الأطراف التي تتمثل فيه؛ لأن الصيغة الأولى للتعريف ترمز بـ ح/ل إلى الاحتمال بوصفه تصديقا ناقصا يحدد بتقسيم رقم العلم الإجمالي على عدد أعضاء مجموعة الأطراف في ذلك العلم، وهذا يفترض أن يكون اليقين منقسما بالتساوي على الأطراف ونطلق على هذه القضية اسم البديهية الإضافية الأولى التي يحتاجها تفسير الاحتمال على أساس العلم علاوة على البديهيات الأولية لحساب الاحتمال)) (٨) .

فلو رمينا بعلبة عيدان ثقاب إلى الأعلى وسألنا ماهو احتمال أن يظهر أي وجه من وجوهها الستة، لكان الجواب من وجهة نظر الشهيد الصدر : إن احتمال ظهور أي وجه من الأوجه الستة يساوي ١/٦ .

وحينما نسأل لماذا تساوى احتمال الوجوه الست جميعا ؟ سوف يكون الجواب : إن أي وجه من الوجوه يشكل طرفا من أطراف العلم الإجمالي، وبما أن الاحتمال – بحسب تعريف الشهيد الصدر – يحدد بقسمة رقم العلم على مجموعة أطراف العلم الإجمالي، فإن احتمال أي طرف من الأطراف سوف يحدد بتقسيم رقم العلم (١) على مجموعة أطراف العلم الإجمالي (٦)، فيكون بذلك مساويا لـ (١/٦) .

إذن تساوي أطراف العلم الإجمالي لم يحدد باحتمال آخر، وإنما حدده التعريف.

إن التساوي بين الأطراف الذي يفرضه تعريف الشهيد الصدر على هذه الأطراف، جعل الشهيد الصدر يدرك أن التعريف قد يؤدي إلى

نتائج غريبة جداً، ومنها أن يكون احتمال أي وجه من أوجه علبة عيدان الثقاب مساوياً لاحتمال أي وجه آخر مع أن ذلك واضح فساد به بالوجدان. ولذلك نبه الشهيد الصدر إلى ضرورة تحديد أطراف العلم الإجمالي بشكل صحيح، لأن القيمة الاحتمالية للطرف تستمد من قسمة رقم العلم على مجموعة أعضاء أطراف العلم، وأن أي خطأ في تحديد أطراف العلم يؤدي إلى خطأ في تحديد القيمة الاحتمالية لكل طرف من الأطراف.

إن مثال علبة عيدان الثقاب يكشف أن من الخطأ الاستنتاج بأن تعريف الشهيد الصدر يؤدي إلى القول أن التساوي في القيمة الاحتمالية بين أطراف العلم الإجمالي هو الذي يتطلب انقسام رقم العلم بالتساوي على أطراف العلم. وأن الصحيح هو أن التعريف يؤدي إلى القول أن انقسام رقم العلم على أطراف العلم سوف يؤدي إلى التساوي بين هذه الأطراف.

لقد أكد الشهيد الصدر إن إهمال تحديد أطراف العلم الإجمالي بشكل صحيح في تحديدنا لاحتمال أن تلد المرأة خنثى، يجعلنا نعطي لهذا الاحتمال قيمة تساوي $1/3$ ، وتجعلها مساوية لقيمة احتمال أن تلد المرأة ذكراً، ومساوية لقيمة احتمال أن تلد المرأة أنثى. ومن الواضح أن سبب هذا التساوي هو قسمة رقم العلم (١) على أطراف العلم الإجمالي (٣) - [احتمال أن تلد المرأة ذكراً، واحتمال أن تلد المرأة أنثى، واحتمال أن تلد المرأة خنثى] - . أما مع عدم إهمال تحديد أطراف العلم الإجمالي بشكل صحيح فسوف تختلف النتيجة، لأن الأطراف التي سوف تتساوى حينئذ ليس هي احتمالات ما ستلد المرأة، وإنما هي العوامل والأسباب التي تتدخل فيما ستلد المرأة.

وهكذا يتضح الفرق بين تعريف لابلاس وتعريف الشهيد الصدر؛ فالتساوي في القيم الاحتمالية بين الحالات الممكنة مفترض بشكل مسبق في ضوء تعريف (لابلاس)، بينما التساوي في القيم الاحتمالية بين أعضاء مجموعة الأطراف هو نتاج يفرضه - ولا يفترضه بشكل مسبق - التعريف نفسه، أي أننا ما دمنا عرفنا الاحتمال بأنه ناتج

قسمة رقم اليقين على عدد أعضاء مجموعة الأطراف فلا بد أن نقول بانقسام رقم اليقين بالتساوي على أعضاء مجموعة الأطراف، وبمعنى آخر : أن القول بانقسام رقم اليقين بالتساوي على أعضاء مجموعة الأطراف نتيجة ضرورية لتعريف الاحتمال بأنه ناتج قسمة رقم اليقين على أعضاء مجموعة الأطراف.

وبعبارة أخرى : أن القول بأن الاحتمال هو ناتج قسمة رقم العلم على عدد الأطراف، يؤدي بالضرورة إلى القول بالتساوي بين هذه الأطراف، ولذلك نحن نحتاج - بحسب الشهيد الصدر - إلى البديهية الإضافية الأولى، ثم أننا بعد أن يتضح لنا أن القول بالتساوي بين الأطراف هو نتيجة طبيعية لتعريف الاحتمال بأنه ناتج قسمة رقم العلم على عدد الأطراف، يتضح لنا أيضا أن هذا التساوي - بما أنه نتيجة طبيعية للتعريف - مفسر بالتعريف نفسه. أي أن تعريف الشهيد الصدر للاحتتمال - بما أنه يؤدي إلى القول بالتساوي بين الأطراف - فهذا يعني أنه يفسر ذلك التساوي وليس يفترضه بشكل مسبق كما هو الحال في تعريف (لابلاس)، إذ أن التساوي بين الأطراف في ضوء (لابلاس) ليس من نتائج التعريف نفسه، ولذلك قلنا أنه يفترض التساوي بشكل مسبق.

وبعبارة ثالثة : إن (لابلاس) يفسر الاحتمال بأنه نسبة الحالات الموافقة إلى مجموع الحالات المترتبة بعد افتراض أن جميع تلك الحالات متساوية، وهذا يعني أن التعريف افترض التساوي بشكل مسبق، وأما الشهيد الصدر فإنه يفسر الاحتمال بأنه ناتج قسمة رقم العلم على عدد الأطراف، وهذا يؤدي بالضرورة إلى القول بالتساوي بين الأطراف، وهذا يعني أن التعريف - بما أنه أنتج التساوي بين الأطراف - قد فسر هذا التساوي، ولم يفترضه بشكل مسبق.

على أن نشير إلى أن الشهيد الصدر كان على درجة كبيرة من الحذر من أن يتطلب تعريف الاحتمال - أي تعريف بما فيها تعريفه هو نفسه - افتراض التساوي في الوقت الذي يكون فيه هذا التعريف عاجزا عن تفسير هذا التساوي بطريقة لا تؤدي إلى نقص.

يقول الشهيد الصدر في معرض مناقشته لـ (تعريف الاحتمال على أساس التكرار) - كما في ما نقلناه عنه في الإضاءة السادسة - :

((وأنا أرى أن هذا التعريف يفى ببديهيات الاحتمال المتقدمة، كما أنه يتخلص من الاعتراضات التي أثارناها ضد التعريف السابق؛ وذلك لأن التعريف السابق يتحدث عن الحالات الممكنة بالنسبة إلى (س)، ويحدد درجة احتمال المطلوب بنسبة الحالات المرافقة للمطلوب إلى مجموع الحالات الممكنة. وهذا يتطلب منه أن يفترض مسبقاً التساوي بين تلك الحالات الممكنة في علاقتها بـ (س)؛ لأنها إذا لم تكن متساوية بالنسبة إلى (س)، بل كانت الحالات المرافقة للمطلوب مثلاً أكبر قيمة من الحالات الأخرى فسوف يكون درجة احتمال المطلوب أكبر من نسبة عدد الحالات المرافقة للمطلوب إلى مجموع الحالات فلا بد للتعريف السابق إذن أن يفترض مسبقاً التساوي بين الحالات الممكنة في علاقتها بالنسبة إلى (س)، وهذا يفرض على ذلك التعريف أن يفسر هذا التساوي المفترض، وقد رأينا أنه يعجز عن تفسيره بطريقة لا تؤدي إلى نقص في التعريف.

وأما هذا التعريف فهو لا يتحدث عن الحالات الممكنة بالنسبة إلى (س)، والتي قد تكون متساوية بالنسبة إلى (س) وقد لا تكون كذلك، ليظهر إلى افتراض تساويها مسبقاً، ولكي يؤدي به ذلك إلى مواجهة الاعتراض الذي واجهه التعريف السابق، وإنما يتحدث هذا التعريف عن الأفراد ---)) *

وفي ضوء ما تقدم يتضح لنا بشكل لا لبس فيه أن تعريف الشهيد الصدر للاحتمال لا يشتمل على مصادرة ولا يفسر الاحتمال باحتمال آخر.

الدليل الثالث : يقول يحيى محمد : ((ويؤيد هذا المعنى ما ذكره بصدد تحديد العلم الاجمالي الذي عليه أقام تفسيره للاحتمال، وهو أن لهذا العلم مجموعة احتمالات يطابق عددها عدد مجموعة أطراف

العلم الإجمالي، فلو لا افتراض هذه المجموعة من الاحتمالات وتساويها لما أمكن أن يحدد لنا الاحتمال الذي صاغ تعريفه وتحديده. أي أنه عرف الاحتمال باحتمال آخر، مثلما فعل لابلاس من قبل ((.

وفيه : لا يمكن أن يكون ما تقدم دليلاً على أن الشهيد الصدر قد عرف الاحتمال باحتمال آخر !

كيف يمكننا أن نتصور أنّ الشهيد الصدر قد افترض مجموعة الاحتمالات وتساويها ثم أقام تفسيره على أساس هذا الافتراض ؟!

إن ما فعله الشهيد الصدر هو أنه استنبط مفهوم الاحتمال من مفهوم العلم الإجمالي باعتبار أن مفهوم الاحتمال مستنبط في تلك العلاقة التي تربط العلم الإجمالي بكل طرف من أطرافه، وليس في ذلك أي افتراض مسبق للاحتمال حتى يقال أن الشهيد الصدر قد عرف الاحتمال بالاحتمال.

إن ما فعله الشهيد الصدر ليس أكثر من :

أولاً - أنه أوضح مفهوم العلم الإجمالي بأنه : علم بشيء غير محدد، أي أنه لا يرتبط بشيء واحد ارتباط العلم بالمعلوم كما هو الحال في العلم التفصيلي، وإنما هو يرتبط - ارتباط العلم بالمعلوم - بأكثر من شيء واحد.

ثانياً - وبعد أن بين الشهيد الصدر - كما تقدم في النقطة السابقة - أن العلم الإجمالي يرتبط بأكثر من شيء ارتباط العلم بالمعلوم، أوضح أن ارتباط هذا العلم بأي واحد من هذه الأشياء ليس هو ارتباط العلم بالمعلوم، لأن أي واحد منها ليس معلوماً، هذا من جهة، ومن جهة أخرى، لو كان الأمر كذلك لكان في الأمر تناقض إذ كيف يرتبط علم ما بأكثر من معلوم ارتباط العلم بالمعلوم.

ثالثا - بعد ذلك تساءل الشهيد الصدر التساؤل التالي : إذا كان ارتباط العلم الإجمالي بأي واحد من الأشياء التي يرتبط بها بأجمعها - ارتباط العلم بالمعلوم - ليس ارتباط العلم بالمعلوم، فما هو إذن نوع هذا الارتباط ؟

رابعا - وفي الإجابة عن السؤال السابق أوضح الشهيد الصدر : أن العلم الإجمالي يرتبط بأي واحد من هذه الأشياء ارتباط العلم بما يحتمل أن يكون هو الممثل الحقيقي للمعلوم، فإن المعلوم لما كان شيئا غامضا وغير محدد فمن المحتمل أن يتمثل في أي واحد من هذه الأشياء.

خامسا - وفي ضوء ما تقدم تبين أن كل واحد من الأشياء الذي يرتبط به العلم الإجمالي ارتباط العلم بما يحتمل أنه المعلوم هو طرف من أطراف هذا العلم، وعدد أطراف أي علم يختلف باختلاف دائرة التردد في المعلوم، فقد يكون ثلاثة وقد يكون أكثر، غير أن الحد الأدنى له هو اثنان؛ لأن حالة وجود طرف واحد فقط تعني أنه هو المعلوم فيصبح العلم تفصيليا.

سادسا - وعلى أساس الإيضاحات السابقة استنبط الشهيد الصدر أن الاحتمال هو تلك العلاقة التي تربط العلم الإجمالي بكل طرف من أطرافه.

سابعا - ولما كان كل علم إجمالي له أكثر من طرف - على الأقل - وأن الاحتمال هو تلك العلاقة التي تربط العلم الإجمالي بكل طرف من أطرافه، يتضح أن كل علم إجمالي ينطوي على مجموعة من الاحتمالات يساوي عددها عدد أطراف ذلك العلم.

ثامنا - إذن - بحسب الشهيد الصدر - يمكن القول أن العلم الإجمالي مجموعة احتمالات يطابق عددها عدد مجموعة أطراف العلم الإجمالي --- .

وفي ضوء ما تقدم يتضح أن الشهيد الصدر قد استنبط مفهوم الاحتمال بشكل مباشر من مفهوم العلم الإجمالي؛ باعتبار أن الاحتمال مستبطن أصلا في تلك العلاقة التي تربط العلم الإجمالي بكل طرف من أطرافه. ويتضح – أيضا – أن الكشف عن أن مفهوم الاحتمال مستبطن في العلاقة التي تربط العلم الإجمالي بكل طرف من أطرافه وتحديد مفهوم الاحتمال في ضوء هذا الكشف لا ينطوي على أي دور.

المشكلة الثانية : ((إن هذا التعريف يشترط أن يكون البسط في احتمال (س) هو واحد دائما، مع أنه يوجد الكثير من الاحتمالات التي لا يعبر البسط فيها عن ذلك، فمثلا لو كانت لدينا خمس كرات ثلاث منها سود مع كرتين بيضاوين، وأردنا أن نعرف قيمة احتمال سحب كرة بيضاء واحدة منها – عشوائيا – فمن الواضح أن النتيجة هي $\frac{2}{5}$ ، مما يعني أن البسط في احتمال (س) لا يعبر عن واحد. ولأجل توضيح ذلك نتبع الطريقة التالية :

توجد لدينا في المثال السابق خمسة أطراف متنافية ومتساوية الاحتمال كالآتي :

١ – احتمال سحب الكرة البيضاء الأولى.

٢ – احتمال سحب الكرة البيضاء الثانية.

٣ – احتمال سحب الكرة السوداء الأولى.

٤ – احتمال سحب الكرة السوداء الثانية.

٥ – احتمال سحب الكرة السوداء الثالثة.

من هذه الأطراف الخمسة المتنافية يكون احتمال سحب الكرة البيضاء الأولى هو ($\frac{1}{5}$)، وكذا بالنسبة للكرة البيضاء الثانية حيث

يساوي احتمال سحبها (١/٥). وفي هذه الحالة أن احتمال (س) المعبر عن أي كرة بيضاء هو :

$$٢/٥ = ١/٥ + ١/٥$$

وقد يقال بأن (س) هنا قامت على احتمالات أخرى يكون البسط فيها مساويا للواحد، وهو صحيح. لكن احتمال (س) المحدد في التعريف هو غير تلك الاحتمالات. إضافة إلى أنه في حالات أخرى قد لا يتحقق مثل هذا المضمون. فمثلا لو كانت هناك حادثة تقع مرتين في كل ثلاث مرات، فاحتمالها يكون ٢/٣، مع أن هذا التقدير – إن لم نتكلف في تبريره – لا يركز على احتمال آخر بسطه يعبر عن الواحد الصحيح، بل ما يبرره هو افتراض وجود عوامل ثلاثة، اثنان منها لصالح الوقوع وآخر لعدمه ((٩٠)

تعليقتنا على المشكلة الثانية : نحن نتفق مع (يحيى محمد) في أننا بحاجة إلى التكلف في التبرير لكي نجعل هذه الصيغة من التعريف منسجمة مع بعض الحالات، ولكننا نعتقد أن هذا الأمر لم يكن بعيدا عن ذهن الشهيد الصدر – والله أعلم – ، ولعل هذا الأمر هو الذي يفسر لنا عدم تعويل الشهيد الصدر على هذه الصيغة، واعتماده – كما هو واضح – بشكل كلي على الصيغة الثانية للتعريف في مختلف تطبيقاته الواردة في كتابه (الأسس المنطقية للاستقراء) .

المشكلة الثالثة : ((إن التعريف السابق لا يمكنه أن يفسر لنا القضايا التي يمكن أن تكون فيها (س) منفية او مثبتة، أي تلك التي تساوي صفرا أو واحدا؛ وذلك لأن (س) يشترط فيها أن تعبر دائما عن التصديق الناقص)) (١٠٠)

تعليقتنا على المشكلة الثالثة : من الواضح أن ما تقدم من كلام يحيى محمد لا يمكن أن يسجل كإشكال على تعريف الشهيد الصدر، بل أن الشهيد الصدر هو نفسه قد أكد هذا المعنى؛ لأن الاحتمال في ضوء هذا التعريف تصديق ناقص، والتصديق الناقص لا يمكن أن يعبر عن

الحالات التي تكون فيها (س) منفية أو مثبتة، أي تلك التي تساوي صفرا أو واحدا. وهكذا يتضح لنا أن عدم شمول التعريف لهذه الحالات هو أمر طبيعي لمن يرى أن الاحتمال تصديق ناقص.

يقول الشهيد الصدر : (((وأما الصيغة الأولى من التعريف التي يعبر بموجبها ح/ل عن قسمة رقم العلم على عدد أعضاء مجموعة أطراف العلم الإجمالي فهي تتخذ من ح/ل رمزا للتعبير عن الاحتمال بمعنى درجات التصديق المتفاوتة لا بمعنى نسبة البسط في المقام.

وعلى هذا الأساس لا تصدق عليها جملة من البديهيات المتقدمة لنظرية الاحتمال كالبدئية الثانية؛ لأن القيم الممكنة لـ (ح/ل) بهذا المعنى لا تبدأ من الصفر وتنتهي بواحد، بل أن الصفر والواحد لا بد من أخذهما كحدين لقيم ح/ل، بمعنى أن قيم هذا الكسر تقع بين صفر وواحد؛ لأن ح/ل بالمعنى الذي ندرسه الآن للاحتمال ليس رمزا لنسبة البسط في المقام لتتراوح هذه النسبة من الصفر إلى الواحد، وإنما هي رمز لاحتمال محدد، أي لتصديق ناقص محدد بحاصل قسمة رقم العلم على عدد أعضاء مجموعة الأطراف، والتصديق الناقص المحدد لا يمكن أن يكون صفرا ولا واحدا صحيحا، إذ في الحالة الأولى لا يوجد أي تصديق فليس هناك ح/ل، وفي الحالة الثانية يكون التصديق علما.

وكذلك أيضا البدئية الثالثة القائلة : إذا كانت (ح) تستلزم (ل) كان ح/ل = ١، فإن (ح) هنا تعني أعضاء مجموعة أطراف العلم الإجمالي و (ل) تعني الرقم المفترض للعلم، ولا معنى حينئذ لافتراض أن (ح) تستلزم (ل). والشئ نفسه نقوله عن البدئية الرابعة (((٠ (١١)

المشكلة الرابعة : ((هناك نوع من الاحتمال لا يخضع لتحديد القيمة العددية، كما سنتعرف عليه فيما بعد)) ٠ (١٢)

تعليقنا على المشكلة الرابعة : ما يفهم من الكلام السابق لـ (يحيى محمد) أن الشهيد الصدر لم ينتبه إلى الحالات التي يصعب علينا فيها تحديد عدد أطراف العلم الإجمالي بشكل جازم.

ويبدو أن (يحيى محمد) لم يقف – شأنه شأن الدكتور (سروش) – على ما كتبه الشهيد الصدر في (الأسس المنطقية للاستقراء) تحت عنوان (إثبات الصانع بالدليل الاستقرائي)، فتحت هذا العنوان عقد الشهيد الصدر بحثاً مستأنفاً عالج فيه صعوبة افتراض عدم تحديد عدد أطراف العلم الإجمالي.

نكتفي هنا بهذا القدر، على أن نشير إلى أننا سوف نعود بالتفصيل إلى بيان موقف الشهيد الصدر بهذا الصدد في الإضاءة التي سوف نبث فيها تذييل الصعوبات التي يواجهها التعريف في تحديد عدد أعضاء أطراف العلم الإجمالي.

يحيى محمد ومشاكل التعريف الثاني :

يعتقد يحيى محمد أن التعريف الثاني على الرغم من أنه يختلف مع التعريف الأول في أنه لا يشترط أن يكون البسط حاملاً لرقم اليقين (١)، ومن ثم باستطاعته تفسير القضايا التي يعجز عن تفسيرها التعريف الأول، وعلى الرغم من أنه لا يشترط أن تكون (س) تعبر دائماً عن التصديق الناقص مثلما هي الحال مع التعريف الأول، إذ يمكن لها أن تحصل على درجة النفي التام (الصفر) أو التصديق الكامل (الواحد)، إلا أنه مع ذلك ما زالت هناك بعض الصعوبات التي يواجهها هذا التعريف. وفيما يلي سوف نستعرض هذه المشاكل مع التعليق عليها. (١٣)

المشكلة الأولى : ((إنه كما في التعريف السابق لكي نحدد قيمة احتمال (س) لا بد من افتراض التساوي في احتمالات الأطراف المتنافية تبعاً لمبدأ عدم التمييز، مما يعني المصادرة على المطلوب. وقد اعترف المفكر الصدر – في بعض المناسبات – بتساوي الاحتمالات كشرط في تعريفه)) (١٤)

تعليقنا على المشكلة الأولى : يتضح مما تقدم أن يحيى محمد يعتقد : أن تحديد قيمة احتمال (س) في ضوء تعريف الشهيد الصدر

بصيغته الثانية لا يمكن ما لم نفترض التساوي في احتمالات الأطراف المتنافية تبعا لمبدأ عدم التمييز، ويرى أن هذا يعني أن في التعريف مصادرة على المطلوب.

ولكي يؤكد يحيى محمد كلامه السابق حاول أن يستشهد بكلام للشهيد الصدر يعترف فيه بتساوي الاحتمالات كشرط في تعريفه، فأحال القاريء العزيز إلى ما كتبه الشهيد الصدر في (الأسس المنطقية للاستقراء) في الصفحات - بحسب نسخته المعتمدة - : ص ٢١٥ و ٢١٨.

ونحن عندما عدنا إلى الصفحات التي أحالنا إليها يحيى محمد تبين لنا أنه يحيلنا إلى ما كتبه الشهيد الصدر - في (الأسس المنطقية للاستقراء) - تحت عنوان (التعريف ونظرية برنولي) .

وعند التدقيق في ما كتبه الشهيد الصدر تحت العنوان المذكور لم نجد سوى نصين اثنين يمكن أن يكونا هما المقصودان بالإحالة من قبل يحيى محمد. وفي ما يلي نورد هذين النصين :

النص الأول : (((وعلى هذا الأساس نعرف أن مجموع الحالات (١٦) وهذا يعني أن لدينا علما إجماليا بوقوع حالة واحدة من هذه الحالات، وتحتوي مجموعة الأطراف في هذا العلم على ستة عشر عضوا، وكل عضو يساوي أي عضو آخر في درجة الاحتمال وفقا للتعريف، وعلى أساس هذا العلم نحدد ---))) ٠ (١٥)

النص الثاني : (((ولا بد في هذه الحالة من ضرب أحد العلمين بالآخر؛ إذ يتكون لدينا علم إجمالي ثالث يساوي عدد أطرافه عدد أطراف العلم الإجمالي الثلاثي مضروبا بعدد أطراف العلم الإجمالي الآخر، وفي هذا العلم الإجمالي الثالث تعتبر الأعضاء جميعا متساوية في درجة الاحتمال وفقا للتعريف))) ٠ (١٦)

وعند التأمل بعمق في هذين النصين نجد أننا لا نستطيع أن نتفق مع يحيى محمد في أن هذين النصين يشتملان على ما يفهم منه أن تعريف الشهيد الصدر – بصيغته الثانية – يفترض التساوي بشكل مسبق؛ إذ أن هذين النصين لا يشيران إلا إلى أن أطراف العلم الإجمالي هي أطراف متساوية وفقا للتعريف، وعبرة (وفقا للتعريف) لا تعني أكثر من أن التساوي بين هذه الأطراف مفسر من قبل التعريف، ولا أعلم لماذا فهم يحيى محمد من عبارة (وفقا للتعريف) أن التساوي في ضوء هذا التعريف مفترض بشكل مسبق.

ولكي نوضح كيف أن التساوي بين أعضاء أطراف العلم الإجمالي مفسر في ضوء تعريف الشهيد الصدر بصيغته الثانية، وليس مفترضا بشكل مسبق، نقول :

إن ما قلناه فيما تقدم خلال مناقشاتنا لمشاكل التعريف الأول في إيضاح أن التساوي بين أعضاء أطراف العلم الإجمالي مفسر في ضوء تعريف الشهيد الصدر بصيغته الأولى يصلح أيضا في إيضاح أن التساوي بين أعضاء أطراف العلم الإجمالي مفسر في ضوء تعريف الشهيد الصدر بصيغته الثانية، ما دام كلا التعريفين يقومان في الأساس على مفهوم العلم الإجمالي. ومع ذلك يمكننا أن نضيف :

أولا – كلنا نعرف أن الشهيد الصدر يعرف الاحتمال – في ضوء الصيغة الثانية – بأنه عبارة عن نسبة ما يحتله الحدث من مراكز في مجموعة أطراف العلم الإجمالي إلى مجموعة أطراف ذلك العلم.

ثانيا – وبما أننا نعلم : أن قيمة مجموعة الاحتمالات في كل علم إجمالي تساوي قيمة العلم وليست أصغر من قيمة العلم، وإلا لكان يعني أن من المحتمل أن تكذب كل تلك الاحتمالات، وهذا الاحتمال غير موجود؛ لأنه يناقض العلم، وليست أكبر من قيمة العلم؛ لأنها ناتجة منه – وإذا فرضنا أن قيمة العلم تساوي واحدا صحيحا فقيمة مجموع الاحتمالات تساوي واحدا صحيحا –، وهذا يعني : أن قيمة كل عضو في مجموعة الاحتمالات تساوي كسرا معيناً هو ناتج قسمة

رقم اليقين على عدد أعضاء مجموعة الأطراف، وهذا يعني بدوره – وبالضرورة – إلى أن كل عضو في مجموعة الاحتمالات يساوي أي عضو آخر في درجة الاحتمال وفقا للتعريف الذي يركز في الأساس على مفهوم العلم الإجمالي.

وقد يقال : إذا كان الأمر كما تقولون وأن التعريف بصيغته الثانية شأنه شأن التعريف بصيغته الأولى يفسر التساوي بين أعضاء مجموعة أطراف العلم الإجمالي، ولا يفترضه بشكل مسبق كما فهم البعض. فلماذا افترض الشهيد الصدر أن التعريف بصيغته الثانية ليس بحاجة إلى البديهية الإضافية الأولى التي تنص على أن العلم الإجمالي ينقسم بالتساوي على أعضاء مجموعة الأطراف التي تتمثل فيه.

أقول : ليس من الصحيح – على نحو دقيق – أن يقال : أن الشهيد الصدر يعتقد بعدم حاجة تعريفه بصيغته الثانية إلى البديهية الأولى، بل الصحيح هو أن الشهيد الصدر يقول بعدم حاجة التعريف بصيغته الثانية – بما هي معبرة عن الاحتمال الرياضي – إلى البديهية الإضافية الأولى؛ لأن الصيغة الثانية تتحدث عن الاحتمال الرياضي بما هو نسبة المراكز التي يحتلها الشيء في مجموعة الأطراف إلى عدد أعضاء هذه المجموعة فيكون ح/ل محددًا للاحتمال الرياضي بدون حاجة إلى افتراض تلك البديهية. أما إذا كان التعريف بصيغته الثانية معبرا عن درجة التصديق على أساس تلك النسبة فهو بحاجة إلى تلك البديهية.

يقول الشهيد الصدر : (((وأما الصيغة الثانية للتعريف التي رأينا أنها تفي بكل البديهيات المتقدمة فلا تحتاج إلى إضافة تلك البديهية؛ لأنها لا تعرف الاحتمال الرياضي بما هو تصديق ناقص، بل بما هو نسبة المراكز التي يحتلها الشيء في مجموعة الأطراف إلى عدد أعضاء هذه المجموعة، فيكون ح/ل محددًا للاحتمال الرياضي بدون حاجة إلى افتراض تلك البديهية، فإذا أردنا بعد ذلك أن نحدد درجة التصديق على أساس تلك النسبة احتجنا إلى تلك البديهية)) (١٧)

وهكذا يتبين لنا أن التساوي بين أعضاء اطراف العلم الإجمالي مفسر في ضوء التعريفين الأول والثاني، وليس مفترضا بشكل مسبق، وهذا يعني أنه من غير الصحيح أن يقال أن تعريف الشهيد الصدر – بكلا صيغتيه – يشتمل على مصادرة على المطلوب وأنه يفسر الاحتمال باحتمال آخر مفترض.

المشكلة الثانية : ((إن تعريف الاحتمال على أساس مفهوم المراكز يعني نفس المفهوم الذي حدد فيه لابلاس نسبة الحالات الملائمة إلى الحالات الممكنة الكلية. فتعريف المراكز يشترط تفصيل العلم الاجمالي إلى ما أمكن من الأطراف المتنافية، وهو تعبير يتفق تماما مع استخراج الحالات الممكنة الكلية التي يشترطها لابلاس.

كما أن القول بالمراكز التي تحتلها (س) بالنسبة إلى مجموع الأطراف يتفق مع مقولة لابلاس في الحالات الملائمة لـ (س) بالنسبة إلى الحالات الممكنة الكلية. وبذلك يتبين وحدة التفسير لدى كل من النظريتين، إذ لا فرق بينهما في طريقة تحديد معنى الاحتمال وقيمته، إضافة إلى ما يصدق عليهما من الوقوع في القبلية نظرا لقيامهما على مبدأ عدم التمييز الذي يفترض التساوي في حالة عدم وجود ما يرجح بعض الاحتمالات على البعض الآخر)) (١٨)

تعليقتنا على المشكلة الثانية : من الغريب حقا أن يقول يحيى محمد : وبذلك يتبين وحدة التفسير لدى كل من النظريتين، إذ لا فرق بينهما في طريقة تحديد معنى الاحتمال وقيمته، إضافة إلى ما يصدق عليهما من القبلية ---، ووجه الغرابة في ما تقدم من كلامه يتبين في ما يلي من النقاط :

الأولى- هل أن وجود نوع من التشابه بين نظرية (لابلاس) ونظرية الشهيد الصدر يكفي للقول بوحدة التفسير لدى كل من النظريتين، وبالقول بعدم وجود فرق بينهما في تحديد قيمة الاحتمال؟!

هل حقا لا يوجد فرق بين نظريتي (لابلاس) والشهيد الصدر في تحديد قيمة الاحتمال؟!

أوليس الشهيد الصدر هو الذي يعترض على (لابلأس) ويقول :

(((فهناك – أولا – الصعوبة التي يواجهها (لابلأس) في تبرير ما افترضه من قيم متساوية لاحتمالات أن تكون حقيقية (ن) شبيهة بـ (أ) وأن تكون شبيهة بـ (ج) وأن تكون شبيهة بـ (د).

فما هو الأساس الذي يبرهن على أن احتمال أن تضم حقيقية (ن) ذات الكرات الخمس ثلاث كرات بيضاء فقط يساوي احتمال أن تضم أربع كرات بيضاء فقط أو خمس كرات بيضاء ؟)) (١٩)

أوليس الشهيد الصدر هو الذي يثبت بطلان معادلة (لابلأس) في تحديد قيمة الاحتمال البعدي للتعميم ؟

يقول الشهيد الصدر : (((وهكذا يتضح : أننا في فرضية (ن) لا نملك أي علم إجمالي فعلا يمكن أن نفسر على أساسه زيادة قيمة احتمال أن تكون كل الكرات بيضاء، أي زيادة قيمة احتمال التعميم بعد اكتشاف ثلاث كرات بيضاء. وهذا يبرهن أيضا بطلان معادلة (لابلأس) لتحديد قيمة الاحتمال البعدي)) (٢٠)

أو ليس الشهيد الصدر هو الذي يرى أن تفسير (لابلأس) يواجه الصعوبة التي يمكن التعبير عنها : (((

أولا : بأن معادلة (لابلأس) لا يمكن أن تحدد قيمة الاحتمال البعدي للتعميم إذا كانت (ن) ترمز إلى فئة غير متناهية؛ لأن معنى ذلك : أن هذا الكسر : $n + 1 / m + 1$ يشتمل على مقام غير متناه، ولا يمكن أن تحدد نسبة المتناهي إلى غير المتناهي.

وثانيا – بأن (ن) إذا كانت ترمز إلى فئة متناهية ولكنها كبيرة العدد جدا، فسوف لن يحصل احتمال التعميم على درجة كبيرة مهما ازداد عدد التجارب الناجحة في حدود الإمكانيات العملية للإنسان؛ لأن

النسبة بين الأفراد التي يمكن عمليا اختبارها ومجموع أفراد الفئة قد تكون ضئيلة جدا.

وهذا على عكس تفسيرنا --- (((٠ (٢١)

وعلى أساس ما تقدم : هل يمكننا – فعلا – أن نقول : بوحدة التفسير لدى كل من النظريتين وبعدم وجود فرق بينهما في تحديد قيمة الاحتمال ؟!

الثانية : هل أن وجود نوع من التشابه بين نظرية (لابلاس) ونظرية الشهيد الصدر، يكفي للقول بوحدة التفسير لدى كل من النظريتين، وبالقول بعدم وجود فرق بينهما في تحديد معنى الاحتمال ؟ !

هل حقا لا يوجد فرق بين نظريتي (لابلاس) والشهيد الصدر في تحديد معنى الاحتمال ؟ !

ألا يعني هذا : إن قيام تفسير الشهيد الصدر للاحتتمال على أساس العلم الإجمالي لا يميز تفسير الشهيد الصدر عن تفسير (لابلاس) ؟ !

أو ليس هذا المفهوم – مفهوم العلم الإجمالي – اقتناص وإبداع في اكتشاف طبيعة الاحتمال والاحتمال الرياضي على وجه الخصوص ؟؛ ذلك لأن العلم الإجمالي هو سر الاحتمال الرياضي ومضمونه الجوهرى، والاحتمال وجه من وجوه العلم الإجمالي --- ولو تفحصنا الاحتمال الرياضي – في مضمونه الحقيقي – نجد أن الاحتمال يتحدث عن نسبة يقينية تتألبس في صورة الشك، ولا يمكن استخلاص هذه النسبة من مبادئ الرياضة ما لم تكن يقينية، فالاحتمال الرياضي يقين في شك، والعلم الإجمالي في جوهره يقين في شك.

أو ليس – كما سيأتي في الإضاءة اللاحقة – بديهية الاتصال تحدد قيمة الاحتمال الناتج من ضرب احتمالين أحدهما بالآخر، وهذا التحديد

يتفق تماما مع تعريف الشهيد الصدر للاحتمال على أساس العلم الإجمالي، بل أن هذا التحديد مستنتج منه وليس من المصادرات المفترضة ؟ (٢٢)

أو ليس – كما سيأتي أيضا في الإضاءة اللاحقة – بديهية الانفصال تحدد قيمة الاحتمال الناتج من الجمع بين احتمالين، وهذا التحديد يتفق تماما مع تعريف الشهيد الصدر للاحتمال على أساس العلم الإجمالي، بل أن هذا التحديد مستنتج منه وليس من المصادرات المفترضة ؟ (٢٣)

وعلى أساس ما تقدم هل يمكننا – فعلا – أن نقول : بوحدة التفسير بين كل من النظريتين ، والقول بعدم وجود فرق في تحديد معنى الاحتمال ؟!

الثالثة : هل حقا أن القبلية تصدق على نظرية الشهيد الصدر كما تصدق على نظرية (لابلان) ؟

أي قبلية تلك التي تصدق على نظرية الشهيد الصدر، وهو الذي يقول : (((وقد يتصور في البداية أن ما ذكرناه من شمول التعريف يؤدي بنا إلى نتائج غريبة جدا، إذ يتيح لنا أن نقول : عن أي امرأة حامل سوف تلد : إن هذه المرأة إما أن تلد ذكرا وإما أن تلد أنثى وإما أن تلد كأننا مشوها (خنثى)، ونشكل مجموعة متكاملة من هذه النقائض الثلاثة ونستنتج من ذلك أن درجة احتمال أن تلد المرأة خنثى هو ١/٣ .

ولكن هذا التصور خاطيء، فقد طبقت فيه طريقة تحديد الأعضاء في مجموعة أطراف العلم الإجمالي تطبيقا صحيحا، ولكن غرابة النتيجة القائلة : إن احتمال أن ترد المرأة خنثى وخطأها نشأ عن إهمال علم إجمالي آخر أوسع، وهذه نقطة جوهرية ومهمة جدا ويجب أن نوضحها بدرجة كافية :

إننا في البداية إذا قطعنا أي صلة تقوم من أساس الاستقراء بالعالم الخارجي فسوف نملك في المثال الثاني علما إجماليا تحتوي مجموعة أطرافه على أعضاء ثلاثة وهو العلم الإجمالي بأن المولود إما ذكرا وإما أنثى وإما خنثى، وإذا حددنا درجة احتمال أن يكون خنثى على أساس هذا العلم فسوف تكون $1/3$ ، ولكننا إذا أخذنا استقراءنا للعالم الخارجي بعين الاعتبار فسوف نلاحظ أن نسبة الخنثى في المواليد مثلا $1/11$ ، وهذا الاستقراء يتدخل في حساب الاحتمال عن طريق إيجاده لعلم إجمالي جديد فتتغير درجة احتمال الخنثى وفقا له .

وهذا العلم الإجمالي الجديد الذي يكشفه الاستقراء يتعلق بالعوامل والأسباب التي تتدخل في جعل المولود ذكرا أو أنثى أو خنثى، فإن ما يدل عليه الاستقراء من أن نسبة الخنثى في المواليد $1/11$ مثلا يعني أننا إذا فرضنا (١١) عاملا لتكوين هوية المولود فعشرة منها في صالح نفي كونه خنثى وواحد في صالح أن يكون خنثى، وبذلك يتشكل في حالة امرأة حامل معينة علم إجمالي بوجود عامل واحد من أحد عشر عاملا، وهذا العلم الإجمالي تحتوي مجموعة أطرافه على (١١) عضوا، ويحتل كون المولود خنثى مركزا واحدا في تلك المجموعة، وينتج ذلك أن درجة احتمال أن يكون المولود خنثى $1/11$ بدلا عن $1/3$.

وعلى هذا الضوء نعرف الطريقة التي تتدخل بها معلوماتنا الاستقرائية في تغيير درجة احتمال الحادثة، فهناك دائما في حالات التدخل درجة قبلية لاحتمال الحادثة على أساس علم إجمالي ثابت قبل الاستقراء، ثم ينشأ على أساس المعلومات الاستقرائية علم إجمالي جديد يرتبط بالعوامل والأسباب التي تؤدي إلى وجود تلك الحادثة، فإذا كانت نسبة المراكز التي تحتلها الحادثة في مجموعة أطراف هذا العلم إلى عدد أعضائها أكبر أو أصغر من نسبة المراكز التي كانت الحادثة تحتلها في مجموعة أطراف العلم الأول الثابت قبل الاستقراء فسوف تتغير درجة الاحتمال تبعا لذلك .

وقد نواجه بهذا الصدد التساؤل التالي : لماذا يجب أن تحدد درجة احتمال الحادثة على أساس العلم الإجمالي الذي يتعلق بالعوامل والأسباب بدلا عن العلم الإجمالي الذي يتعلق بنفس الحادثة مباشرة ؟

والجواب على ذلك أن هذه الثنائية بين العلمين الإجماليين شكلية وليست حقيقية؛ لأن الحقيقة أن العلم الإجمالي الأول هو الذي يتطور إلى العلم الإجمالي الثاني، ففي المثال المفترض كان لدينا علم إجمالي بأن المولود إما ذكر وإما أنثى وإما خنثى، وأصبح لدينا بفضل الاستقراء علم إجمالي آخر بأن واحدا من أحد عشر عاملا قد وجد في حالة هذه المرأة الحامل خمسة منها عوامل نفي الخنثى ولصالح الذكر، وخمسة منها عوامل نفي الخنثى ولصالح الأنثى، وواحد منها لصالح الخنثى، وهذا يعني أن الأطراف الثلاثة التي كانت أعضاء في مجموعة أطراف العلم الإجمالي الأول أصبح بالإمكان تقسيم كل من الطرف الأول والطرف الثاني منها إلى خمسة أطراف عرضية، فكون المولود ذكرا ينقسم إلى :

أولا – حالة كون المولود ذكرا نتيجة للعامل الأول.

ثانيا – حالة كون المولود ذكرا نتيجة للعامل الثاني.

ثالثا – حالة كون المولود ذكرا نتيجة للعامل الثالث.

رابعا – حالة كون المولود ذكرا نتيجة للعامل الرابع.

خامسا – حالة كون المولود ذكرا نتيجة للعامل الخامس.

والشيء نفسه يقال عن كون المولود أنثى.

وقد عرفنا في البديهية التي أوضحنا بموجبها طريقة تحديد الأعضاء في مجموعة أطراف العلم الإجمالي أن من شروط الطرف لكي يكون واحدا من هذه الأعضاء أن لا يهمل تقسيمه إذا كان يمتاز

بإمكان التقسيم إلى أقسام عرضية، وبتقسيم كل من الطرفين الأول والطرف الثاني من الأطراف الثلاثة في العلم الإجمالي الأول إلى الأقسام الخمسة تصبح الأعضاء في مجموعة أطراف العلم الإجمالي (١١) بدلا عن (٣) .

ونستخلص مما تقدم أن الاستقراء يؤدي إلى الاقتراب باحتمالاتنا إلى الحقيقة، ولكن هذا لا يعني ربط تحديد درجة الاحتمال بالتكرار مباشرة، بل أن الاحتمال يقوم على أساس العلم الإجمالي، والاستقراء يقرب الاحتمال من الحقيقة عن طريق تعميق العلم الإجمالي وإثرائه (٢٤) .

وعلى أساس ما تقدم ، فأى قبلية تلك التي تصدق على نظرية الشهيد الصدر، وهو الذي يرفض القبلية إلى الدرجة التي يحذر فيها – كما في الفقرة الأخيرة من النص – أن يفهم من كلامه أنه يعني ربط درجة الاحتمال بالتكرار مباشرة !

إن النص السابق الذي نقلناه فيما تقدم كان كفيلا بأن يتخذ منه سروش دليلا إلى فرار الشهيد الصدر من مشكلة القبلية التي وقع فيها (لابلاس) إلى الوقوع في مشكلة أخرى، حيث اتخذ من الاستقراء الإحصائي طريقة لتحديد أطراف العلم الإجمالي.

وبغض النظر – في هذه المرحلة من البحث – عما في كلام سروش، فإنه قد فهم جيدا أن القبلية صفة لا تصدق على نظرية الشهيد الصدر.

يقول (سروش) : ((حسن محاولة (لابلاس) – مؤسس المدرسة الكلاسيكية للاحتمال الذي أقام تعريفه للاحتمال على أساس العلم الإجمالي بشكل من الأشكال – في تحديده لأعضاء المجموعة وأطراف العلم الإجمالي على أساس التقسيم العقلي، وجاء بقاء (تساوي الإمكان) لأجل أن يؤكد تساوي احتمالات الأعضاء عقليا.

أما الشهيد الصدر الذي لم يرتض (بحق) هذا التعريف واستبدله بتعريفه، فهو يفر من مشكلة ليقع في مشكلة أخرى. فهو – كما ذكرنا – جمع بين مدرستي (فون ميزس) و (لابلاس)، واتخذ من الاستقراء الإحصائي لـ (فون ميزس) طريقة لتحديد أطراف العلم الإجمالي إلا أن الاستقراء الإحصائي – كما نعرف – لا يمكن أن يدعي إطلاقاً أنه جمع كل الأعضاء الممكنة والموجودة وخلص إلى تقسيم عادل للاحتمال، وبعبارة أخرى : إن حجر الأساس في نظرية الشهيد الصدر هو تشكيل العلم الإجمالي في باديء الأمر ، بينما لا ييسر الاستقراء الإحصائي الحصول على علم من هذا القبيل ((٢٥)

المشكلة الثالثة : ((إن أي نسبة احتمالية مقدرة للحادثة يمكن أن تكون خاطئة إذا ما أخذنا بالاعتبار أن الأطراف والمراكز المحددة يحتمل لها أن تكون غير صحيحة، مما يعني أن الاحتمال الذي أسسناه إنما يعتمد على احتمال قبله. وليس من حل لهذه المعضلة إلا باللجوء إلى افتراض التقدير، وذلك بالمزاوجة بين ما هو عقلي وما هو استقرائي على ما سنرى . يضاف إلى أن هناك من الاحتمالات ما لا تخضع إلى القيم العددية إطلاقاً)) (٢٦)

تعليقتنا على المشكلة الثالثة : هذه المشكلة تسلط الضوء بشكل أساسي على تحديد أعضاء أطراف العلم الإجمالي، وقد ذكرنا فيما تقدم – في تعليقنا على المشكلة الرابعة من المشاكل التي تصور يحيى محمد أن التعريف الأول يعاني منها – أننا سنتناول في إحدى الإضاءات اللاحقة كل الصعوبات التي يواجهها التعريف – بكلا صيغتيه – في تحديد عدد أعضاء مجموعة أطراف العلم الإجمالي، ومنها الصعوبات التي تشير إليها هذه المشكلة.

الدكتور (سروش) وتعريف الشهيد الصدر:

كتب الدكتور (سروش) تحت عنوان (تعريف الشهيد الصدر للاحتمال) من كتابه (الأسس المنطقية للاستقراء من وجهة نظر الشهيد آية الله محمد باقر الصدر) ما نصه :

((يأتي الآن دور السيد الصدر لي طرح تعريفه للاحتمال، بحيث يكون مقبولا قلبا وفطرة، ويكون مستوعبا لبدهيات حساب الاحتمال، كما يكون سليما من كل الإشكالات التي عانى منها ما تقدم من تعريفات، وقد لجأ هنا إلى العلم الإجمالي أيضا، والعلم الإجمالي – كما لاحظنا – عبارة عن يقين بعضو غير محدد ضمن مجموعة محددة. فنحن نواجه في كل علم إجمالي أربعة أمور :

الأول : العلم بشيء غير محدد.

الثاني : أعضاء المجموعة التي يعتبر كل عضو فيها أمرا محتملا ، وهي متعلق علمنا.

الثالث : مجموعة الاحتمالات التي يطابق عددها عدد أعضاء مجموعة العلم الإجمالي.

الرابع : استقلال أعضاء المجموعة ، والتنافي بينها.

من هنا فالاحتمال دائما عضو في مجموعة احتمالات، وقيمته تساوي ناتج قسمة رقم يقيننا على عدد أعضاء مجموعة العلم الإجمالي، ومن الواضح أن الاحتمال في هذا التعريف ليس علاقة خارجية بين الحوادث، وليس مجرد تكرار مجموعة أخرى، بل هو تصديق بدرجة خاصة من الاحتمال.

سيأتي الشهيد الصدر لإثبات وفاء التعريف ببديهيات نظرية الاحتمال، ولكن يحسن بنا أن نلتفت هنا إلى أن السيد الصدر يعتقد من ناحية كما يعتقد (كارناب) و (رامزي) أن الاحتمال عبارة عن لون من التصديق الظني والاعتقاد القلبي الموجه ---، والخصوصية الأخرى في تعريف السيد الصدر هي اعتبار الاحتمال من جنس العلم، لا من قبيل الأوصاف الخارجية للحوادث والأشياء، وهذا عين ما تتبناه مدرسة (كارناب) وآخرين (سابجكتيويست) (((٢٧)

تعليق السيد عمار أبو رغيف على موقف (سروش) من تعريف الشهيد الصدر :

أولاً- لم يرتض السيد عمار - كما ذكرنا فيما سبق - من الدكتور (سروش) أن يكتفي بالتعبير عن محاولة الشهيد الصدر في تعريف الاحتمال على أساس العلم الإجمالي بأنه لجأ إلى العلم الإجمالي، دون أن يشير إلى ما في هذه المحاولة من اقتناص وإبداع في اكتشاف طبيعة الاحتمال والاحتمال الرياضي على وجه الخصوص. (٢٨)

ثانياً - لقد لاحظ السيد عمار أبو رغيف أن الدكتور (سروش) قد حذف واقتطع تعريف الشهيد الصدر للاحتمال، اقتطع الصيغة الأولى وحذف الصيغة الثانية، وقد لاحظ السيد عمار أبو رغيف أن هذا الحذف كان أساساً لبعض مقارناته بين تعريف الشهيد الصدر وبين بعض الاتجاهات المعاصرة.

وبعد أن بين السيد عمار أبو رغيف ما تقدم انتقل إلى إيضاح تعريف الشهيد الصدر بكلا صيغتيه، ليبين لنا : حجم الحذف والاجتزاء الذي ارتكبه (سروش)، وليبين لنا - بعد وضوح أن الشهيد الصدر يرى إمكانية تفسير الاحتمال في صيغتين - خطأ التطابق الذي اكتشفه (سروش) بين مدرسة (كارناب) وبين نظرية الشهيد الصدر في تفسير الاحتمال على أساس أنه درجة من درجات الاعتقاد العقلي. (٢٩)

يقول السيد عمار أبو رغيف : ((لقد لاحظنا أن الشهيد الصدر طرح صيغتين لتعريف الاحتمال، أحدهما يعبر فيها عن درجة من درجات التصديق ، ويعبر الاحتمال في الأخرى عن نسبة ما يحتمله المحتمل من أطراف العلم الإجمالي إلى مجموعة أطراف العلم. ونظرية الاحتمال وتنميته - وفقاً لقواعد الاستنباط الرياضي التي يعتمد عليها حساب الاحتمالات - لا تتوقف على اعتبار الاحتمال درجة من درجات التصديق، وهو بهذا يختلف عن المدرسة المنطقية، التي

تعتقد أن الاحتمال - أساسا - علاقة منطقية بين القضايا تقاس تبعاً لدرجة الاعتقاد العقلي.

نعم، يعتقد الشهيد الصدر أن الاحتمال يمكن تفسيره على أساس أنه درجة من درجات الاعتقاد العقلي، في ضوء إضافة بديهية لحساب الاحتمال. أو في ضوء التطابق بين هذه الدرجة وبين الدرجة التي تحددها النسبة بين عدد مراكز المحتمل إلى مراكز الأطراف في العلم الإجمالي. وقد ابتكر علّاجاً لقياس هذا التطابق، وذلك بإضافة بديهية جديدة لبديهيات حساب الاحتمال.

وأنا اعتقد أن هناك إمكانية لإثبات هذا التطابق عن طريق الدليل الاستقرائي، ومعطيات الاستقراء البعدية، دون حاجة لافتراض مصادرة إضافية تضم إلى قائمة البديهيات المدرجة في حساب الاحتمال. أمل أن تتاح لي فرصة بيان ذلك في دراسة لاحقة (((٣٠)

ثالثاً - لقد نبه السيد عمار أبو رغيف إلى أن تعريف العلم الإجمالي : (بأنه العلم بعضو غير محدد ضمن مجموعة محددة) من ابتكارات الأخ (سروش)، فالعلم الإجمالي لا يتقوم بالمجموعة المحددة، فقد تكون المجموعة غير محددة بدقة ! (٣١)

إيضاحات مهمة :

لقد اتضح لنا في ضوء ما تقدم : أن تعريف الاحتمال عند الشهيد الصدر بحاجة إلى المزيد من الدقة في التأمل، وأن المقارنة بين نظرية الشهيد الصدر في الاحتمال والنظريات الأخرى تستدعي التأني وعدم التعجل، ونحن وعلى الرغم :

أولاً - من أن الوقت لا يزال مبكراً لمقارنة نظرية الاحتمال عند الشهيد الصدر وسائر النظريات الأخرى، فمثل هذه المقارنة تستدعي هضم أطروحة الشهيد الصدر هضمًا كاملاً، ومن ثم هضم سائر النظريات الأخرى، على أن يكون درس كل نظرية من النظريات درساً موضوعياً محايداً من داخل النظرية، أي : ليس حقاً وسليماً أن

نتناول نظرية من النظريات بالدرس في إطار مفاهيم وأفكار النظريات الأخرى. وليس حقا وسليما أن نقصر المقارنة على نقاط اللقاء والافتراق. بل الحق أن نكتشف المزايا الجوهرية والكوى الجديدة التي تفتحها كل نظرية من النظريات. (٣٢)

ثانيا - أننا سندرس في الإضاءات اللاحقة تعريف الشهيد الصدر دراسة تفصيلية.

نجد أن من الضروري في هذه المرحلة أن نسلط الضوء على بعض الأمور المهمة فيما يلي من النقاط :

الأولى - يرى الشهيد الصدر أن الاحتمال هو دائما عضو في مجموعة الاحتمالات التي تتمثل في علم من العلوم الإجمالية .

لقد ذكرنا فيما تقدم أن تعريف الاحتمال عند الشهيد الصدر يقوم على أساس العلم الإجمالي، وهو بذلك يتميز عن غيره من التعاريف بهذه الميزة الجوهرية.

الثانية - يعتقد الشهيد الصدر أن مجموعة الاحتمالات يطابق عددها عدد مجموعة الأطراف؛ لأن كل طرف من أطراف العلم الإجمالي يحتمل أن يكون هو الممثل للمعلوم ، فكل عضو من مجموعة الأطراف يوازيه عضو في مجموعة الاحتمالات.

الثالثة - يعتقد الشهيد أن تحديد قيمة هذا الاحتمال يعتمد بشكل أساسي على عدد الأعضاء في مجموعة أطراف العلم الإجمالي.

نعم ، إن قلة عدد الأعضاء أو زيادتها لا تؤثر على قيمة مجموعة الاحتمالات؛ باعتبار أن هذه القيمة ثابتة بثبات قيمة العلم، ولكن قلة الأعضاء أو زيادتها تؤثر في ناتج قسمة قيمة مجموعة الاحتمالات، أي قيمة العلم على عدد أعضاء مجموعة الأطراف. فكل زيادة عدد الأعضاء في مجموعة الأطراف تؤدي إلى ضالة ناتج قسمة قيمة مجموعة الاحتمالات، أي قيمة العلم على عدد أعضاء مجموعة

الأطراف، وبالتالي إلى ضالة كل احتمال؛ لأن البسط إذا كان ثابتا فإن ناتج القسمة يتضاءل تبعا لزيادة المقام.

يقول الشهيد الصدر : ((إن هناك صعوبة أساسية يواجهها التعريف بـكلتا صيغتيه، فإن التعريف بـكلتا الصيغتين يشتمل على مفهوم وهو : (أعضاء مجموعة أطراف العلم الإجمالي)، فالصيغة الأولى تقسم رقم اليقين على أعضاء هذه المجموعة، والصيغة الثانية تقسم عدد المراكز التي يحتلها الشيء في هذه المجموعة على عدد أعضائها، فعدد أعضاء مجموعة أطراف العلم الإجمالي يدخل في التعريف على أي حال.

والصعوبة تكمن في طريقة تحديد واختيار هذه المجموعة)) (٣٣)

على أن نشير إلى أننا سنتناول بالتفصيل في إحدى الإضاءات اللاحقة أسلوب الشهيد الصدر في التغلب على الصعوبات التي يواجهها التعريف في تحديد عدد أعضاء مجموعة أطراف العلم الإجمالي.

الرابعة - في هذه النقطة نريد أن نجيب عن السؤال التالي : هل يمكننا في ضوء نظرية الاحتمال عند الشهيد الصدر أن نعتمد في تحديد قيمة الاحتمال على العلم الإجمالي الثابت قبل الاستقراء ؟

وفي الجواب نقول : على الرغم من أن الشهيد الصدر يعتقد من ناحية بالصحة الشكلية لطريقة تحديد الأعضاء في مجموعة أطراف العلم الإجمالي في مثل هذه العلوم، لكنه من ناحية أخرى يعتقد بأن من الخطأ تحديد قيمة الاحتمال على أساس هذه العلوم الإجمالية القبلية؛ وذلك لأننا - في هذه الحالة - نهمل علوما إجمالية أخرى أوسع، وهي العلوم الإجمالية القائمة على أساس الاستقراء.

إذن، درجة الاحتمال في ضوء الشهيد الصدر يجب أن تحدد على أساس العلم الإجمالي القائم على الاستقراء . (٣٤)

الخامسة – في ضوء النقطة السابقة – وفي ضوء ما تقدم في تعليقنا على المشكلة الثانية من المشاكل الثلاث التي تصور يحيى محمد أنها تواجه التعريف الثاني للشهيد الصدر – نستطيع أن نقول أن نظرية الشهيد الصدر في الاحتمال لا تقوم على أساس من القلبية.

السادسة – في هذه النقطة نحاول أن نجيب عن السؤال التالي : هل يمكننا أن نعتبر أن نظرية الاحتمال عند الشهيد الصدر هي نظرية تنتظر إلى الاحتمال على أنه أمر موضوعي خارج عن ذات الإنسان الذي يقوم بقياسه وليس أمر عقيدة شخصية لا سند لها إلا مانظنه نحن صوابا ؟

وفي الجواب نقول : يميز الشهيد الصدر – بشكل واضح – بين الاحتمال الموضوعي والاحتمال الذاتي فـ :

(((الاحتمال الموضوعي يعبر عن درجة محددة من التصديق الاحتمالي وهي الدرجة التي تفرضها المبررات الموضوعية، فيكون الاحتمال موضوعيا إذا كانت درجته تتطابق مع الدرجة التي تفرضها المبررات الموضوعية. والاحتمال الذاتي يعبر عن الدرجة الاحتمالية الموجودة فعلا في نفس شخص معين سواء كانت متطابقة مع تلك المبررات أم لا)) (٣٥)

وبعد أن يميز الشهيد الصدر بين الاحتمالين الذاتي والموضوعي على أساس المطابقة مع المبررات الموضوعية، يجد أن من الضروري أن نعرف : (((ما هي المبررات الموضوعية التي تحدد درجة التصديق – التي تعبر عن اليقين والاحتمال بدرجته المتفاوتة – وكيف يمكن أن نحدد الدرجة الموضوعية لتصديقاتنا ؟

إن الدرجة الموضوعية للتصديق هي : تلك الدرجة التي يمكن استنباطها من الدرجات الموضوعية لتصديقات سابقة، فكما أن قضية من قضايا الرياضيات أو المنطق تستنبط من قضايا أخرى، كذلك الدرجات الموضوعية للتصديقات تستنبط من الدرجات الموضوعية لتصديقات سابقة. وكما يجب في مجال استنباط القضايا بعضها من

بعض أن نفترض بداية غير مستتبطة ولا مندرجة ضمن قانون أعم وأشمل منها – كمصادرات الرياضة البحتة التي تشكل البداية والقاعدة لاستنباط كل القضايا النظرية في هذا الميدان –، كذلك يجب في مجال استنباط الدرجة الموضوعية للتصديق أن نفترض بداية تحتوي على عدد من الدرجات لتصديقات معينة، وتكون هذه الدرجات موضوعية ومعطاة عطاء مباشرا في نفس الوقت، أي أنها لا تستمد موضوعيتها وصحتها من درجات سابقة. وهذا يعني : أن الدرجات الموضوعية للتصديق على قسمين :

أحدهما : الدرجة التي يمكن البرهنة على موضوعيتها – أي على صحتها – عن طريق درجات صحيحة لتصديقات سابقة.

والآخر : الدرجة التي تكون موضوعيتها – أي صحتها – أولية ومعطاة بصورة مباشرة.

وفي هذا الضوء نعرف : أن أي تقييم موضوعي لدرجة التصديق يجب أن يفترض مصادرة مفادها : أن هناك درجات وتقييمات بديهية أولية وغير مستتبطة، إذ ما لم تكن هناك درجات تتمتع بالصحة الموضوعية بصورة مباشرة، لا يمكن أن توجد درجات مستتبطة.

كما نعرف في هذا الضوء أيضا أن هناك خطين للاستنباط في المعرفة البشرية : أحدهما خط استنباط القضايا التي يتعلق بها التصديق بعضها من بعض. والآخر : خط استنباط درجات التصديق المتعددة بعضها من بعض. فاستنباط القضية القائلة : ((إن زوايا المثلث تساوي قائمتين)) من مصادرات الهندسة الإقليدية ينتمي إلى الخط الأول، وأما استنباط درجة التصديق الموضوعي بأن قطعة النقد سوف تبرز وجه الصورة من درجة التصديق الموضوعي بأن قطعة النقد سوف تواجه إحدى حالتين فقط، فهو من الخط الثاني؛ لأن الاستنباط هنا ليس استنباط قضية من أخرى، إذ أن القضية القائلة : ((إن قطعة النقد سوف تبرز وجه الصورة)) لا يمكن استنباطها من القضية القائلة : ((إن قطعة النقد سوف تواجه إحدى حالتين فقط))، وإنما ينصب الاستنباط هنا على

درجة التصديق، فتحدد درجة التصديق بالقضية الأولى : $1/2$ ،
وتستنبط هذه الدرجة من الدرجة المحددة للتصديق بالقضية الثانية
وفق نظرية الاحتمال 0.36)

وعلى سبيل الاستطراد – للفائدة ليس إلا – : تذكرني مقولة الشهيد
الصدر في استنباط درجات التصديق بعضها من بعض بـ :

((محاولة (بيرس) في رد العملية الاحتمالية إلى عملية استدلالية
لا تختلف في جوهرها عن العملية القياسية، وذلك أن (بيرس) يقيم
مقارنة بين العملية الاحتمالية والقياسية هادفاً إلى التوحيد بينهما .
ويضرب لذلك مثالين :

الأول :

أ – حوالي ٢% من المصابين في أكبادهم يشفون.

ب – هذا الرجل مصاب في كبده.

ج - وعلى هذا فهناك مصادفتان بين مائة مصادفة على أنه سوف
يشفى.

والمثال الثاني :

كل إنسان فان.

إنوخ كان إنساناً.

إذن فينبغي أن يكون قد مات.

والمثال الثاني كما يذكر (بيرس) تطبيق لقاعدة عامة على حالة
خاصة، أما المثال الأول فتطبيق قانون ليس كلياً كلية مطلقة على حالة
جزئية. ولكن كلا المثالين – كما يذكر بيرس – يطلق عليه استدلالاً.
ويهتم (بيرس) اهتماماً بالغاً بما يكشفه بين القياس وما يسميه
بالاستدلال الاحتمالي من تشابه وأوجه اختلاف ، والفارق الأكبر هو

أسلوب معالجة موضوع موحد، فأحدهما منهجه كيفي والآخر كمي، أما فيما عدا ذلك فهما نوعان من أصل واحد، أو على حد تعبيره : ((منطق الاحتمال منسوب إلى القياس العادي كنسبة الفرع الكمي إلى الفرع الكيفي في علم واحد)) . وعلى هذا تصبح نظرية الاحتمالات هي نفسها علم المنطق معالجا معالجة كمية ((٠ (٣٧)

وفي ضوء ما تقدم من تمييز بين الاحتمال الذاتي والموضوعي نعرف أن نظرية الشهيد الصدر في الاحتمال نظرية موضوعية تبتعد بالاحتمال عن الجانب الذاتي الذي يمثل الجانب السيكولوجي من المعرفة وتستند إلى الاحتمال الموضوعي الذي له طابع موضوعي مستقل عن الحالة النفسية والمحتوى السيكولوجي الذي يعيشه هذا الإنسان أو ذاك فعلا .

السابعة - في هذه النقطة نحاول أن نجيب على السؤال التالي : هل أن نظرية الاحتمال عند الشهيد الصدر تنظر إلى الاحتمال على أنه علاقة موضوعية قائمة بصورة مستقلة عن الإدراك . أي أنه علاقة قائمة خارج الذات التي تدركها ؟

وفي الجواب نقول : إذا كان قد تبين لنا في النقطة السابقة موضوعية الاحتمال في ضوء الشهيد الصدر، فلأننا فهمنا الموضوعية بمعناها المقابل للذاتية التي تجعل الاحتمال أمر عقيدة شخصية لا سند لها إلا ما نظنه صوابا.

أما إذا فهمنا الموضوعية بمعناها المقابل للذاتية التي ترى في الاحتمال أنه علاقة غير مستقلة عن الإدراك وغير خارجة عن الذات التي تدركها، فبالتأكيد أن نظرية الشهيد الصدر في الاحتمال هي نظرية ذاتية وغير موضوعية، ولعل ما كتبه الشهيد الصدر تحت عنوان (مشاكل التعريف الرئيس للاحتمال) يؤكد هذا المعنى بشكل واضح. حيث كتب هناك - فيما نقلناه عنه فيما تقدم - : (((ولكن هذا القول يعود بنا إلى التفسير الأول للتساوي، أي تفسيره بالتساوي في درجة الاحتمال، فنواجه الاعتراض الذي أثارناه سابقا ضد التعريف على أساس هذا التفسير، وهو أن التعريف - على هذا الأساس -

يفترض الاحتمال بصورة مسبقة، فلا يمكن أن يضع تحديدا للاحتمال بصورة عامة على نحو شامل للاحتتمالات التي يفرضها بصورة مسبقة.

فلا بد إذن أن نحاول تفسير العلاقة التي تربط (س) بكل حالة من الحالات الممكنة بدون افتراض الاحتمال في محتوى تلك العلاقة، وهذا يعني أن العلاقة يجب أن تكون ثابتة بصورة مستقلة عن عالم الاحتمال واليقين، وقائمة بصورة موضوعية بين قضيتين : إحداهما (س) والأخرى الحالة التي ترتبط بها، أي بين قضية أن قطعة النقد قد رميت إلى الأرض، وقضية أن وجه الصورة قد ظهر.

ونحن إذا فحصنا العلاقة الموضوعية التي تربط بين قضيتين نجد أن إحدى القضيتين قد يكون بينها وبين القضية الأخرى علاقة لزوم، بمعنى أن صدق قضية يستلزم صدق القضية الأخرى، وقد يكون بينهما علاقة تناقض بمعنى أن صدق قضية يستلزم كذب القضية الأخرى، وقد تكون بينهما علاقة إمكان بمعنى أن إحدى القضيتين لا تستلزم الأخرى ولا تناقضها، وعلاقة الإمكان بهذا المعنى ليست بمعنى الاحتمال؛ لأن الإمكان بمعنى الاحتمال ليس علاقة موضوعية قائمة بصورة مستقلة عن الإدراك، بل الإمكان هنا معناه نفي علاقة اللزوم وعلاقة التناقض، ولما كانت علاقة اللزوم وعلاقة التناقض موضوعيتين فكذا نفيهما.

وعلى هذا الضوء نجد أن العلاقة الموضوعية القائمة بين (س) وكل حالة من الحالات الممكنة هي علاقة الإمكان بهذا المعنى السلبي أي نفي علاقة اللزوم والتناقض. ومن الواضح أن التساوي بين الحالات الممكنة بالنسبة إلى (س) المفترض في التعريف لا يمكن أن نفسره على أساس هذه العلاقة؛ لأن هذه العلاقة ليس لها درجات يمكن افتراض التساوي والتفاوت بين الحالات.

وهكذا نجد في النهاية أنفسنا أمام علاقيتين – علاقة الاحتمال وعلاقة الإمكان – لا يمكن أن نفسر التساوي المفترض في التعريف على أساس أي واحدة منهما، فلا علاقة الاحتمال الذاتية تصلح أساسا

للتساوي المفترض؛ لأن هذا يجعل التعريف يفترض الاحتمال بصورة مسبقة، ولا علاقة بالإمكان الموضوعية تصلح أساسا للتساوي المفترض لأن هذه العلاقة ليس لها درجات (((٠ (٣٨)

وفي ضوء ما تقدم يمكننا أن نفهم لماذا : أولا : حذر الشهيد الصدر – بعد أن أكد أن الاستقراء يؤدي إلى الاقتراب باحتمالاتنا إلى الحقيقة – من أن يفهم أن هذا التأكيد يعني ربط درجة الاحتمال بالتكرار مباشرة، وثانيا : أكد أن الاحتمال دائما يقوم على أساس علم إجمالي، والاستقراء يقرب الاحتمال من الحقيقة عن طريق تعميق العلم الإجمالي وإثرائه.

فلو أن احدا ما قد فهم من تأكيد الشهيد الصدر (أن الاستقراء يؤدي إلى الاقتراب باحتمالاتنا إلى الحقيقة) أن الشهيد الصدر يعني ربط درجة الاحتمال بالتكرار مباشرة، لكان قد فهم بالضرورة أن الشهيد الصدر يعتقد أن الاحتمال – من قبيل الأوصاف الخارجية – علاقة موضوعية قائمة بصورة مستقلة عن الإدراك، وهذا هو بالضبط ما يرفضه الشهيد الصدر؛ باعتبار أنه يرى أن الاحتمال علاقة ذاتية كما هو واضح مما تقدم.

الثامنة – في هذه النقطة نحاول أن نجيب على السؤال التالي : يرى الدكتور (عبد الكريم سروش) أن الشهيد الصدر يعتقد كما يعتقد (كارناب) و (رامزي) أن الاحتمال عبارة عن لون من التصديق الظني والاعتقاد القلبي الموجه . فهل أن ما يراه (سروش) حقا أم أنه ليس بحق ؟

وفي الجواب نقول : لو كان لمصطلح الاعتقاد العقلي معنى محدد ومتفق عليه بين رجال النظرية المنطقية في الاحتمال والآخرين، لكان من السهل علينا بعد التأمل في معنى الاحتمال عند الشهيد الصدر أن نعلم ما إذا كان الشهيد الصدر يعتقد أن الاحتمال لون من الاعتقاد العقلي – شأنه في ذلك شأن (كارناب) و (رامزي) – أم أنه لا يعتقد ذلك .

ولما لم يكن - فيما نعلم - لمطلح الاعتقاد العقلي معنى محدد ومتفق عليه، علينا إذن أن نعود إلى رجال النظرية المنطقية في الاحتمال لننتعرف على ما يعنيه هذا المصطلح في ضوءهم.

يعتقد رجال النظرية المنطقية في الاحتمال - ومنهم (كارناب) و (رامزي) - أن الاحتمال علاقة بين قضايا لا بين حوادث، ويرتكز على الاعتقاد العقلي، الذي هو عملية منطقية استخلاصية من معارف تعتبر مقدمات أولى للاستخلاص. (٣٩) أي أن الاعتقاد العقلي لا يعد مجرد درجة ذاتية من الاعتقاد في قيمة احتمالية معينة، وإنما هو استخلاص عقلي من مقدمات إلى نتيجة استخلاصا يخضع للقواعد المنطقية، لهذا يسمى بالاعتقاد العقلي أي بقياس نتيجة استخلاص منطقي. (٤٠) وبهذا يتضح: أن الحكم بالاحتمال يستند دائماً إلى معرفة سابقة، والاحتمال نفسه ليس إلا درجة الاعتقاد العقلي فيما يتعلق بالقضية الجديدة أو علاقة القضية الجديدة بالموقف العرفاني أو بالمعرفة السابقة.

وفي ضوء هذا الفهم لمصطلح الاعتقاد العقلي، نستطيع أن نقول أن الشهيد الصدر لا يعتقد أن الاحتمال لون من الاعتقاد العقلي - بمعناه عند رجال النظرية المنطقية - ، فليس الحكم بالاحتمال يستند دائماً إلى معرفة سابقة، أي: ((ليس الاحتمال معلقاً دائماً بوجود مجموعة القضايا التي تتمثل بالبيانات. فهناك نوع منه لا يتضمن وجود بيئة إطلاقاً، من قبيل احتمال وجود عالم آخر يختلف نظامه عن نظام عالمنا الكوني)) (٤١)

على أن نشير إلى أن السيد عمار أبو رغيف قد كتب - كما أشرنا إلى ذلك فيما تقدم تحت عنوان (تعليق السيد عمار أبو رغيف على موقف الدكتور سروش من تعريف الشهيد الصدر) - ما نصه :

((من هنا يتضح لنا حجم الحذف والاجتزاء الذي ارتكبه (سروش) ، كما يتضح لنا - بعد وضوح أن الشهيد الصدر يرى إمكانية تفسير الاحتمال في صيغتين - خطأ التطابق الذي اكتشفه (سروش) بين

مدرسة (كارناب) وبين نظرية الشهيد الصدر في تفسير الاحتمال على أساس أنه درجة من درجات الاعتقاد العقلي)) (٤٢)

يفهم مما تقدم : أنه لو لم يكن ممكنا تفسير الاحتمال إلا في ضوء الصيغة الثانية، لكان الدكتور (سروش) مصيبا في اكتشافه التطابق بين مدرسة كارناب والشهيد الصدر في تفسير الاحتمال على أساس أنه درجة من درجات الاعتقاد العقلي .

أما نحن فنرى - كما هو واضح مما تقدم - أن تعريف الشهيد الصدر - بكلا صيغتيه - لا يمكن أن يفهم منه أن الشهيد الصدر يتفق مع (كارناب) في أن الاحتمال درجة من درجات الاعتقاد العقلي - بمعناه عند (كارناب) - .

وعلى أن نشير أيضا إلى ما كتبه السيد عمار أبو رغيف - فيما نقلناه عنه فيما تقدم أيضا - ، حيث ذكر هناك : ((نعم يعتقد الشهيد الصدر أن الاحتمال يمكن تفسيره على أساس أنه درجة من درجات الاعتقاد العقلي، في ضوء إضافة بديهية لحساب الاحتمال، أو في ضوء التطابق بين هذه الدرجة وبين الدرجة التي تحددها النسبة بين عدد مراكز المحتمل إلى مجموعة مراكز الأطراف في العلم الإجمالي، وقد ابتكر علاجا لقياس هذا التطابق، وذلك بإضافة بديهية جديدة لبديهيات حساب الاحتمال)) (٤٣)

أقول : إن كان السيد عمار أبو رغيف قد قصد أن الشهيد الصدر يعتقد أن الاحتمال يمكن تفسيره على أنه درجة من درجات الاعتقاد العقلي - بمعناه عند رجال النظرية المنطقية - ، فقد قلنا فيما تقدم أنه من غير الممكن أن نفهم من تعريف الشهيد الصدر أن الاحتمال درجة من درجات الاعتقاد العقلي - بمعناه عند رجال النظرية المنطقية - . وإن كان السيد عمار أبو رغيف قد قصد أن الشهيد الصدر يعتقد أن الاحتمال يمكن تفسيره على أنه درجة من درجات الاعتقاد العقلي - في ضوء فهم الاعتقاد العقلي بمعنى آخر غير المعنى الذي تحدده له النظرية المنطقية في الاحتمال - ، فنحن نؤكد هذا المعنى الآخر،

الذي يرى في الاحتمال أنه درجة من درجات التصديق المتفاوتة، أي أنه من جنس العلم بدون أن يضيف إلى هذا المعنى شيئاً آخر.

التاسعة - يؤكد الدكتور (عبد الكريم سروش) : أن الشهيد الصدر يفيد من كلا نظريتي الاحتمال الكلاسيكية والتكرارية ليحكم تعريفه ويجنبه الخلل. فهو يعتقد بضرورة تحديد الوجوه الممكنة لوقوع الحادثة الخاصة بالاستعانة بالتجربة والتقسيمات العقلية، ثم يؤتى على تشكيل مجموعة محددة من هذه الوجوه، ثم يحدد احتمال كل وجه خاص من هذه المجموعة وفقاً للتعريف أعلاه. (٤٤)

وهكذا، فالشاهد الصدر من وجهة نظر الدكتور (سروش) حينما لم يرتض التعريف الكلاسيكي، واستبدله بتعريفه، قد فر من مشكلة وقوع في مشكلة أخرى، فالشاهد الصدر - بحسب الدكتور سروش - قد جمع بين مدرستي (فون ميزس) و (لابلاس)، واتخذ من الاستقرار الإحصائي لـ (فون ميزس) طريقة لتحديد أطراف العلم الإجمالي. (٤٥)

لم يرتض السيد عمار أبو رغيف من الدكتور (سروش) تأكيده في أن نظرية الشهيد الصدر في الاحتمال تلفيق وخليط من التكرارية والكلاسيكية، ومن (لابلاس) و (فون ميزس) وفي ما يلي نص تعليق السيد عمار أبو رغيف بهذا الصدد :

((لاحظ الدكتور أيضاً أن الشهيد الصدر أفاد من النظرية الكلاسيكية، وقد وردت إشارة (سروش) إلى ذلك في قوله :

((تشكيل مجموعة محددة من الوجوه الممكنة أمر مطابق لما يريده التعريف الكلاسيكي))

كما أشار إليه في قوله :

((فإذا قطعنا علاقتنا بعالم الخارج فسوف لا نجد سوى ثلاثة شقوق) وهذا هو الحصر المنطقي في النظرية الكلاسيكية للاحتمال (-----))

وقد لاحظ الدكتور أيضا أن السيد الشهيد أفاد من النظرية التكرارية، وذلك في الإفادة من التجربة لتشكيل المجموعة .

((الإفادة من التجربة لتشكيل هذه المجموعة هو عين ما تسعى إليه النظرية التكرارية))

كما أفاد الصدر من النظرية التكرارية - حسب سروش - في التأكيد على ضرورة الإفادة من التجربة في تحديد درجة الاحتمال .

وفي ضوء هاتين الملاحظتين (ملاحظة إفادة الشهيد الصدر من المدرسة الكلاسيكية للاحتمال، وملاحظة إفادته من النظرية التكرارية للاحتمال)، أكد الدكتور (سروش) في أكثر من موضع في دراسته على أن نظرية الشهيد الصدر تلفيق وخليط من التكرارية والكلاسيكية، ومن (لابلاس) و (جون ميزس) .

ولا يسعني هنا إلا أن أسجل ملاحظاتي حول ما أفاده الدكتور (سروش) في هذا المجال ضمن النقاط التالية :

أولا : ما هو معنى تشكيل المجموعة من الوجوه الممكنة ؟ فتشكيل المجموعة يعني تحديد أعضاء الفئة، فهل أن عدد أعضاء الفئة تتم في المدرسة الكلاسيكية على أساس الإمكان العقلي للوجوه ووفق الحصر المنطقي ؟

لاحظنا أن الدكتور يرى ذلك ويرى أن تشكيل المجموعة في المدرسة التكرارية يتم عن طريق التجربة وتكرار الحدوث .

لاحظنا في دراسة ((الصعوبات التي تواجه تعريف الشهيد الصدر)) أن الأخ (سروش) ذهب إلى أن ((تعيين عدد أعضاء المجموعة)) مشكلة لا تواجه التعريف التكراري، وقد أشرنا إلى خطأ هذا المذهب، كما لاحظنا أنه أكد أن مشكلة ((تعيين عدد أعضاء المجموعة)) تواجه النظرية الكلاسيكية أيضا، ونحن مع الدكتور في صحة تأكيده

على أن مشكلة اختيار عدد الأعضاء تواجه النظرية الكلاسيكية أيضا، ولكنني أريد أن أفهم كيف تواجه النظرية الكلاسيكية هذه المشكلة، مع أنها تشكل المجموعة على أساس الوجوه الممكنة ووفق الحصر المنطقي – كما أكد ذلك سروش – ؟

فنحن إذا آمنا بأن المجموعة تحدد أعضاؤها على أساس الحصر المنطقي، فأني مشكلة سوف تواجه في تعيين عدد أعضاء المجموعة ؟ إنما تقف مشكلة تعدد البدائل وتنوع أساليب اختيار المجموعة في حالة خروجنا من دائرة الحصر المنطقي، وإيماننا بأن المجموعة يمكن أن تشكل في ضوء معطيات الواقع التجريبي.

ثم كيف صح للأخ (سروش) أن يقول في صدد تشكيل العلم الثلاثي الأطراف بأنه (حصر منطقي في النظرية الكلاسيكية) بينما اعتبر تشكيل العلم الإجمالي الثاني من (١١) عضوا قائما على أساس التجربة ؟

أنا لا أفهم كيف كان تعيين احتمال الوليد – بأنه اما أن يكون ذكرا واما أن يكون أنثى وأما أن يكون خنثى – تعيينا بالحصر المنطقي، وتعيين احتمال الوليد بأنه خنثى $= 1/11$ --- تعيين بالحصر الاستقرائي ؟

إن كلا منهما تعيين بالحصر الاستقرائي، فأن يكون الوليد ذكرا أو أنثى أو خنثى أمر لم يمنحه الحصر المنطقي، إنما هو معطى من معطيات التجربة البشرية.

ننتقل من النقض إلى الحل، فالأخ (سروش) خلط بين تحديد قيمة الاحتمال وبين تشكيل مجموعة الأطراف. على أننا لا ننكر وجود علاقة بين هذين الأمرين، لكنهما ليست علاقة التبعية الكاملة .

ونود أن ننبه إلى الفارق الأساس بين المدرسة الكلاسيكية والمنطقية وبين المدرسة التجريبية في تحديد قيمة الاحتمال. حيث

ترى المدرستان أنه معطى قبلي يحدد وفقا لمباديء قبل التجربة والتكرار، وهذا لا يعني – كما تخيل سروش – أن هاتين المدرستين لا تفران بأن تنمية الاحتمال ممكنة، بل لا بد أن تكون في ضوء التجربة وتكرار الشواهد والبيانات التي تدعم الفرض وتثري القيمة الاحتمالية المحددة قبلها. بينما ترى المدرسة التكرارية أن الاحتمال معطى تجريبي يحدد وفقا لنسبة تكرار الحدوث المتناهي أو الامتناهي ٠

من هنا يتضح أن مقارنة الدكتور بين نظرية الاحتمال لدى الصدر وبين نظريات الاحتمال الأخرى ليست دقيقة، وليست مستدلة استقرائيا أو قياسيا !

يهما أن نشير إلى أن الدكتور اعتبر نظرية الشهيد الصدر في الاحتمال خليطا من الكلاسيكية والتكرارية والمنطقية، ومن هنا حق لنا أن نتساءل :

أولا – ألم يقل الدكتور أن الشهيد الصدر قدم نظرية جريئة جسورا في نظرية الاحتمال ؟

ثانيا – إذا كانت نظرية الاحتمال لدى الشهيد الصدر نظرية جسورا فكيف صح أن نسمها بأنها خليط ؟

ثالثا – ألم يطرح الدكتور (سروش) مقياسا لنمو المعرفة البشرية يؤكد فيه أن هذا النمو مدين بشكل أساس للنظريات الجريئة، وأن عمل العلماء ليس هو جمع وتفريق المعطيات، بل هو تقديم أطروحات جديدة، وبناء أبنية مستحدثة، تقف في خطواتها الجسور على قمم أرفع من مستوى الأرقام والمشاهدات ؟

رابعا – وهل ينسجم هذا المقياس مع عد نظرية الشهيد الصدر خليطا ومزجا بين النظريات والتجارب العلمية التي سبقته ؟ ((٠ (٤٦)

نحن نعتقد أن السيد عمار أبو رغيف كان محقا حينما رفض أن تكون نظرية الشهيد الصدر خليطا من نظريات مختلفة، ولكننا نود أن نبدي الملاحظتين التاليتين :

الملاحظة الأولى : يمكننا أن نعبر - أيضا - عن الفارق الأساس بين المدرسة الكلاسيكية والمنطقية وبين المدرسة التجريبية، فإننا نقول : أن المدرستين تعتقدان أن الاحتمال علاقة ذاتية، بمعنى أنها علاقة غير قائمة بصورة مستقلة عن إدراكنا. أما المدرسة التجريبية فهي ترى أن الاحتمال علاقة موضوعية قائمة بصورة مستقلة عن إدراكنا، بمعنى أنها علاقة قائمة خارج الذات التي تدركها.

الملاحظة الثانية - نحن لا نرى مشكلة في أن تكون نظرية الشهيد الصدر في الاحتمال - بالإضافة إلى ما اشتملت عليه من إبداعات عديدة - قد استفادت - وبلا شك - شأنها شأن غيرها من نظريات الاحتمال من النظريات الأخرى، لكنها لم تستفد من تلك النظريات على نحو الترقيع - كما قد يوحي كلام الدكتور (سروش) -، بل استفادت على نحو التطوير والتغلب على المشاكل التي واجهتها تلك النظريات.

هوامش الإضاءة العاشرة

- ١ - الأسس المنطقية للاستقراء، مصدر سابق، ص ٢٢٩ .
- ٢ - نفس المصدر، ص ٢٢٩-٢٣٢ .
- ٣ - نفس المصدر، ص ٢٣٢-٢٣٥ .
- ٤ - الأسس المنطقية في ضوء دراسة الدكتور (سروش)، مصدر سابق، ص ١٠١-١٠٢ .
- ٥ - الاستقراء والمنطق الذاتي، مصدر سابق، ص ٢٩٨ .
- ٦ - نفس المصدر، ص ٢٢٧ .
- ٧ - الأسس المنطقية في ضوء دراسة الدكتور (سروش)، مصدر سابق، ص ٣٨ .
- ٨ - الأسس المنطقية للاستقراء، مصدر سابق، ص ٢٤١ .
- ٩ - الاستقراء والمنطق الذاتي، مصدر سابق، ص ٢٩٨-٢٩٩ .
- ١٠ - نفس المصدر، ٢٩٩ .
- ١١ - الأسس المنطقية للاستقراء، مصدر سابق، ص ٢٣٩-٢٤٠ .
- ١٢ - الاستقراء والمنطق الذاتي، مصدر سابق، ص ٢٩٩ .
- ١٣ - نفس المصدر، ص ٣٠٠ .
- ١٤ - نفس المصدر، ص ٣٠٠-٣٠١ .
- ١٥ - الأسس المنطقية للاستقراء، مصدر سابق، ص ٢٦٢ .
- ١٦ - نفس المصدر، ص ٢٦٥ .

- ١٧ - نفس المصدر، ص ٢٤١ .
- ١٨ - الاستقراء والمنطق الذاتي، مصدر سابق، ص ٣٠١ .
- ١٩ - الأسس المنطقية للاستقراء، مصدر سابق، ص ٣٥٩ .
- ٢٠ - نفس المصدر، ص ٣٦٤-٣٦٥ .
- ٢١ - نفس المصدر، ص ٣٦٩ .
- ٢٢ - نفس المصدر، ص ٢٣٦-٢٣٩ .
- ٢٣ - نفس المصدر، ص ٢٣٩ .
- ٢٤ - نفس المصدر، ص ٢٦٧-٢٧٠ .
- ٢٥ - الأسس المنطقية في ضوء دراسة الدكتور (سروش)، مصدر سابق، ص ٧٦-٧٧ .
- ٢٦ - الاستقراء والمنطق الذاتي، مصدر سابق، ص ٣٠١ .
- ٢٧ - الأسس المنطقية في ضوء دراسة الدكتور (سروش)، مصدر سابق، ص ٣٧-٣٨ .
- ٢٨ - نفس المصدر، ص ١٠١-١٠٢ .
- ٢٩ - نفس المصدر، ص ١٠١ و ص ١٠٤-١٠٥ .
- ٣٠ - الأسس المنطقية في ضوء دراسة الدكتور (سروش)، مصدر سابق، ص ١٢٧ .
- ٣١ - نفس المصدر، ص ١٠٢ - ١٠٣ .
- ٣٢ - نفس المصدر، ص ١٣٢ .

- ٣٣ - الأسس المنطقية للاستقراء، مصدر سابق، ص ٢٤١-٢٤٢ .
- ٣٤ - نفس المصدر، ص ٢٦٨-٢٦٩ .
- ٣٥ - نفس المصدر، ص ٤١٥ .
- ٣٦ - نفس المصدر، ص ٤١٥-٤١٧ .
- ٣٧ - فلسفة المصادفة ، محمود أميين العالم، مصدر سابق، ص ٢١٦-٢١٧ .
- ٣٨ - الأسس المنطقية للاستقراء، مصدر سابق، ص ٢١٦-٢١٨ ،
- ٣٩ - فلسفة المصادفة، مصدر سابق، ص ٢٢٤ .
- ٤٠ - نفس المصدر، ص ٢٢٢ .
- ٤١ - الاستقراء والمنطق الذاتي، مصدر سابق، ص ٢٥٧-٢٥٨ .
- ٤٢ - الأسس المنطقية في ضوء دراسة الدكتور (سروش)، مصدر سابق ، ص ١٠٥ .
- ٤٣ - نفس المصدر، ص ١٢٧ .
- ٤٤ - نفس المصدر، ص ٣٨ .
- ٤٥ - نفس المصدر، ص ٧٦ .
- ٤٦ - نفس المصدر، ص ١٢٨-١٣١ .

الإضاءة الحادية عشر

نظرية الاحتمال في ضوء المذهب الذاتي

(تفسير الاحتمال)

(و)

تعريف الشهيد الصدر للاحتمال

(٢)

وفاء التعريف بالبديهيات

وفاء التعريف بالبديهيات :

كتب الشهيد الصدر في (الأسس المنطقية للاستقراء) تحت عنوان وفاء التعريف بالبديهيات ما نصه : (((نريد أن نعرف في هذه النقطة أن هذا التعريف هل يفى بالبديهيات ؟ بمعنى أن الاحتمال على أساس هذا التعريف هل تصدق عليه البديهيات أو لا ؟

ولنأخذ أولاً ح/ل بالمعنى الثاني أو بالصيغة الثانية للتعريف ونطبق عليه البديهيات، ثم نأخذه بالمعنى الأول وندرس مدى انطباق تلك البديهيات عليه .

إذا أخذنا ح/ل بمعنى نسبة المراكز التي يحتلها الشيء في مجموعة أطراف العلم فسوف نرى أن البديهيات كلها صادقة .

فالبديهية الأولى تقول : هناك قيمة واحدة لـ ح/ل، وهذا صادق؛ لأن نسبة المراكز التي يحتلها الشيء إلى المراكز التي تشتمل عليها مجموعة أطراف العلم الاجمالي لا بد لها من قيمة واحدة .

والبديهية الثانية تقول : إن القيم الممكنة لـ $ح/ل$ هي الأعداد الحقيقية من صفر إلى واحد، وهذا يصدق أيضا ؛ لأن الشيء قد لا يحتل أي مركز في مجموعة أطراف العلم وحينئذ تكون قيمة $ح/ل$ صفرا، وقد يحتل كل المراكز في تلك المجموعة وحينئذ تكون قيمة $ح/ل$ واحدا، وقد يحتل بعضها فتكون قيمة $ح/ل$ كسرا يتراوح بين الصفر والواحد.

والبديهية الثالثة تقول : إذا كانت (ح) تستلزم (ل) كان $ح/ل = ١$.

والبديهية الرابعة تقول إذا كانت (ح) تستلزم (ل ل) كانت $ح/ل =$ صفرا .

وكلتا هاتين البديهيتين صادقتان ؛ لأن أعضاء مجموعة أطراف العلم إذا كانت كلها تستبطن ذلك الشيء الذي نريد تحديد احتماله فسوف تكون مراكزه في المجموعة بعدد أعضاء المجموعة، وهذا يعني أن $ح/ل = ١$ ، وإذا كانت كلها تستبطن عدمه فمراكزه في المجموعة سوف تكون صفرا أي أن $ح/ل = ٠$.

والبديهية الخامسة هي بديهية الاتصال التي تقول : إن احتمال كل من (ل) و (ك) في وقت واحد بالنسبة إلى (ح) هو احتمال (ل) بالنسبة إلى (ح) مضروبا باحتمال (ك) بالنسبة إلى (ل) و (ح) .

إن هذه البديهية تحدد قيمة الاحتمال الناتج من ضرب احتماليين أحدهما بالآخر ، وهذا التحديد يتفق تماما مع التعريف الذي ندرسه للاحتمال، بل أنه مستنتج منه وليس من المصادرات المفترضة للاحتمال، ويتضح ذلك بالمثل التالي : إذا افترضنا طالبا في المنطق والرياضيات فهناك احتمال أن يكون متفوقا في المنطق، وهناك احتمال أن يكون متفوقا في الرياضيات ، ويوجد احتمال ناتج من الضرب بين الاحتمالين السابقين وهو احتمال أن يكون متفوقا فيهما معا .

إننا في هذا المثال نواجه ثلاثة احتمالات وكل منها عضو في مجموعة الاحتمالات التي تتمثل في علم إجمالي، فنحن على أساس الاستقراء مثلا نعلم بأن هناك سببين يؤدي كل منهما إلى التفوق في المنطق نرسم إليهما بـ (أ) و (ب) ، وسببين يحول كل منهما دون ذلك نرسم إليهما بـ (ج) و (د) . ونعلم أيضا نفس الشيء بالنسبة إلى التفوق في الرياضيات ، فهناك سببان للتفوق وسببان لعدم التفوق، ونرسم إلى تلك الأسباب بنفس الرموز السابقة مع وضع فتحة عليها، ونفرض أن سببي التفوق متنافيان وكذلك سببا عدم التفوق، فيوجد لدينا على أساس هذا الافتراض علمان إجماليان :

١ - العلم الإجمالي بإحدى الحالات الآتية :

١ - وجود (أ)

٢ - وجود (ب)

٣ - وجود (ج)

٤ - وجود (د)

٢ - العلم الإجمالي بإحدى الحالات الآتية :

١ - وجود (أ)

٢ - وجود (ب)

٣ - وجود (ج)

٤ - وجود (د)

وتفوق الطالب في المنطق له مركزان في مجموعة الأطراف الأولى، وهما (أ) و (ب)، وتفوقه في الرياضيات له مركزان في مجموعة الأطراف الثانية، وهما (أ) و (ب)، فتكون درجة كل من احتمال التفوق في المنطق واحتمال التفوق في الرياضيات $2/4 = 1/2$. وأما احتمال تفوقه في المنطق والرياضيات فهو عضو في مجموعة الاحتمالات التي تتمثل في علم إجمالي ثالث متكون من العلمين السابقين وهو العلم الإجمالي بإحدى الحالات الآتية :

١ - وجود (أ) و (أ)

٢ - وجود (أ) و (ب)

٣ - وجود (أ) و (ج)

٤ - وجود (أ) و (د)

٥ - وجود (ب) و (أ)

٦ - وجود (ب) و (ب)

٧ - وجود (ب) و (ج)

٨ - وجود (ب) و (د)

٩ - وجود (ج) و (أ)

١٠ - وجود (ج) و (ب)

١١ - وجود (ج) و (ج)

١٢ - وجود (ج) و (د)

١٣ - وجود (د) و (أ)

١٤ - وجود (د) و (ب)

١٥ - وجود (د) و (ج)

١٦ - وجود (د) و (د)

وإذا لاحظنا المراكز التي يحتلها التفوق في المنطق والتفوق في الرياضيات معا في هذه المجموعة من أطراف العلم الاجمالي نجد أنها $4/16$ أي $1/4$ ، فيكون احتمال تفوق الطالب في المنطق والرياضيات معا هو $1/4$. لكن إذا افترضنا أن (أ ، ب) لا يجتمع أي واحد منهما مع (ج) فهذا يعني أن مجموعة الأطراف سوف لن تشتمل على الحالة الثالثة والسابعة فيكون عددها ١٤ وتكون نسبة المراكز التي يحتلها التفوق في المنطق والتفوق في الرياضيات معا $4/16$ بدلا عن $4/16$ ، وهذا تماما هو معنى أن احتمال (ك) و (ل) في وقت واحد هو احتمال (ل) بالنسبة إلى (ح) مضروبا باحتمال (ك) بالنسبة إلى (ل) و (ح) .

والبديهية السادسة : هي بديهية الانفصال القائلة : إن احتمال (ل) أو (ك) بالنسبة إلى (ح) هو احتمال (ل) بالنسبة إلى (ح) مضافا إليه احتمال (ك) بالنسبة إلى (ح) مطروحا منه احتمال (ل) و (ك) معا .

إن هذه البديهية تحدد الاحتمال الناتج من الجمع بين احتمالين، وهذا التحديد يتفق تماما مع التعريف الذي ندرسه للاحتمال، بل إنه مستنتج منه أيضا، ويتضح ذلك بالرجوع إلى نفس المثال السابق، فقد لاحظنا أن قيمة كل من الاحتمالين (احتمال التفوق في الرياضيات واحتمال التفوق في المنطق) هي $1/2$ وأما التفوق في إحدى المادتين على الأقل فيحتل ١٢ مركزا في مجموعة الأطراف التي تتمثل في العلم

الاجمالي الثالث، وبذلك تكون درجة احتمال التفوق في إحدى المادتين $12/16 = 3/4$ وهذا تماما يطابق ما تقرر به بديهية الانفصال.

وهكذا يتضح أن الصيغة الثانية من التعريف تفي بكل البديهيات المتقدمة لنظرية الاحتمال وإن كانت لا تحتاج إلى افتراض بعضها كمصادر قبلية .

وأما الصيغة الأولى من التعريف التي يعبر بموجبها ح/ل عن قسمة رقم العلم على عدد أعضاء مجموعة أطراف العلم الاجمالي فهي تتخذ من ح/ل رمزا للتعبير عن الاحتمال بمعنى درجات التصديق المتفاوتة لا بمعنى نسبة البسط في المقام، وعلى هذا الأساس لا تصدق عليها جملة من البديهيات المتقدمة لنظرية الاحتمال كالبدئية الثانية ؛ لأن رقم القيم الممكنة لـ ح/ل بهذا المعنى لا تبدأ من الصفر وتنتهي بواحد ، بل إن الصفر والواحد لا بد من أخذهما كحدين لقيم ح/ل ، بمعنى أن قيم هذا الكسر تقع بين صفر وواحد؛ لأن ح/ل بالمعنى الذي ندرسه الآن للاحتمال ليس رمزا لنسبة البسط في المقام لتتراوح هذه النسبة من الصفر إلى الواحد، وإنما هي رمز لاحتمال محدد أي لتصديق ناقص محدد بحاصل قسمة رقم العلم على عدد أعضاء مجموعة الأطراف ، والتصديق الناقص المحدد لا يمكن أن يكون صفرا ولا واحدا صحيحا، إذ في الحالة الأولى لا يوجد أي تصديق فليس هناك ح/ل، وفي الحالة الثانية يكون التصديق علما .

وكذلك أيضا البديهية الثالثة القائلة إذا كانت (ح) تستلزم (ل) كان ح/ل = 1 ، فإن (ح) هنا تعني أعضاء مجموعة أطراف العلم الاجمالي، و (ل) تعني الرقم المفترض للعلم، ولا معنى حينئذ لافتراض أن (ح) تستلزم (ل) . والشئ نفسه نقوله عن البديهية الرابعة .

ولكن يجب أن نوضح بهذا الصدد أن مسألة تقرير بديهيات الاحتمال هي مسألة اختيار؛ لأننا نريد بالبديهيات المصادر التي تتطلب نظرية الاحتمال افتراضها القبلي ، وهذا يختلف باختلاف

التفسير الذي نختاره للاحتمال، فقد يكون الاحتمال بتفسير يفترض مصادرة وبتفسير آخر لا يحتاج إلى تلك المصادرة، فلا يعني عدم صدق تلك البديهيات على تعريف للاحتمال نقصا منطقيا في التعريف.

المقارنة بين الصيغتين :

وإذا قارنا بين صيغتي التعريف من ناحية البديهيات التي تحتاج كل من الصيغتين إليها نلاحظ أن الصيغة الأولى للتعريف التي رأينا أن بعض البديهيات المتقدمة لا تصدق عليها بحاجة إلى بديهية أخرى تقول : بأن العلم الاجمالي ينقسم بالتساوي على أعضاء مجموعة الأطراف التي تتمثل فيه ؛ لأن الصيغة الأولى للتعريف ترمز بـ ح/ل إلى الاحتمال بوصفه تصديقا ناقصا يحدد بتقسيم رقم العلم الاجمالي على عدد أعضاء مجموعة الأطراف في ذلك العلم، وهذا يفترض أن يكون اليقين منقسما بالتساوي على الأطراف، ونطلق على هذه القضية اسم البديهية الإضافية الأولى التي يحتاجها تفسير الاحتمال على أساس العلم علاوة على البديهيات الأولية لحساب الاحتمال .

وأما الصيغة الثانية للتعريف التي رأينا أنها تفي بكل البديهيات المتقدمة فلا تحتاج إلى إضافة تلك البديهية؛ لأنها لا تعرف الاحتمال الرياضي بما هو تصديق ناقص بل بما هو نسبة المراكز التي يحتلها الشيء في مجموعة الأطراف إلى عدد أعضاء هذه المجموعة فيكون ح/ل محددا للاحتمال الرياضي بدون حاجة إلى افتراض تلك البديهية، فإذا أردنا بعد ذلك أن نحدد درجة التصديق على أساس تلك النسبة احتجنا إلى تلك البديهية ((((١)

في أحد تعليقاته القيمة على كتاب (الأسس المنطقية للاستقراء) كتب السيد الحائري :

((التعريف المختار وما عرف من قانون ضرب أطراف علمين إجمالين مع فرض كون التقسيمين عرضيين لا طوليين – أي كون الأقسام في أحد العلمين في عرض الأقسام في الآخر لا فرعا عن

بعض أقسام العلم الآخر – أقول : كل هذا يوضح لنا السر في الجانب الحسابي من الاحتمال :

فبديهية الاتصال التي تستعمل لفهم قيمة احتمال مجموع حادثتين تقول بالضرب بين قيمة إحدى الحادثتين في قيمة الأخرى على تقدير الأولى، ونكتة ذلك تتضح مما ذكرناه، فالحادثتان اللتان تجتمعان هما في الأصل عضوان لعلمين إجماليين لا لعلم إجمالي واحد؛ لأننا قصدنا بالعلم الإجمالي – حسب الفرض – العلم بالمجموعة المتكاملة التي لا يجتمع بعضها مع بعض فإذا أردنا أن نعرف قيمة احتمال مجموعهما لا بد من ضرب المقام في كل من الكسرين الممثلين لقيمة أحدهما بمقام الآخر وبسطه ببسطه، وذلك لأن استنباط قيمة مجموعهما يعني أننا جعلنا المجموع طرفاً واحداً لعلم إجمالي ثالث وليد لضرب أطراف أحد العلمين بأطراف الآخر بعد إسقاط الصور غير المحتملة إن كانت هناك صور غير محتملة لاجتماع بعض الأطراف ببعض، وهذا هو مساوق لضرب المقام بالمقام مع إسقاط الأطراف غير المحتملة عن طريق تقييد إحدى الحادثتين بقيد (على تقدير الحادثة الأولى) ولا بد لمعرفة البسط الجديد الذي قد يمتلك كراسي أكثر في المقام من البسط القديم من ضرب أحد البسطين في الآخر كي يحوي البسط الجديد كل موارد كراسي البسطين معاً في المقام ونسقط هنا أيضاً الصور غير المحتملة.

وسيكون البسط الجديد الذي هو عبارة عن مجموع كراسي البسطين القديمين ما لا يحتمل اجتماعهما – ولو كان – عبارة أخرى عن ضرب أحد البسطين في الآخر بعد تقييد إحدى الحادثتين بقيد (على تقدير الحادثة الأولى) وإن شئت فقل إن هذا القيد أثره أنه يجعل كل أطراف أحد العلمين قابلاً للاجتماع بكل أطراف العلم الآخر ، فلا يبقى عدا ضرب البسط في البسط والمقام في المقام ، والثاني يساوق أخذ أطراف العلم الثالث الذي هو أوسع من الأولين ، والأول يساوق جمع كراسي البسطين في المقام الجديد ، وقد لا يكون إلا كرسي واحد لمجموع البسطين كما لو كان كل من البسطين القديمين عبارة عن واحد وناتج ضرب الواحد في الواحد = الواحد.

وبديهية الانفصال التي تستعمل لفهم قيمة الجامع بين محتملين تقول بالجمع بين الاحتمالين مع إسقاط قيمة المجموع، وهذا أيضا أمر طبيعي بناء على كل ما مضى من التعريف وفكرة الضرب بين أطراف العلمين ، فإذا شكلنا العلم الإجمالي بشكل كان كل من المحتملين فيه طرفا من الأطراف كان الجمع بعد قيمتي الاحتمالين بعد إسقاط قيمة المجموع مساوقا للجمع بين كراسي البسطين في المقام الواحد ، وإسقاط قيمة المجموع إنما هو لأجل تفادي تكرار حساب احتمال المجموع مرتين)) . (٢)

هوامش الإضاءة الحادية عشر :

- ١ - الأسس المنطقية للاستقراء، مصدر سابق، ص ٢٣٥-٢٤١.
- ٢ - لاحظ تعليق السيد الحائري في هامش الأسس المنطقية للاستقراء ، ص ٢٥١-٢٥٢.

الإضاءة الثانية عشر

نظرية الاحتمال في ضوء المذهب الذاتي

(تفسير الاحتمال)

(و)

تعريف الشهيد الصدر للاحتمال

(٣)

انسجام التعريف مع الجانب الحسابي

التعريف ينسجم مع الجانب الحسابي للاحتمال :

(((نريد في هذه النقطة أن نثبت أن هذا التعريف يفسر الجانب الحسابي من الاحتمال تفسيراً كاملاً، فكل القواعد والعمليات الحسابية التي مرت بنا لتحديد درجة الاحتمال إذا درسناها بعمق نجد أن مردّها جميعاً إلى علم إجمالي يراد تحديد درجة الاحتمال على أساسه طبقاً لما يقرره هذا التعريف.

وفي النقطة الأولى قد استطعنا أن نوضح تفسير بديهيّتي الاتصال والانفصال على أساس هذا التعريف، ورأينا أن كلا من احتمال (ل) و (ك) واحتمال (ل) أو (ك) عضو في مجموعة الاحتمالات التي تتمثل في علم إجمالي، وأن تحديد درجة هذا الاحتمال وفقاً للتعريف يطابق الأسلوب الذي تقترحه البديهيّتان لتحديدّه.

وجمع الاحتمالات وضربها يرتكزان على أساس بديهيّتي الاتصال والانفصال، وبذلك يثبت أن التعريف الذي فسر البديهيّتين يفسر كل عمليات الجمع والضرب.

ولنأخذ بعد ذلك ثلاث قضايا من حساب الاحتمال، وهي مبدأ الاحتمال العكسي، ومثال الحقائق، ونظرية برنولي للأعداد الكبيرة، لنفسرها على أساس التعريف الجديد))) (١)

))) التعريف ومبدأ الاحتمال العكسي :

نرجع الآن إلى مثال الهدف الذي أوضحنا من خلاله – فيما تقدم – مبدأ الاحتمال العكسي، فقد فرضنا في هذا المثال خطأ مستقيماً مقسماً إلى قسمين : (أ) و (ب)، والمطلوب إطلاق النار على هدف موضوع على هذا الخط، ونحن لا نعلم أن الهدف هل وضع على (أ) أو على (ب)، وفرضنا أن احتمال كونه موضوعاً على (أ) $\frac{3}{4}$ واحتمال كونه موضوعاً على (ب) $\frac{1}{4}$ ، وعلى هذا الأساس افترضنا أن الطلقة قد وجهت إلى (أ) وكان احتمال أن تصيب (أ) وفقاً لما حاولناه $\frac{3}{4}$ ، واحتمال أن نخطئ في المحاولة وتصيب الطلقة (ب) $\frac{1}{4}$ ، وفرضنا أنه قيل لنا بشكل مؤكد أننا أصبنا الهدف، فما هي قيمة احتمال أن يكون الهدف موضوعاً على (أ) بعد افتراض أننا أصبنا الهدف ؟

إن قيمة هذا الاحتمال كانت قبل توجيه الطلقة $\frac{3}{4}$ ولكنها سوف تصبح بعد افتراض إصابة الهدف $\frac{9}{10}$ وفقاً للمعادلة التي يحددها مبدأ الاحتمال العكسي كما تقدم . وحينما نتأمل المغزى الحقيقي لمبدأ الاحتمال العكسي نجد أن في الحالات التي ينطبق عليها علماً إجمالياً وأن الاحتمال تتحدد درجته على أساس ذلك العلم.

ففي المثال السابق معنى أن إصابة (أ) على تقدير توجيه الرمية إليها $\frac{3}{4}$ أننا بالاستقراء استطعنا أن نعرف أن الإصابة في مثل هذه الحالة تتكرر ثلاث مرات في كل أربع رميات، وهذا يعني أن عوامل الإصابة ثلاثة ولنرمز إليها بـ (جـ ، د ، هـ)، وعامل عدم الإصابة واحد ولنرمز إليه بـ (و)، كما أن معنى أن احتمال كون الهدف موضوعاً على (أ) $\frac{3}{4}$ هو أن هناك ثلاث عوامل لصالح ذلك وعامل واحد ينفي ذلك – ولنرمز إلى العوامل المساعدة بـ (ر ، ح ،

(ي) وإلى العامل النافي بـ (س) -، فإذا وجهنا الطلقة نحو (أ)
وحاولنا إصابتها فسوف يكون لدينا علم إجمالي كالتالي :

نعلم بوقوع إحدى الحالات التالية :

١ - (ج ر) ٢ - (ج ح) ٣ - (ج ي) ٤ - (ج س)

٥ - (د ر) ٦ - (د ح) ٧ - (د ي) ٨ - (د س)

٩ - (ه ر) ١٠ - (ه ح) ١١ - (ه ي) ١٢ - (ه س)

١٣ - (و ر) ١٤ - (و ح) ١٥ - (و ي) ١٦ - (و س)

فإذا تأكدنا من أننا أصبنا الهدف فسوف تنتفي الاحتمالات التالية :

أولا : الحالة الثالثة عشر (و ر)

ثانيا : الحالة الرابعة عشر (و ح)

ثالثا : الحالة الخامسة عشر (و ي)

وهذه الحالات الثلاث من حالات ان الطلقة لم تصب (أ) والهدف
موضوع على (أ)، وهي كلها غير محتملة بعد أن علمنا أن الهدف قد
أصيب.

رابعا : الحالة الرابعة (ج س)

خامسا : الحالة الثامنة (د س)

سادسا : الحالة الثانية عشر (ه س)

وهذه الحالات الثلاث من حالات أن الطلقة قد أصابت (أ) والهدف غير موضوع (أ) فإن هذه الحالات تصبح غير محتملة أيضا بعد العلم بأن الهدف قد أصيب، وبذلك تكون اعضاء مجموعة الأطراف في العلم الإجمالي (١٠) بدلا عن (١٦) وكون الهدف موضوعا على (أ) بعد العلم بإصابة الهدف هو ٩/١٠ ، وهذا مطابق تماما مع المعادلة التي كان مبدأ الاحتمال العكسي يقدمها لنا فيما سبق ((٢)٠)

على أن نشير إلى أن الطريق الذي سلكه الشهيد الصدر فيما تقدم من كلامه في انسجام التعريف مع مبدأ الاحتمال العكسي هو – فيما يرى السيد الحائري – من باب أخذ مثال معين وتطبيق كل من أسلوب مبدأ الاحتمال العكسي وضرب أطراف أحد العلمين بالآخر لكي نرى تماثل النتيجة، وليس هو الطريق الفني في المعادلات الرياضية؛ إذ قد يخطر ببال أحد أن هذا ليس برهانا كليا على اتحاد الطريقتين على الإطلاق، نعم لا بأس بذلك لمجرد توضيح أن طريقنا يفسر مبدأ الاحتمال العكسي وكيفية ذلك بعد كوننا متأكدين من هذا التفسير عقلا، ولعل الشهيد الصدر – قدس – لا يقصد أكثر من هذا (٣)

أما الطريق الفني للبرهنة على مبدأ الاحتمال العكسي بالتعريف والضرب المختارين – والذي قد توضح فيما تقدم من بحوث الشهيد الصدر وتعليقات السيد الحائري – فيتم فيما إذا ثبت : بأن التعريف الجديد وقانون ضرب أطراف أحد العلمين بأطراف الآخر يبرهن على بديهية الاتصال والانفصال، وأن مبدأ الاحتمال العكسي هو النتيجة الرياضية لبديهية الاتصال (٤)

التعريف ومثال الحقائب : من الواضح – كما يرى السيد الحائري – أن في محاولة الشهيد الصدر بيان انسجام التعريف مع مبدأ الاحتمال العكسي تارة، وبيان انسجامه مع حساب الحقائب إحياء بأن حساب الحقائب غير مبدأ الاحتمال العكسي.

والواقع أن حساب الحقائق إن صغناه في قالب الرياضي الذي مضى - في المتن فيما تقدم من بحوث حساب الاحتمال - تحت عنوان (حساب الاحتمال في مثال الحقائق) فهو مصداق من مصاديق مبدأ الاحتمال العكسي على ما شرحناه في تعليقنا هناك. وإن صغناه في قالب معادلة (لابلاس) فمن حقنا أن نفترضه شيئاً آخر غير مبدأ الاحتمال العكسي. (٥)

وفيما يلي نص ما كتبه الشهيد الصدر في (الأسس المنطقية للاستقراء) في بيان انسجام التعريف مع مثال الحقائق :

((في مثال الحقائق كنا نفترض ثلاث حقائق تحتوي كل واحدة منها على خمس كرات، والأولى من تلك الحقائق تحتوي على ثلاث كرات بيضاء من بين الكرات الخمس، والثانية تحتوي على أربع كرات بيضاء وكرة واحدة سوداء، والثالثة تحتوي على كرات كلها بيضاء، وقد افترضنا أننا اخترنا واحدة من تلك الحقائق عشوائياً وسحبنا منها ثلاث كرات بيضاء، فما هو احتمال أن تكون الحقيقة هي الثالثة التي تحتوي على كرات بيضاء فقط ؟

وهنا نواجه أيضاً علماً إجمالياً لا بد من تحديد درجة الاحتمال على أساسه، فنحن نعلم إجمالاً أننا سحبنا ثلاث كرات بيضاء، إما من الحقيقة الأولى أو الثانية أو الثالثة.

وسحب ثلاث كرات بيضاء من الحقيقة الأولى له حالة واحدة .

وسحب ثلاث كرات بيضاء من الحقيقة الثانية له أربع حالات .

وسحب ثلاث كرات بيضاء من الحقيقة الثالثة له عشر حالات .

وهذا يعني أننا نعلم إجمالاً بواحدة من خمس عشرة حالة وكل حالة من هذه الحالات تعتبر عضواً في مجموعة أطراف ذلك العلم الإجمالي، وكون الحقيقة التي سحبنا منها الكرات الثلاث البيضاء هي

الثالثة يحتل عشرة مراكز في تلك المجموعة، فتكون درجة احتمال ذلك $10/15$ أي $2/3$ وهو يطابق تماما ما يذكره (لابلاس) في مثال الحقائق، إذ يحدد هذا الاحتمال كما يلي $1 + م / 1 + م + 1$ ، على أن يعني (م) عدد الكرات المسحوبة فعلا أي (٣) في المثال ، ويعني (ن) عدد مجموع الكرات في الحقيبة وهو خمسة في المثال الذي افترضناه، وعلى هذا فـ $1 + م / 1 + م + 1 = 4/6 = 10/15 = 2/3$.

وفي نفس المثال ما هو احتمال أن تكون الكرة التالية التي سوف نسحبها بيضاء ؟ ولما كانت الحقيبة تحتوي بعد سحب ثلاث كرات منها كرتين وكان من المحتمل أن نسحب أيا منهما فهناك احتمالان، إذا ضربناهما في الحالات الخمس عشرة المتقدمة تكون لدينا علم إجمالي تشتمل مجموعة أطرافه على ثلاثين عضوا، وكون الكرة التالية بيضاء يحتل (٢٤) مركزا في تلك المجموعة، وهذا يعني أن احتمال ذلك يساوي $24/30 = 4/5$ وهو يطابق تماما تقدير (لابلاس) للاحتمال $م + ٢ / ١ + م + ٣ + ١ = ٦/١٠$ (٦)

ويمكن توضيح ما تقدم بشكل أبسط كالتالي :

((نرمز إلى كرات الحقيبة الأولى بـ (١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥) وإلى كرات الحقيبة الثانية بـ (١' ، ٢' ، ٣' ، ٤' ، ٥') ونرمز إلى كرات الحقيبة الثالثة بـ (١'' ، ٢'' ، ٣'' ، ٤'' ، ٥'').

ولنفرض أن الكرات من (١ - ٣) هي البيضاء في الحقيبة الأولى، وأن الكرات من (١ - ٤) هي البيضاء في الحقيبة الثانية.

قبل أن نتأكد من سحب ثلاث كرات بيضاء من الحقيبة المختارة عشوائيا نريد حساب احتمال خروج ثلاث كرات بيضاء من إحدى الحقائق المختارة عشوائيا.

حينئذ سنواجه علما إجماليا مؤلفا من ثلاثين طرفا، فنحن حينما نريد سحب ثلاث كرات بيضاء من إحدى الحقائق نعلم إجمالا بأن

إحدى الصور التالية سوف تقع حتماً، لأن الحقيقة إما أن تكون هي الحقيقة الأولى، وسحب ثلاث كرات بيضاء منها له عشر صور :

١ - أن تخرج الكرة (١ ، ٢ ، ٣)

٢ - أن تخرج الكرة (١ ، ٢ ، ٤)

٣ - أن تخرج الكرة (١ ، ٣ ، ٤)

٤ - أن تخرج الكرة (١ ، ٢ ، ٥)

٥ - أن تخرج الكرة (١ ، ٤ ، ٥)

٦ - أن تخرج الكرة (١ ، ٣ ، ٥)

٧ - أن تخرج الكرة (٢ ، ٣ ، ٤)

٨ - أن تخرج الكرة (٢ ، ٣ ، ٥)

٩ - أن تخرج الكرة (٢ ، ٤ ، ٥)

١٠ - أن تخرج الكرة (٣ ، ٤ ، ٥)

ونلاحظ هنا أن الرقم (١) من هذه الصور وحده في صالح خروج ثلاث كرات بيضاء.

وأما أن تكون الحقيقة التي نريد سحب ثلاث كرات منها هي الحقيقة الثانية ، وسوف نواجه أيضاً عشر صور :

١ - أن تخرج الكرة (١ ، ٢ ، ٣)

- ٢ - أن تخرج الكرة (١٠، ٢٠، ٤٠)
- ٣ - أن تخرج الكرة (١٠، ٣٠، ٤٠)
- ٤ - أن تخرج الكرة (١٠، ٢٠، ٥٠)
- ٥ - أن تخرج الكرة (١٠، ٣٠، ٥٠)
- ٦ - أن تخرج الكرة (١٠، ٤٠، ٥٠)
- ٧ - أن تخرج الكرة (٢٠، ٣٠، ٤٠)
- ٨ - أن تخرج الكرة (٢٠، ٣٠، ٥٠)
- ٩ - أن تخرج الكرة (٢٠، ٤٠، ٥٠)
- ١٠ - أن تخرج الكرة (٣٠، ٤٠، ٥٠)

ونلاحظ هنا أن الرقم (١) ، و (٢) ، و (٣) ، و (٧) في صالح خروج ثلاث كرات بيضاء .

وأما أن تكون الحقيبة هي الثالثة ونواجه عشر صور كلها في صالح خروج ثلاث كرات بيضاء .

وإذا أردنا أن نسحب ثلاث كرات من إحدى الحقائب سنعلم إجمالاً بوقوع إحدى الصور الثلاثين المتقدمة، وخمس عشرة صورة منها في صالح خروج ثلاث كرات بيضاء .

أما إذا تأكدنا من سحب ثلاث كرات بيضاء من الحقيبة المختارة عشوائياً فهذا يعني أننا سوف نتأكد من وقوع إحدى الصور الخمس عشرة التي هي في صالح خروج ثلاث كرات بيضاء .

أي سنعلم إجمالاً بأن إحدى هذه الصور هي التي وقعت؛ لأن الحقيقة إما أن تكون الأولى وهذا يعني وقوع الصورة الأولى، وإما أن تكون هي الثانية، وهذا يعني وقوع إحدى الصور الأربع المتقدمة، وإما أن تكون هي الثالثة، وهذا يعني وقوع إحدى صورها العشرة.

إذن يتردد علمنا الإجمالي – بعد سحب ثلاث كرات بيضاء – بين خمسة عشر طرفاً، وإذا أردنا أن نحسب قيمة احتمال أن تكون الحقيقة التي اخترناها عشوائياً هي الحقيقة الثالثة التي تحتوي على خمس كرات كلها بيضاء فهذا يعني أن نطبق قانون التفسير الإجمالي في حساب قيمة احتمال الحادثة :

$$\frac{\text{عدد الأطراف التي تلازمها ع}}{\text{المجموع الكلي لأطراف العلم الإجمالي م}} = \text{ح}$$

ح = م/ع ، م = ١٥ ، ع = ١٠ ؛ لأن الأطراف التي تلازم كون الحقيقة هي الثالثة (عشرة) من أصل خمسة عشر طرفاً.

إذن : م/ع = ١٥/١٠ = ٢/٣ ، وهذه النتيجة مطابقة تماماً لما تم حسابه رياضياً في مثال الحقائق (٧)٠

التعريف ونظرية (برنولي) :

كتب الشهيد الصدر في انسجام التعريف مع نظرية برنولي ما نصه : (((عرفنا في ما تقدم أن نظرية (برنولي) للأعداد الكبيرة تؤكد أننا إذا أجرينا مجموعة مكونة من عدد كبير من الاختبارات – ولنرمز إليه بـ (ن) – وكان احتمال وقوع الحادثة (ر) في كل اختبار إذا لوحظ بصورة مستقلة هو ب/١ فيمكننا أن نتوقع باحتمال كبير قريب من الواحد (أي رقم العلم) وقوع الحادثة (ر) عدداً من المرات، بحيث تكون نسبة تكررها إلى (ن) قريبة جداً من ب/١،

ونجد تفسير هذه النظرية في العلم الإجمالي أيضا . ولنمهد لتوضيح ذلك بالمثالين التاليين :

المثال الأول : نفرض احتمال ظهور وجه الصورة في النقد إذا رمي بطريقة عشوائية هو $1/2$ ، وأنا أجرينا أربع اختبارات لقطعة النقد، فسوف نعلم إجمالا بوقوع إحدى الصور التالية :

أن يظهر وجه الصورة في جميع المرات.

أن لا يظهر في جميع المرات.

أن يظهر في مرة واحدة.

أن يظهر في مرتين.

أن يظهر في ثلاث مرات.

والصورة الأولى لها حالة واحدة؛ لأن عدد توافيقها في (٤) هو واحد.

والصورة الثانية لها حالة واحدة أيضا؛ لأن عدد توافيقها في (٤) هو واحد.

والصورة الثالثة لها أربع حالات؛ لأن عدد توافيق (١) في (٤) هو أربعة.

والصورة الرابعة لها ست حالات؛ لأن عدد توافيق (٢) في (٤) هو ستة.

والصورة الخامسة لها أربع حالات؛ لأن عدد توافيق (٣) في (٤) هو أربعة.

وعلى هذا الأساس نعرف أن مجموع الحالات (١٦) وهذا يعني أن لدينا علما إجماليا بوقوع حالة واحدة من هذه الحالات، وتحتوي مجموعة الأطراف في هذا العلم على ستة عشر عضوا، وكل عضو يساوي أي عضو آخر في درجة الاحتمال وفقا للتعريف، وعلى أساس هذا العلم الإجمالي نحدد :

أولا : درجة احتمال وقوع الحادثة في أي مرة نعينها بصورة مستقلة عن وقوعها وعدم وقوعها في المرات الأخرى.

ثانيا : الصورة التي تتمتع بأكبر درجة احتمالية من الصور الخمس التي استعرضناها.

أما الأول فإن درجة احتمال وقوع الحادثة هي $1/2$ ؛ لأننا إذا اخترنا أي اختبار من الاختبارات الأربعة ولاحظنا عدد ما يحتله وقوع الحادثة في ذلك الاختبار من مراكز في مجموعة أطراف العلم الإجمالي نجد أنها $8/16$ وهو يساوي $1/2$.

وأما الثاني فإننا نلاحظ أن أكبر الصور احتمالا هي الصورة الرابعة التي تفترض ظهور وجه الصورة مرتين أي $1/2$ من مجموع عدد الاختبارات؛ لأن عدد توافيق (٢) في (٤) أكثر من عدد توافيق الصور الأخرى ، وهذا مطابق مع درجة احتمال الحادثة، غير أن عدد الاختبارات إذا ازداد فسوف تكثر الصور ويكبر عدد توافيقها ، وبذلك تزداد أطراف العلم الإجمالي وتصبح مجموعة الأطراف مكونة من عدد كبير من الأعضاء، ونظرية برنولي في الأعداد الكبيرة تبرهن على أن الصورة التي تفترض نسبة تكرار الحادثة متطابقة مع درجة احتمالها وهي $1/2$ سوف يزيد عدد توافيقها بازدياد عدد الاختبارات حتى تصبح مجموعة توافيق الصور الأخرى بالنسبة إلى توافيق هذه الصورة ضئيلة جدا، وهذا يعني أن احتمال هذه الصورة سوف يكون قريبا جدا من الواحد ؛ لأن الفارق النسبي بين ماتحتله هذه الصورة من مراكز في مجموعة أطراف العلم الإجمالي إلى عدد أعضائها جميعا سوف يكون ضئيلا جدا، أي أن :

عدد ما تحتله تلك الصورة من مراكز
في مجموعة أطراف العلم الإجمالي

يقترَب جدا من واحد

عدد أعضاء مجموعة أطراف العلم الإجمالي

المثال الثاني : إذا افترضنا أن احتمال الحادثة $2/3$ ، فإن نظرية برنولي تبرهن على أنه في حالة إجراء عدد كبير من الاختبارات نستطيع أن نقول بدرجة قريبة من العلم بأن نسبة تكرار الحادثة في مجموع تلك الاختبارات هي $2/3$ أي مطابقة لدرجة احتمال الحادثة.

وقد يتصور في البداية أن هذا لا يمكن أن يفسر على أساس العلم الإجمالي؛ لأننا رأينا أن العلم الإجمالي في المثال الأول تشتمل مجموعة أطرافه على ستة عشر عضواً، وأن توافيق الصورة التي تفترض تكرار الحادثة بنسبة $1/2$ في مجموع الاختبارات الأربعة أكثر عدداً من توافيق أي صورة أخرى، ولهذا فسوف تحتل مراكز أكثر في مجموعة أطراف العلم الإجمالي وتظل دائماً توافيق الصورة التي تفترض تكرار الحادثة بنسبة $1/2$ في مجموع الاختبارات أكثر عدداً من توافيق أي صورة أخرى، وهذا يفرض من زاوية العلم الإجمالي أن تكون نسبة الحادثة الأكبر احتمالاً دائماً ومهما كثرت الاختبارات $1/2$ ، سواء كان احتمال الحادثة $1/2$ أو $2/3$ ؛ لأن ازدياد درجة احتمال الحادثة لا يؤثر على أعداد توافيق الصور التي تتكون منها مجموعة أطراف العلم الإجمالي، وهذا يناقض نظرية برنولي، فلا بد إذن من استنتاج أن المحدد الأساس لدرجة الاحتمال ليس هو العلم الإجمالي وفقاً للتعريف.

ولكن هذا التصور خاطئ ما دمنا نتكلم عن الاحتمالات التي يمكن تحديد درجة احتمالها على أساس نظرية الاحتمال، فإن احتمال الحادثة التي افترضنا أن درجته $2/3$ إذا كان من هذه الاحتمالات فهذا يعني أن درجته قد تحددت وفقاً لعلم إجمالي، وأن الحادثة كانت تحتل ثلثي المراكز في مجموعة أطراف ذلك العلم الإجمالي أي $2/3$. فحينما نقول مثلاً : إن احتمال ظهور وجه الصورة في رمية عشوائية لهذه

القطعة من النقد بالذات ٢/٣ نعني بذلك أننا استطعنا بالاستقراء أن نعرف عوامل ظهور الصورة في هذه القطعة من النقد بالذات أكثر من عوامل ظهور الكتابة، أي أن هناك عاملين لظهور الصورة وعاملاً واحداً لظهور الكتابة، ففي رمية عشوائية لتلك القطعة نعلم إجمالاً بأن أحد العوامل الثلاثة سوف يتحقق، ومجموعة أطراف هذا العلم تحتوي على ثلاثة أعضاء، فهو علم إجمالي ثلاثي الأطراف، وظهور الصورة يحتل مركزين في هذه المجموعة ولذلك كانت درجة احتمالها ٢/٣ .

ونستخلص من ذلك أننا في حالة رمي قطعة النقد تلك عدداً كبيراً من المرات نواجه علمين إجماليين :

أحدهما : العلم الإجمالي الثلاثي الأطراف الذي يحدد لنا أن درجة احتمال الحادثة – أي ظهور الصورة – ٢/٣ .

والآخر : العلم الإجمالي الذي تضم مجموعة أطرافه عدداً كبيراً من الأعضاء يساوي مجموع أعداد توافيق الصور الممكنة لتكرر الحادثة في تلك المرات .

ولا بد في هذه الحالة من ضرب أحد العلمين بالآخر؛ إذ يتكون لدينا علم إجمالي ثالث يساوي عدد أطرافه عدد أطراف العلم الإجمالي الثلاثي مضروباً بعدد أطراف العلم الإجمالي الآخر، وفي هذا العلم الإجمالي الثالث تعتبر الأعضاء جميعاً متساوية في درجة الاحتمال وفقاً للتعريف، وتحتل الحادثة دائماً في مجموعة أطراف هذا العلم مراكز نسبتها إلى عدد أعضاء تلك المجموعة يطابق دائماً النسبة التي تمثل درجة الاحتمال، وهي حسب ما افترضناه ٢/٣ . وهكذا نعرف أن نسبة تكرار الحادثة الأكبر احتمالاً في مجموعة من الاختبارات تحدد كما يلي :

أولاً – على أساس العلم الإجمالي الذي تمثل أطرافه مجموع أعداد توافيق الصور الممكنة لتكرر الحادثة في ذلك العدد من الاختبارات،

وهذا فيما إذا لم يوجد هناك علم إجمالي آخر تشتمل مجموعة أطرافه على ثلاثة أعضاء أو أكثر ويؤدي إلى تحديد درجة احتمال الحادثة بكسر أكبر من النصف أو أصغر.

وثانيا - إذا وجد علم إجمالي آخر من هذا القبيل تحدد نسبة تكرار الحادثة الأكبر احتمالا على أساس العلم الإجمالي الثالث الناتج من ضرب أطراف أحد العلمين الأولين بأطراف الآخر.

وهكذا تجد نظرية برنولي تفسيرها النهائي في العلم الإجمالي على أساس التعريف الذي عرضناه (((٠ (٨)

التعريف ونظرية برنولي في ضوء دراسة السيد عمار أبو رغيف :

ما تقدم كان بيانا مختصرا من الشهيد الصدر حاول من خلاله أن يوضح انسجام التعريف مع نظرية برنولي، ولكنه كان بيانا غامضا بعض الشيء. ويمكننا أن نوضح هذا الانسجام بين التعريف ونظرية برنولي في ضوء ما كتبه السيد عمار أبو رغيف تحت عنوان (التفسير الإجمالي ونظرية برنولي) :

حينما نعود لنتذكر نتائج معادلات برنولي ونظريته ، يمكننا أن نضع هذه النتائج في النقاط الآتية :

النقطة الأولى : أعطتنا معادلات برنولي مقياسا لتحديد عدد الصور الممكنة لوقوع الحادثة في (م) ضمن (ن) من الاختبارات، أي قاعدة توافق (م) في (ن)، وهو :

ن!

م! (ن - م)

النقطة الثانية : أعطتنا معادلات برنولي مقياسا لتحديد قيمة احتمال وقوع الحادثة في أي (م) من الاختبارات ضمن (ن) من الاختبارات وهو :

$$\frac{n!}{m! (n-m)!} \times (h)^m \times (1-h)^{n-m}$$

النقطة الثالثة : أعطتنا معادلات برنولي مقياسا لتحديد عدد المرات التي تتساوى قيمها الاحتمالية ضمن (ن) من الاختبارات، وكان عبارة عن :

$$h_n(m) = h_n(n-m)$$

النقطة الرابعة : حددت لنا معادلات برنولي (م) التي تكون أكبر احتمالا في (ن) من الاختبارات.

النقطة الخامسة : أكدت نظرية برنولي على أن (م) ، التي هي أكبر احتمالا، وما يقرب منها جدا تكون قيمها الاحتمالية مساوية لـ (١) تقريبا، إذا كان عدد (ن) كبيرا جدا.

ونحن هنا نحاول اختبار جدارة التعريف في ضوء النقاط الخمسة المتقدمة :

التفسير الإجمالي والنقطة الأولى :

في ضوء تعريف الشهيد الصدر : أننا حينما نريد سحب ثلاث كرات من حقيبة ذات عشرين كرة سنعلم إجمالا بصورة من إحدى مجموعة صور، وقيمة احتمال أن تخرج الكرات الثلاثة بيضاء

عدد الصور التي تلازم هذه القضية

المجموع الكلي لأطراف العلم الإجمالي

فإذا قمنا بترقيم الكرات من (١) إلى (٢٠) ، ثم افترضنا (٣) منها من (١) إلى (٣) أو (٥) إلى (٧) أو --- ، هي الكرات البيضاء، فحينئذ سنواجه الصور التالية :

١ - أن تخرج (٣ ، ٢ ، ١)

٢ - أن تخرج (٤ ، ٢ ، ١)

٣ - أن تخرج (٥ ، ٢ ، ١)

٤ - أن تخرج (٦ ، ٢ ، ١)

وهكذا إلى ----- ١١٤٠ صورة.

إذن : المجموع الكلي لأطراف العلم الإجمالي يساوي (١١٤٠) طرفاً، أما ماهي عدد الأطراف التي تلازم خروج الكرات الثلاثة بيضاء ؟ عند مراجعة الصور (١١٤٠) نجدها صورة واحدة وطرفاً واحداً.

إذن قيمة احتمال خروج ثلاث كرات بيضاء = $1/1140$.

نأتي إلى حساب الاحتمال وقواعده لنرى كيف تعالج المسألة. نلاحظ أننا نريد استخراج احتمال خروج الكرة الأولى بيضاء والثانية بيضاء والثالثة بيضاء، وفي مثل هذه المسألة لا بد من تطبيق قاعدة الضرب، واستخدام بديهية الاتصال.

لنرمز إلى احتمال خروج الكرة الأولى بيضاء بـ (ح (م)) ،
 ولاحتمال خروج الكرة الثانية بيضاء بـ (ح (ت)) ، ولاحتمال
 خروج الكرة الثالثة بيضاء بـ (ح (ل)) ، ونحن نريد قياس درجة
 حدوث هذه الوقائع مجتمعة بالنسبة إلى حادثة وجود عشرين كرة في
 الصندوق، ونرمز للمجموع الكلي للكرات بـ (ن) .

نطبق بديهية الاتصال، وحيث أن الاحتمالات مشروطة في المثال
 يلزم أن نجري قاعدة الضرب في الاحتمالات المشروطة، وسيكون
 لدينا :

$$\frac{ح}{ن} \times \frac{ح}{ن} \times \frac{ل}{ن} = \frac{ح}{ن} \times \frac{ح}{ن} \times \frac{ل}{ن}$$

$$\frac{ح}{ن} = \frac{٣}{٢٠}$$

$$\frac{ح}{ن} = \frac{٢}{١٩} ، \text{ لأن الاحتمالات هنا مشروطة ، فخرج الكرة الثانية}$$

بيضاء على تقدير خروج الكرة الأولى بيضاء يعني على تقدير
 وجود (١٩) كرة ، وكرتان منهما بيضاوان.

$$\frac{ح}{ن} = \frac{١}{١٨}$$

$$\frac{ح}{ن} \times \frac{ح}{ن} \times \frac{ل}{ن} = \frac{ح}{ن} \times \frac{ح}{ن} \times \frac{ل}{ن}$$

$$\frac{!3}{1 \times 2 \times 3} = \frac{!3}{18 \times 19 \times 20} = \frac{!3}{[(1-3) - 20] \times (1-20) \times 20}$$

نعوض عن الأرقام بالرموز م = ٣ ، ن = ٢٠ ، سوف يكون لدينا ما يلي :

$$\frac{!3}{!م} = \frac{!3}{20 \times [(1-3) - 20] \times (1-20) \times ن \times \text{-----} \times [ن - (م - 1)]}$$

إذن احتمال خروج ثلاث كرات بيضاء إذا كانت لدينا عشرون كرة ثلاث منها بيضاء =

م!

$$ن \times (ن - 1) \times \text{----} \times [ن - م - 1]$$

عدد الأطراف التي تلازم خروج ثلاث كرات بيضاء

المجموع الكلي لأطراف العلم الإجمالي

عدد الصور الملائمة لخروج ثلاث كرات بيضاء

أي

المجموع الكلي لصور خروج ثلاث كرات

إذن : إذا أردنا أن نعرف عدد صور (م) في (ن) ، أي عدد صور (٣) في (٢٠) علينا أن نقرب الكسر ، ويكون الكسر

م !

$$\text{على الشكل التالي :} \frac{!م}{ن \times (ن - 1) \times \text{----} \times [ن - م - 1]}$$

$$\frac{n \times (n-1) \times \dots \times [n-(m-1)]}{m!}$$

ونستطيع تحويل هذا الكسر إلى كسر آخر وذلك بضرب (ن - م) في البسط والمقام معا ، حينئذ يكون لدينا :

$$\frac{n \times (n-1) \times \dots \times [n-(m-1)]}{m!}$$

$$= \frac{n \times (n-1) \times \dots \times [n-(m-1)] \times (n-m)!}{m! \times (n-m)!}$$

$$= \frac{n!}{m! (n-m)!}$$

ونستطيع تكوين صورة أوضح عن هذه المعادلات، إذا استبدلنا الرموز بالأرقام، وحيث أن (م) = (٣) ، و (ن) = (٢٠) ، و

$$[n-(m-1)] = 18$$

$$\frac{n \times (n-1) \times \dots \times [n-(m-1)]}{m!} \text{ إذن !}$$

$$= \frac{20 \times 19 \times 18}{1 \times 2 \times 3}$$

نضرب بسط الكسر ومقامه بكمية واحدة، وهي (ن - م) ! ،
وحيث أن (ن - م) ! = (٢٠ - ٣) ! = (١٧) ! .

$$\frac{!٢٠}{!٣ \times !١٧} = \frac{!٢٠ \times ١٨ \times ١٩ \times ٢٠}{!٣ \times ١ \times ٢ \times ٣ \times !١٧} = \frac{١٨ \times ١٩ \times ٢٠}{١ \times ٢ \times ٣} \text{ حينئذ}$$

نعوض عن الأرقام بالرموز فيكون لدينا مايلي :

$$\frac{!٢٠}{!٣ \times !١٧} = \frac{!٢٠ \times ١٨ \times ١٩ \times ٢٠}{!٣ \times ١ \times ٢ \times ٣ \times !١٧} = \frac{١٨ \times ١٩ \times ٢٠}{١ \times ٢ \times ٣}$$

وهكذا تبين لنا كيف أن قاعدة توافق (م) في (ن) مستنتجة من تطبيق قاعدة الضرب في الاحتمالات المشروطة . وقد تقدم إيضاح الانسجام بين التعريف وقاعدة الضرب في الاحتمالات المشروطة.

التفسير الإجمالي والنقطة الثانية :

كان المقياس في النقطة الثانية عبارة عن :

$$\frac{!٢٠}{!٣ \times !١٧} = \frac{!٢٠ \times ١٨ \times ١٩ \times ٢٠}{!٣ \times ١ \times ٢ \times ٣ \times !١٧} = \frac{١٨ \times ١٩ \times ٢٠}{١ \times ٢ \times ٣}$$

درسنا في النقطة الأولى انسجام التعريف والكسر
م ! (ن - م) ! / ن ! .

يبقى هنا أن نتعرف على مفهوم ضرب (هـ) × (١ - هـ) .

نعود إلى مثال قطعة النقد، وقد افترضنا أننا قد قذفناها (٥) مرات، فما هو احتمال أن يخرج وجه الكتابة في المرات الخمسة ؟

ح ٥ ك = $\left(\frac{١}{٢} \right)^٥ = \frac{١}{٣٢}$ ، وهذا الكسر الذي يمثل قيمة ح ٥ ك يعني وفق

التفسير الإجمالي
عدد الأطراف التي تلازم ح ٥ ك
المجموع الكلي لأطراف العلم الإجمالي

إذن فنحن حينما نقذف قطعة النقد خمس مرات نواجه علما إجماليا مؤلفا من (٣٢) صورة :

- ١ - أن يظهر وجه الكتابة في المرة الأولى فقط .
- ٢ - أن يظهر وجه الكتابة في المرة الثانية فقط .
- ٣ - أن يظهر وجه الكتابة في المرة الثالثة فقط .
- ٤ - أن يظهر وجه الكتابة في المرة الرابعة فقط .
- ٥ - أن يظهر وجه الكتابة في المرة الخامسة فقط .
- ٦ - أن يظهر وجه الكتابة في المرة (١ ، ٢) فقط .
- ٧ - أن يظهر وجه الكتابة في المرة (١ ، ٣) فقط .
- ٨ - أن يظهر وجه الكتابة في المرة (١ ، ٤) فقط .
- ٩ - أن يظهر وجه الصورة في المرة (١ ، ٥) فقط .

- ١٠ - أن يظهر وجه الكتابة في المرة (٢ ، ٣) فقط .
- ١١ - أن يظهر وجه الكتابة في المرة (٢ ، ٤) فقط .
- ١٢ - أن يظهر وجه الكتابة في المرة (٢ ، ٥) فقط .
- ١٣ - أن يظهر وجه الكتابة في المرة (٣ ، ٤) فقط .
- ١٤ - أن يظهر وجه الكتابة في المرة (٣ ، ٥) فقط .
- ١٥ - أن يظهر وجه الكتابة في المرة (٤ ، ٥) فقط .
- ١٦ - أن يظهر وجه الكتابة في المرة (١ ، ٢ ، ٣) فقط .
- ١٧ - أن يظهر وجه الكتابة في المرة (١ ، ٢ ، ٤) فقط .
- ١٨ - أن يظهر وجه الكتابة في المرة (١ ، ٢ ، ٥) فقط .
- ١٩ - أن يظهر وجه الكتابة في المرة (١ ، ٣ ، ٤) فقط .
- ٢٠ - أن يظهر وجه الكتابة في المرة (١ ، ٣ ، ٥) فقط .
- ٢١ - أن يظهر وجه الكتابة في المرة (١ ، ٤ ، ٥) فقط .
- ٢٢ - أن يظهر وجه الكتابة في المرة (٢ ، ٣ ، ٤) فقط .
- ٢٣ - أن يظهر وجه الكتابة في المرة (٢ ، ٣ ، ٥) فقط .
- ٢٤ - أن يظهر وجه الكتابة في المرة (٢ ، ٤ ، ٥) فقط .
- ٢٥ - أن يظهر وجه الصورة في المرة (٣ ، ٤ ، ٥) فقط .

٢٦ - أن يظهر وجه الكتابة في المرة (١ ، ٢ ، ٣ ، ٤) فقط .

٢٧ - أن يظهر وجه الكتابة في المرة (١ ، ٢ ، ٣ ، ٥) فقط .

٢٨ - أن يظهر وجه الكتابة في المرة (١ ، ٢ ، ٤ ، ٥) فقط .

٢٩ - أن يظهر وجه الكتابة في المرة (١ ، ٣ ، ٤ ، ٥) فقط .

٣٠ - أن يظهر وجه الكتابة في المرة (٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥) فقط .

٣١ - أن يظهر وجه الكتابة في المرة (١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥) .

٣٢ - أن لا يظهر وجه الكتابة في المرات الخمسة .

إذن نحن أمام (٣٢) طرفا ، وطرف واحد منها فقط في صالح ظهور وجه الكتابة في المرات الخمسة، وحينما نلاحظ جدول الصور المتقدمة، التي تمثل عدد أطراف العلم الإجمالي، نجد أن عشر صور منها في صالح ظهور وجه الكتابة ثلاث مرات في خمس رميات . وهذا يعني أن احتمال ظهور وجه الكتابة ثلاث مرات في خمس رميات يساوي ١٠/٣٢ ، أي يساوي :

عدد الأطراف التي تلازم ظهور وجه الكتابة ثلاث مرات

المجموع الكلي لأطراف العلم الإجمالي

حينما نعود إلى مقياس حساب قيمة احتمال ظهور وجه الكتابة ثلاث مرات في خمس رميات نجده يقول :

$$\frac{n!}{m \times (h-1) \times (n-m)!}$$

أي نضرب عدد توافيق (م) في (ن) $\times$ قيمة احتمال صورة واحدة محددة من الصور .

$= 10 \times 1/32 = 10/32$ ، وهذا هو عين الكسر الذي يقوله التعريف .

التفسير الإجمالي والنقطة الثالثة :

المقياس المعطى في النقطة الثالثة عبارة عن ح ن (م) = ح ن (ن - م) .

قبل أن نوضح انسجام التعريف مع هذه النقطة علينا أن نوضح كيف يمكننا استنتاج هذه المعادلة من معادلات برنولي؛ إذ أننا لم نتعرض إلى ذلك فيما تقدم . ولغرض البرهنة على هذا المقياس نستعين بحقيقة هامة جدا قد اتضحت لنا من خلال القواعد السابقة بشكل لا غبار عليه، وهذه الحقيقة هي :

إن قيمة احتمال أي عدد من المرات يرتهن أساسا بعدد توافيق (م) في (ن)، إذا كانت (هـ) $= 1/2$ ؛ لأن احتمال (م) في (ن) =

$$\frac{n!}{m! (n-m)!} \times \frac{m}{(h-1)} \times \frac{1}{(h-1)^{n-m}}$$

و (هـ) $\times$ (هـ - ١) $\times$ (هـ - ١) $\times$... $\times$ (هـ - ١) تبقى ثابتة في كل عدد المرات ، وثباتها في مثالنا واضح جدا ؛ إذ ما دام (هـ) $= 1/2$ ، أي أن هـ = (١ - هـ) فسوف يكون :

$$\frac{m}{(h-1)} \times \frac{n-m}{(h-1)} = \frac{n-m}{(h-1)} \times \frac{m}{(h-1)}$$

إنما الذي يتغير، وتتغير تبعاً له درجة الاحتمال هو عدد توافيق (م) في (ن)، ولأجل إثبات أن :

$$(م) ح ن = (م - ن) ح ن .$$

نقتصر على إثبات التساوي بين عدد توافيق (م) في (ن) ، وعدد توافيق (ن - م) في (ن) .

$$\frac{ن !}{(م - ن) ! (ن) !} = \text{توافيق (م) في (ن)}$$

أما توافيق (ن - م) في (ن) فهي تساوي :

$$\frac{ن !}{(ن - م) ! (ن - (ن - م)) !} = \text{توافيق (ن - م) في (ن)}$$

$$= \frac{ن !}{(ن - م) ! (م) !}$$

$$= \frac{ن !}{(ن - م) ! (م) !}$$

$$\text{وبما أن } \frac{ن !}{(ن - م) ! (م) !} = \frac{ن !}{(ن - م) ! (م) !}$$

إذن توافيق (م) في (ن) = توافيق (ن - م) في (ن) ، وهذا يعني أن :

$$ح (م) = ح (ن - م) .$$

بعد أن عرفنا ما تقدم نعود لنتكلم عن انسجام التعريف الإجمالي مع هذه النقطة، فنقول : نحن نعرف أن $ح (ن) =$

$$\frac{ن!}{م! (ن - م)!} \times \frac{م!}{(هـ - ١) \times (هـ - ٢) \times \dots \times (هـ - م)}$$

ونعرف أيضا أن $ح (ن - م) =$

$$\frac{ن!}{(ن - م)! (م - ن)!} \times \frac{(م - ن)!}{(هـ - ١) \times (هـ - ٢) \times \dots \times (هـ - (م - ن))}$$

وحيث أن (هـ) و (ن) رقمان ثابتان في كلا الاحتمالين ، إذن :

$$(هـ - ١) \times (هـ - ٢) \times \dots \times (هـ - م) \text{ ستكون واحدة في كلا الاحتمالين .}$$

$$\frac{ن!}{(ن - م)! (م - ن)!} = \frac{ن!}{(ن - م)! (م - ن)!}$$

إذن : $ح (م) = ح (ن - م)$.

وهذا منسجم تماما مع التفسير الإجمالي للاحتمال؛ لأن (ن) و (هـ) ثابتان، أي سوف يثبت لدينا المجموع الكلي لأطراف العلم

الإجمالي، وبما أن عدد توافيق الحادثتين واحد • إذن : تتساوى قيمة احتمال الحادثتين.

التفسير الإجمالي والنقطة الرابعة :

(م) التي تكون أكبر احتمالا في معادلات برنولي ، تقاس قيمتها وفق التعريف

عدد الأطراف التي تلازمها

الإجمالي على أساس
المجموع الكلي لأطراف العلم الإجمالي

أي عدد توافيقها بالنسبة إلى المجموع الكلي للصور الممكنة.

و (م) الأكبر احتمالا هي الـ (م) التي تتمتع بأكبر عدد من التوافيق، أي تحتل أكبر عدد من المراكز في أطراف العلم الإجمالي، إذا قسناها بأي (م) أخرى.

ونحن قد عرفنا من خلال ما تقدم أن قيمة احتمال أي (م) ترتفع بعدد توافيقها، و (م) الأكبر احتمالا هي الـ (م) التي تستحوذ على أكبر عدد من التوافيق بين مجموع المرات المفروضة في (ن).

التفسير الإجمالي والنقطة الخامسة :

تبين لنا مما تقدم أن أحد الأمور التي أكدت عليها نظرية برنولي هي : أن ما عدا (م) التي هي أكبر احتمالا وما يقرب منها جدا لا يستحوذ إلا على مقدار ضئيل جدا من قيمة المجموعة المتكاملة التي تمثل (١) أي رقم اليقين.

فكلما كبر عدد (ن) من الاختبارات كبر لدينا عدد (م) التي تستحوذ على أقل عدد من التوافيق، ومن ثم تضعف قيمها الاحتمالية،

إلى درجة يمكن إهمالها، بالنسبة لعدد التوافيق، وتبعاً له تكبر قيمة الاحتمال التي تستحوذ عليها (م) الأكبر احتمالاً وما يقرب منها جداً.

وهذا ينسجم بوضوح أيضاً مع التفسير الإجمالي؛ لأن (م) وما يحيط بها سوف يستحوذ على أكبر أطراف العلم الإجمالي، وكلما كبر عدد أطراف العلم الإجمالي يصبح ما عدا (م) وما يقرب منها يمثل قيمة ضئيلة جداً ، بحيث يمكن إهمالها ، والقول أن :

$$\text{عدد الأطراف التي تلازم (م) وما يقرب منها} \\ \text{المجموع الكلي لأطراف العلم الإجمالي} \\ \text{يساوي تقريباً واحد}$$

لكن هناك إشكالا واضحا ، وهو أن ما تقدم يصدق في حالة واحدة فقط ، وهي فيما إذا كانت $هـ = 1/2$.

ولأجل إيضاح ذلك نأخذ المثالين التاليين :

المثال الأول : رمينا قطعة النقد ثلاث مرات ، وكانت (م) تعني ظهور وجه الصورة، $ن = 3$ ، $هـ = 1/2$. أوجد قيم احتمالات (م) ؟

من الواضح أن (م) تبدأ من الصفر إلى 3 .

$$ح\ ن\ م = \left(\frac{1}{2} \right)^3 = \left(\frac{1}{2} \right)^3 \times \frac{3!}{(3-0)!0!} = \left(\frac{1}{2} \right)^3 \times \frac{3!}{3!0!} = \left(\frac{1}{2} \right)^3 \times 1 = \frac{1}{8}$$

$$\frac{1}{8} = \left(\frac{1}{2} \right)^3 \times 1 \times 1 = \frac{1}{8}$$

$${}_{1-3}^1 \times {}_2^1 \times \frac{!3}{!(1-3)!1} = ({}_{-3}^1)_3 \text{ ح ن م}$$

$$\frac{3}{8} = ({}_{-2}^3) \times 3 =$$

$$({}_{2-3}^1 - 1) \times {}_2^1 \times \frac{!3}{!(2-3)!2} = ({}_{-3}^2)_3 \text{ ح ن م}$$

$$\frac{3}{8} = ({}_{-2}^3) \times 3 =$$

$$({}_{3-3}^1 - 1) ({}_{-2}^3) \times \frac{!3}{!(3-3)!3} = ({}_{-3}^3)_3 \text{ ح ن م}$$

$$\frac{1}{8} = ({}_{-2}^3) \times 1 =$$

نلاحظ أن عدد توافيق هذه المجموعة المتكاملة = ٨

كما نلاحظ أيضا أن المقام في كسر الاحتمال = ٨

وهذا يعني أن قيمة احتمال كل (م) ترتين مباشرة بعدد التوافيق التي تستحوذ عليها، وهذا يعني أننا نستطيع القول أننا نعلم إجمالاً بإحدى الحوادث التالية :

١ - أن لا يظهر وجه الصورة في كل المرات.

٢ - أن يظهر في مرة واحدة.

٣ - أن يظهر في مرتين.

٤ - أن يظهر في ثلاث مرات.

وحيث أن الحادثة (١) لها صورة واحدة، والحادثة (٢) لها ثلاث صور، والحادثة (٣) لها ثلاث صور، والحادثة (٤) لها صورة واحدة، يصبح علمنا الإجمالي مؤلفا من ثمانية أطراف.

$$\frac{1}{8} = \frac{\text{عدد الأطراف التي تحتلها الحادثة}}{\text{مجموع أطراف العلم الإجمالي}} = \left(\frac{1}{8} \right) \text{ ويكون ح ن م}$$

وهكذا بقية الاحتمالات.

المثال الثاني : رمينا قطعة نقد مصممة بطريقة غير عادية ثلاث مرات ، وكانت (م) تعني ظهور وجه الصورة ، ن = ٣ ، هـ = ٢/٣ . أوجد قيم احتمالات (م) ؟

الجواب :

$$\left(\frac{2}{3} - 1 \right) \times \left(\frac{2}{3} \right) \times \frac{1}{3} = \left(\frac{1}{3} \right) \text{ ح ن م}$$

$$\frac{1}{27} = \left(\frac{1}{3} \right) \times 1 \times 1 =$$

$$ح\text{ن م} \left(\frac{1}{3} \right) = \frac{1!}{1!(1-3)!} \times \left(\frac{2}{3} \right) \times \left(\frac{2}{3} - 1 \right) = \frac{1}{3}$$

$$= 3 \times \frac{2}{3} \times \left(\frac{1}{3} \right) = \frac{2}{3}$$

$$ح\text{ن م} \left(\frac{2}{3} \right) = \frac{2!}{2!(2-3)!} \times \left(\frac{2}{3} \right) \times \left(\frac{2}{3} - 1 \right) = \frac{2}{3}$$

$$= 3 \times \frac{4}{9} \times \frac{1}{3} = \frac{4}{9}$$

$$ح\text{ن م} \left(\frac{3}{3} \right) = \frac{3!}{3!(3-3)!} \times \left(\frac{2}{3} \right) \times \left(\frac{2}{3} - 1 \right) = \frac{3}{3}$$

$$= 1 \times \frac{8}{27} \times 1 = \frac{8}{27}$$

من الواضح جدا أن مجموع توافيق (م) من ٠ ← ٣ = ٨ ، بينما المقام يمثل (٢٧) صورة ، أو سبعة وعشرين طرفا، ومن هنا يتضح بجلاء أن قيمة احتمال الحادثة لا يرتفع بعدد توافيقها، إذ كانت توافيق (٠) = ١ ، كما كانت توافيق (٣) = ١ ، لكن :

$$\frac{1}{27} = \left(\frac{1}{3} \right) \text{ ، بينما كان احتمال } \left(\frac{3}{3} \right) = \frac{8}{27}$$

وكذلك الحال بالنسبة للتوافق (١) و (٢) واحتماليهما ، فتوافق كل منهما = ٣ ، لكن احتمال :

$$\frac{1}{3} = \left(\frac{6}{27} \right) ، \text{ بينما كان } \left(\frac{2}{3} \right) = \left(\frac{12}{27} \right)$$

وهنا يواجه التفسير الإجمالي اعتراضا مفاده :

((إذا افترضنا أن احتمال الحادثة ٢/٣ ، فإن نظرية برنولي تبرهن على أنه في حالة إجراء عدد كبير من الاختبارات نستطيع أن نقول بدرجة قريبة من العلم بأن نسبة تكرار الحادثة في مجموع تلك الاختبارات هي ٢/٣ أي مطابقة لدرجة احتمال الحادثة.

قد يتصور في البداية أن هذا لا يمكن أن يفسر على أساس العلم الإجمالي؛ لأننا رأينا أن العلم الإجمالي في المثال الأول – المثال هو إذا رمينا قطعة نقد اعتيادية أربع مرات ويكون = ٤ ، هـ = ١/٢ – تشتمل مجموعة أطرافه على ستة عشر عضواً، وأن توافق الصورة التي تفترض وقوع الحادثة بنسبة ١/٢ في مجموع الاختبارات الأربعة أكثر عدداً من توافق أي صورة أخرى، ولهذا سوف تحتل مراكز أكثر في مجموعة أطراف العلم الإجمالي، وإذا ازداد عدد الاختبارات فسوف تزداد أطراف العلم الإجمالي وتظل دائماً توافق الصورة التي تفترض تكرار الحادثة بنسبة ١/٢ في مجموع الاختبارات أكثر عدداً من توافق أي صورة أخرى، وهذا يفرض من زاوية العلم الإجمالي أن تكون نسبة تكرار الحادثة الأكبر احتمالاً دائماً ومهما كثرت الاختبارات ١/٢ سواء كان احتمال الحادثة ١/٢ أو ٢/٣؛ لأن ازدياد درجة احتمال الحادثة لا يؤثر على أعداد توافق الصور التي تتكون منها مجموعة أطراف العلم الإجمالي، وهذا يناقض نظرية برنولي، فلا بد إذن من استنتاج أن المحدد الأساس لدرجة الاحتمال ليس هو العلم الإجمالي)).

ومن الواضح أن هذا الاعتراض يتوجه على التفسير الإجمالي إذا اعتبرنا أن العلم الإجمالي ، الذي نقيم في ضوءه درجة احتمال الحادثة عبارة عن العلم الإجمالي الذي تتمثل مجموعته في مجموع أعداد توافيق الصور الممكنة لـ (م) في (ن) ٠

ومن هنا حاول كتاب (الأسس المنطقية للاستقراء) الإجابة على هذا الاعتراض مؤكداً أن قيمة احتمال الحادثة المنفردة إذا كانت نصفاً فتقييم درجة احتمال الحادثة في أي (م) ترتفع بعدد توافيقها، وسيكون العلم الإجمالي الذي تتمثل مجموعة أطرافه في مجموع أعداد توافيق صور (م) في (ن) .

أما إذا كان احتمال الحادثة ونقيضها غير متساويين كما في المثال – الذي ذكرناه – ، حيث كانت قطعة النقد مصممة بطريقة خاصة يظهر وجه الصورة فيها بنسبة $2/3$ ، فإننا (ر) في حالة رمي قطعة النقد تلك عدداً كبيراً من المرات نواجه علمين إجماليين :

أحدهما : العلم الإجمالي الثلاثي الأطراف الذي يحدد لنا درجة احتمال الحادثة – أي ظهور الصورة = $2/3$.

والآخر : العلم الإجمالي الذي تضم مجموعة أطرافه عدداً كبيراً من الأعضاء يساوي مجموع أعداد توافيق الصور الممكنة لتكرر الحادثة في تلك المرات .

ولا بد في هذه الحالة من ضرب أحد العلمين بالآخر إذ يتكون لدينا علم إجمالي ثالث يساوي عدد أطرافه عدد أطراف العلم الإجمالي الثلاثي مضروباً بعدد أطراف العلم الإجمالي الآخر، وفي هذا العلم الإجمالي الثالث تعتبر الأعضاء جميعاً متساوية في درجة الاحتمال وفقاً للتعريف . وتحتل الحادثة دائماً في مجموعة أطراف هذا العلم مراكز نسبتها إلى عدد أعضاء تلك المجموعة يطابق دائماً النسبة التي تمثل درجة الاحتمال، وهي حسب ما افترضناه $2/3$ ، وهكذا نعرف

أن نسبة تكرار الحادثة الأكبر احتمالا في مجموعة من الاختبارات
تحدد كما يلي :

أولا – على أساس العلم الإجمالي الذي تمثل أطرافه مجموع أعداد
توافق الصور الممكنة لتكرار الحادثة في ذلك العدد من الاختبارات،
وهذا فيما إذا لم يوجد هناك علم إجمالي آخر تشتمل مجموعة أطرافه
على ثلاثة أعضاء أو أكثر ويؤدي إلى تحديد درجة احتمال الحادثة
بكسر أكبر من النصف أو أصغر.

وثانيا – إذا وجد علم إجمالي آخر من هذا القبيل تحدد نسبة تكرار
الحادثة الأكبر احتمالا على أساس العلم الإجمالي الثالث الناتج من
ضرب أطراف أحد العلمين الأولين بأطراف الآخر.

وهكذا تجد نظرية برنولي تفسيرها النهائي في العلم الإجمالي على
أساس التعريف الذي عرضناه ((.

وهنا أود التأكيد على إيضاح الحقائق التالية :

أولا – إننا نضرب – في معادلة برنولي – عدد توافق الحادثة
(م) في (ن) من الاختبارات بقيمة احتمال وقوع الحادثة في حالة
واحدة محددة، أي نضرب عدد توافق (م) في احتمال وقوع (م)
في مرة معينة، وقد نوهنا – في شرح معادلة برنولي – إلى أن هذا
الضرب يعني في الواقع جمع احتمالات (م)؛ لأن احتمال وقوع
(م) في صورة محددة لا يعبر عن كل المراكز التي تحتلها (م) في
مجموعة الاحتمالات التي تمثلها مجموعة (ن)، والتي هي عبارة
عن مجموعة احتمالات (م) من (م = ٠) إلى (م = ن) بل
احتمال وقوع (م) يساوي مجموع احتمالات الصور التي تحتلها
(م).

ثانيا – نوضح الحقيقة المتقدمة من خلال المثال الأول – الذي تقدم
– حيث رمينا قطعة النقد ثلاث مرات وكان (هـ) = $\frac{1}{2}$ ، وهنا

نواجه علما إجماليا مؤلفا من ثمانية أطراف هي حاصل ضرب ($1/2$)
 $1/2 \times 1/2 \times 1/2$ ؛ لأننا في كل رمية سنواجه عاملين، عامل في
صالح ظهور وجه الصورة، وعامل في صالح ظهور وجه الكتابة،
ولنرمز للعاملين في الرمية الأولى بـ (أ ، ب) وللعاملين في الرمية
الثانية بـ (أ ، ب)، وللعاملين في الرمية الثالثة بـ (أ ، ب)، فإذا
أردنا رمي قطعة النقد ثلاث مرات سنواجه علما إجماليا مؤلفا من
الأطراف التالية :

- ١ - اما أن يقع أ أ أ .
- ٢ - واما أن يقع أ أ ب .
- ٣ - واما أن يقع أ ب أ .
- ٤ - واما أن يقع أ ب ب .
- ٥ - واما أن يقع ب أ أ .
- ٦ - واما أن يقع ب أ ب .
- ٧ - واما أن يقع ب ب أ .
- ٨ - واما أن يقع ب ب ب .

وإذا افترضنا أن (أ ، أ ، أ) هي عوامل ظهور وجه الصورة، وأن
(ب ، ب ، ب) هي عوامل ظهور الكتابة فسوف نلاحظ :

أن هناك طرفا واحدا فقط لصالح ظهور وجه الصورة في المرات
الثلاث، وأن طرفا واحدا لصالح عدم ظهورها في كل المرات، وهما
الطرف الأول والطرف الأخير ، كما أن هناك ثلاثة أطراف لصالح
ظهور وجه الصورة مرة واحدة، وهي الأطراف الرابع والسادس

والسابع، وهناك ثلاثة أطراف لصالح ظهورها مرتين، وهي الأطراف الثاني والثالث والخامس.

وننتج هذا العلم الإجمالي منسجمة مع قيم الاحتمالات التي تم تحديدها في المثال على أساس معادلة برنولي. حيث كانت لدينا :

$$\frac{3}{8} = \binom{0}{3} \text{ ح ن م}$$

$$\frac{3}{8} = \binom{1}{3} \text{ ح ن م}$$

$$\frac{3}{8} = \binom{2}{3} \text{ ح ن م}$$

$$\frac{1}{8} = \binom{3}{3} \text{ ح ن م}$$

يبقى تفسير أصل معادلة برنولي على أساس هذا العلم الإجمالي، فنحن لأجل إيجاد قيمة احتمال صورة محددة بالذات كان علينا أن نضرب :

$\binom{م}{هـ} \times (1 - هـ)^{م-ن}$ ، وقد كانت في المثال $(1/8)$ ، وهذا الاحتمال في ضوء العلم الإجمالي يعني أن لدينا ثمانية أطراف وطرف واحد فقط من هذه الأطراف الثمانية هو في صالح الحادثة.

ولنفرض أن الحادثة هو ظهور وجه الصورة في المرة الأولى وظهور وجه الكتابة في المرة الثانية والثالثة، فسوف نجد أن طرفا

واحدًا من أطراف العلم الإجمالي المتقدمة هو في صالح ظهور وجه الصورة في المرة الأولى، وهو عبارة عن الطرف الرابع.

وإذا أردنا قياس درجة احتمال ظهور وجه الصورة مرة واحدة، أي قياس :

$$\binom{1}{3}$$

فتقول معادلة برنولي علينا أن نضرب عدد توافيق (م) في (ن) في قيمة احتمال خروج الصورة في رمية محددة :

$$\frac{n!}{m! (n-m)!} \times \frac{m}{(h-1)} \times \frac{1}{h-1}$$

وحيث أن $m = 1$ ، $n = 3$ ، كانت توافيق (م) في (ن) = 3 .

$$\text{وحيثما نضرب } 3 \times \frac{1}{8} = \frac{3}{8} = \text{ح } n (m) \binom{1}{3} .$$

وهذا الضرب يعني في الحقيقة أن نجمع :

$$\left(\frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} \right) ، \text{ أي نجمع القيم الاحتمالية لكل}$$

صور (م)، أي وقوع الحادثة مرة واحدة ، ولما كانت قيمة احتمال وقوعها في كل مرة محددة مساويا لـ $(1/8)$ ، كان علينا أن نجمع $(1/8)$ بعدد الصور الممكنة لوقوعها مرة واحدة، ولسهولة العملية

الحسابية نضرب عدد صور وقوعها مرة واحدة في قيمة احتمال وقوعها في مرة واحدة محددة.

وفي هذا الضوء يتضح لنا أن الاحتمال الذي تفرزه معادلات برنولي، والذي يتعين على نظرية العلم الإجمالي تفسيره، هو الاحتمال الذي تفرزه أولا معادلة تحديد قيمة احتمال وقوع الحادثة في مرة محددة، حيث أن مقام كسر هذا الاحتمال هو الذي يبقى أساسا لتقييم كل احتمالات (م)، وهو الذي يمثل في الواقع مجموعة أطراف العلم الإجمالي، فعلى أساس هذا الكسر الذي ينشأ في الواقع على أساس قاعدة الضرب في الاحتمالات المستقلة يجب تشكيل مجموعة أطراف العلم الإجمالي.

ثالثا : نوضح الحقيقة المتقدمة من خلال المثال التالي، حيث رمينا قطعة النقد ثلاث مرات، وكان $هـ = 2/3$.

في هذه الحالة سنواجه علما إجماليا مؤلفا من (٢٧) طرفا، لأننا في كل رمية من الرميات الثلاثة نواجه علما إجماليا مؤلفا من ثلاثة أطراف، وطرفان منه لصالح ظهور وجه الصورة، وطرف واحد فقط لصالح ظهور الكتابة، فإذا أردنا أن نقيس احتمال ظهور وجه الصورة في صورة محددة بالذات علينا أن نضرب قيمة احتمال

ظهورها في هذه الصورة بالذات $= (هـ) \times (١ - هـ)$ ، وهو احتمال نقيض الحادثة، وحينئذ سيتكون لدينا علم إجمالي مؤلف من (٢٧) طرفا، وهذه الأطراف متساوية في قيمها الاحتمالية، ومن هنا صح تقييم درجة الاحتمال على أساس هذا العلم الإجمالي وفقا لتعريف الأستاذ.

ونستطيع إيضاح مجموعة أطراف العلم الإجمالي ضمن الجدول التالي :

* نواجه عند الرمية الأولى علما إجماليا مؤلفا من ثلاثة أطراف، نرمز إليها بـ (ا ، ب ، ج)، ونفرض أن (ا ، ب) هي عوامل ظهور وجه الصورة، و (ج) عامل ظهور وجه الكتابة.

** نواجه عند الرمية الثانية ثلاثة أطراف (أ ، ب ، جـ) ، و (أ ، ب) عوامل ظهور وجه الصورة، و (جـ) عامل ظهور الكتابة.

*** نواجه عند الرمية الثالثة ثلاثة أطراف (أ ، ب ، جـ) ، و (أ ، ب) عوامل ظهور الصورة، و (جـ) عامل ظهور الكتابة.

بعد ضرب هذه العلوم الإجمالية ببعضها نواجه علما إجماليا مؤلفا من الأطراف التالية :

- ١ - اما أن يحدث ا أ أ .
- ٢ - اما أن يحدث ا أ ب .
- ٣ - اما أن يحدث ا أ جـ .
- ٤ - اما أن يحدث ا ب أ .
- ٥ - اما أن يحدث ا ب ب .
- ٦ - اما أن يحدث ا ب جـ .
- ٧ - اما أن يحدث ا جـ أ .
- ٨ - اما أن يحدث ا جـ ب .
- ٩ - اما أن يحدث ا جـ جـ .
- ١٠ - اما أن يحدث ب أ أ .
- ١١ - اما أن يحدث ب أ ب .

- ١٢ - اما أن يحدث ب أَ جَّ .
- ١٣ - اما أن يحدث ب بَ أ .
- ١٤ - اما أن يحدث ب بَ بَّ .
- ١٥ - اما أن يحدث ب بَ جَّ .
- ١٦ - اما أن يحدث ب جَ أ .
- ١٧ - اما أن يحدث ب جَ بَّ .
- ١٨ - اما أن يحدث ب جَ جَّ .
- ١٩ - اما أن يحدث جَ أَّ .
- ٢٠ - اما أن يحدث جَ أ بَّ .
- ٢١ - اما أن يحدث جَ أ جَّ .
- ٢٢ - اما أن يحدث جَ بَ أ .
- ٢٣ - اما أن يحدث جَ بَ بَّ .
- ٢٤ - اما أن يحدث جَ بَ جَّ .
- ٢٥ - اما أن يحدث جَ جَ أ .
- ٢٦ - اما أن يحدث جَ جَ بَّ .
- ٢٧ - اما أن يحدث جَ جَ جَّ .

نلاحظ هنا أننا أمام (٢٧) طرفا يمكن افتراض تساوي قيمها الاحتمالية سلفا، فمجموعة أطراف هذا العلم تتطابق في هذا الشرط مع العلم الإجمالي الذي لا بد أن يكون أساسا لتقييم درجة احتمال الحوادث وفقا لتعريف السيد الاستاذ.

وإذا أردنا تقييم احتمال ظهور وجه الصورة في مرة واحدة محددة بالذات فعلينا

أن نضرب (هـ) $\times$ (١ - هـ) $^{م-ن}$ ، وحيث أن هـ = ٢/٣ ، ن = ٣ ، يصبح لدينا ما يلي :

$$\frac{2}{27} = \left(\frac{2}{3} \right) \times \frac{2}{3} = \left(\frac{2}{3} - 1 \right) \times \left(\frac{2}{3} \right)$$

وحينما نلاحظ هذه القيمة الاحتمالية لوقوع الحادثة في ضوء العلم الإجمالي المتقدم، نجد أن هناك طرفين فقط لصالح ظهور وجه الصورة في مرة واحدة محددة بالذات.

فأي مرة من المرات الثلاث نفترض أنها هي المقصودة بالذات بالتحديد، نجد أن طرفين لصالح ظهور وجه الصورة في هذه المرة بالذات، ولنفترض أننا نريد تحديد درجة احتمال ظهور وجه الصورة في المرة الأولى، نجد أن الطرف التاسع (ا جـ جـ) والطرف الثامن عشر (ب جـ جـ) فقط في صالح الصورة في المرة الأولى ، وظهور وجه الكتابة في المرة الثانية والثالثة.

أما إذا أردنا قياس درجة احتمال ظهور وجه الصورة في مرة واحدة، اي نحدد

$$ح ن (م) \left(\frac{1}{3} \right) ،$$

فهذا يعني أننا نريد قياس احتمال ظهور وجه الصورة في مرة واحدة على الأقل، وحيث أن هناك صوراً متعددة لظهور وجه الصورة في مرة محددة – فقد تظهر في المرة الأولى فقط، أو في المرة الثانية فقط، أو في المرة الثالثة فقط – فهذا يعني أن نجمع قيم احتمالات ظهور وجه الصورة في كل صورة من الصور الممكنة لظهور وجه الصورة مرة واحدة في (ن) من الرميات . فإذا كانت الصور الممكنة لظهور وجه الصورة مرة واحدة ثلاثة ، كما هو في (م = ١) و (ن = ٣) .

فهذا يعني أن نجمع قيم احتمال ظهور وجه الصورة في مرة واحدة محددة ثلاث مرات، وإذا كانت ن = ١٠٠ و (م = ١)، فهذا يعني أن نجمع قيم احتمالات صورة محددة مئة مرة --- وهكذا، وتسهيلاً للعملية الحسابية يمكن أن نضرب عدد الصور الممكنة لـ (م في ن) في قيمة احتمال ظهور وجه الصورة في مرة محددة بالذات . ففي مثالنا كانت عدد الصور الممكنة لـ (م في ن) = ٣ ، وقيمة احتمال ظهور وجه الصورة مرة واحدة معينة ٢/٢٧ .

فبدلاً من جمع ٢/٢٧ + ٢/٢٧ + ٢/٢٧ ، نقول من البدء ٣ × ٢/٢٧ .

وحيث أن عدد الصور الممكنة لـ (م في ن) تستخرج وفق قاعدة التوافق، وأن عدد الصور الممكنة لـ (م في ن) = ن!

$$م! (ن - م)!$$

وا احتمال ظهور وجه الصور في مرة محددة بالذات =

$$\frac{م - ن}{(هـ - ١) \times (هـ)}$$

جاءت معادلة برنولي على الشكل التالي :

$$\frac{n!}{m! (n-m)!} \times (h-1)^m \times (h-1)^{n-m}$$

وإذا أردنا استخراج : ح ن (م) $\left(\frac{1}{3}\right)$ وكانت كما في مثالنا يكون لدينا :

$$\frac{3!}{1! (3-1)!} \times \left(\frac{2}{3}\right)^1 \times \left(\frac{1}{3}\right)^{3-1}$$

$$= \frac{3!}{1! 2!} \times \frac{2}{3} \times \frac{1}{3} =$$

$$= \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} = \frac{4}{9}$$

$$= \frac{4}{9} = \left(\frac{1}{3}\right)^2 \text{ (ح ن (م))}$$

وفقا للعلم الإجمالي، فالعلم الإجمالي الذي كان لدينا يتألف من (٢٧) طرفا ، والأطراف التي هي في صالح (ح ن (م)) ، أي احتمال ظهور وجه الصورة في مرة واحدة على الأقل عبارة عن الطرف التاسع (أ ج ج) ، والطرف الثامن عشر (ب ج ج) ، والطرف الحادي والعشرون (ج أ ج) والطرف الرابع والعشرون

(ج ب ج)، والطرف الخامس والعشرون (ج ج أ) والطرف السادس والعشرون (ج ج ج) .

وبما أن التعريف الإجمالي يحدد درجة احتمال الحادثة ب :

عدد المراكز التي تحتلها الحادثة

مجموعة أطراف العلم الإجمالي

وحيث أن ح ن (م) ($\frac{1}{3}$) تحتل ستة مراكز من مجموعة مراكز أطراف العلم الإجمالي .

إذن ح ن (م) ($\frac{1}{3}$) = $\frac{6}{27}$

وهذا التقييم مطابق للنتيجة الرياضية التي تستنبط في ضوء معادلة برنولي .

رابعا - اتضح لنا في ضوء النقاط المتقدمة أن العلم الإجمالي، الذي لا بد أن نفسر في ضوءه الاحتمالات في نظرية توزيع برنولي، هو العلم الإجمالي الذي نفسر على أساسه قيمة احتمال وقوع صورة محددة بالذات، ومجموعة أطراف هذا العلم - التي هي مقام الكسر في احتمال وقوع الحادثة في صورة محددة بالذات - هي مجموعة العلم الإجمالي التي نفسر على أساسها قيمة احتمال المرات الأكبر احتمالا في معادلات برنولي.

وعدد أطراف هذه المجموعة قد يتطابق مع مجموع أعداد توافيق (م) في (ن)، كما هو الحال إذا كانت (هـ) = $\frac{1}{2}$ ، وقد لا تتطابق كما هو الحال في باقي فروض (هـ) .

ومن هنا لا أجد مبررا لكي يعتمد التفسير الإجمالي – حتى في الحالة الأولى – على العلم الإجمالي الذي تتمثل مجموعة أطرافه في مجموعة أعداد توافق (م في ن) أساسا لتقويم درجة احتمال الحوادث في نظرية التوزيع، ونقول كما جاء في الأسس أن احتمال الحادثة المنفردة إذا لم يكن مساويا لـ $1/2$ وكانت تساوي $2/3$ ، فالعلم الإجمالي الذي نفسر في ضوءه احتمال الحوادث في نظرية التوزيع – بما في ذلك المرات الأكبر احتمالا – هو حاصل ضرب مجموعة أطراف العلم الإجمالي الثلاثي في مجموعة أطراف العلم الإجمالي، التي تتمثل في مجموع أعداد توافق الصور الممكنة لـ (م) في (ن) ، فهذا يعني أننا إذا رمينا قطعة النقد ثلاث مرات، وكان احتمال ظهور وجه الصورة مساويا لـ $(2/3)$ ، فالعلم الإجمالي الذي نفسر على أساسه ح ن (م) = (١) أو غيرها من الاحتمالات هو عبارة عن مجموع توافق (م) من ٠ إلى ٣ ، وهي تساوي (٨) صور مضروبا في (٣) التي هي مجموع أطراف العلم الثلاثي، وسوف يكون العلم الإجمالي مؤلفا من (٢٤) طرفا، وهذا يناقض تماما النتيجة التي تقضي إليها معادلة برنولي، حيث أن المقام في ضوء معادلات برنولي = ٢٧ .

ولكن على كل حال تجد معادلة برنولي تفسيرها المنسجم في ضوء العلم الإجمالي الذي تحدثنا عنه ، ويستوعب التفسير الإجمالي لاحتمال معادلة برنولي. (٩)

التعريف ونظرية برنولي ما بين الشهيد الصدر والسيد عمار أبو رغيف :

في النقطتين التاليتين سوف نوضح ما تميز به بحث السيد عمار أبو رغيف عن بحث الشهيد الصدر بخصوص انسجام التعريف مع نظرية برنولي :

أولا – لا شك في أن بحث السيد عمار أبو رغيف كان بحثا تفصيليا وواضحا ولم يكن مختصرا وغامضا كما هو الحال في بحث الشهيد

الصدر، فقد كان متن البحث عند السيد عمار أبو رغيف – باعتباره اشتمل على مجموعة من الأمور التي لم يكن الشهيد الصدر قد أشار إليها – أكثر سعة منه عند الشهيد الصدر.

ثانياً – من الواضح أن السيد عمار أبو رغيف لم يكن مقتنعا بما طرحه الشهيد الصدر في (الأسس المنطقية) بخصوص انسجام التعريف مع نظرية برنولي، وعلى هذا الأساس طرح تفسيراً آخر حاول من خلاله إثبات انسجام نظرية الاحتمال في ضوء تعريف الشهيد الصدر مع نظرية برنولي. وبهذا الصدد يقول السيد عمار أبو رغيف – في مقدمة كتابه منطق الاستقراء – :

((كما استطاع بحثنا أن يدافع عن نظرية الاحتمال في تفسيره الإجمالي، ضمن معالجة مشكلة تفسير (برنولي) حيث أثبتنا – بعد عدم الاقتناع بالتفسير المطروح في (الأسس) – انسجام نظرية الاحتمال في تفسيره الإجمالي مع نظرية برنولي وتوزيع برنولي)) (١٠)

لقد أكد السيد عمار أبو رغيف على عدم وجود مبرر لكي يعتمد التفسير الإجمالي – سواء كان قيمة احتمال الحادثة $1/2$ أو أقل من ذلك أو أكثر – على العلم الإجمالي الذي تتمثل مجموعة أطرافه في مجموعة توافيق [(م) في (ن)] أساساً لتقويم درجة احتمال الحوادث في نظرية التوزيع.

لقد أوضح السيد عمار أبو رغيف أننا :

إذا وافقنا على أن يعتمد التفسير الإجمالي على العلم الإجمالي الذي تتمثل مجموعة أطرافه في مجموعة توافيق [(م) في (ن)] أساساً لتقويم درجة احتمال الحوادث في نظرية التوزيع، وقلنا كما يقول الشهيد الصدر في الأسس : إن احتمال الحادثة المنفردة إذا لم يكن مساوياً لـ $1/2$ وكانت تساوي $2/3$ ، فالعلم الإجمالي الذي نفسر في ضوءه احتمال الحوادث في نظرية التوزيع – بما في ذلك المرات

الأكبر احتمالا – هو حاصل ضرب مجموع أطراف العلم الثلاثي في مجموعة أطراف العلم الإجمالي ، التي تتمثل في مجموع أعداد توافيق الصور الممكنة لـ (م) في (ن) ، فـ :

هذا يعني أننا إذا رمينا قطعة النقد ثلاث مرات ، وكان احتمال ظهور وجه الصورة مساويا لـ (٢/٣) ، فالعلم الإجمالي الذي نفسر على أساسه ح ن (م) = (١) أو غيرها من الاحتمالات هو عبارة عن مجموع توافيق (م) من ٠ إلى ٣ ، وهي تساوي (٨) صور مضروبا في (٣) التي هي مجموع أطراف العلم الثلاثي ، وسوف يكون العلم الإجمالي مؤلفا من (٢٤) طرفا ، وهذا يناقض تماما النتيجة التي تقضي إليها معادلة برنولي ، حيث أن المقام في ضوء معادلات برنولي = ٢٧ .

وبعد أن أكد السيد عمار أبو رغيف عدم قناعته بالتفسير المطروح في (الأسس) الذي لا ينسجم مع نظرية برنولي بين :

أن العلم الإجمالي الذي لا بد أن نفسر في ضوءه الاحتمالات في نظرية توزيع برنولي ، هو العلم الإجمالي الذي نفسر على أساسه قيمة احتمال وقوع صورة محددة بالذات ، ومجموعة أطراف هذا العلم – التي هي مقام الكسر في احتمال وقوع الحادثة في صورة محددة بالذات – هي مجموعة العلم الإجمالي التي نفسر على أساسها قيمة احتمال المرات الأكبر احتمالا في معادلات برنولي . وعدد أطراف هذه المجموعة قد يتطابق مع مجموع أعداد توافيق (م) في (ن) ، كما هو الحال إذا كانت $h = 1/2$ ، وقد لا تتطابق كما هو الحال في باقي فروض (هـ) .

والسؤال الأساسي هنا : هل أن الشهيد الصدر يؤمن – فعلا – بأن يعتمد التفسير الإجمالي – سواء كانت قيمة احتمال الحادثة $1/2$ أو أقل من ذلك أو أكثر – على العلم الإجمالي الذي تتمثل مجموعة أطرافه في مجموعة أعداد توافيق [(م) في (ن)] أساسا لتقويم درجة احتمال الحوادث في نظرية التوزيع ؟

وفي الجواب أقول : على الرغم مما لعبارات الشهيد الصدر من ظهور قوي في أن العلم الإجمالي الذي يشكل أساسا لتقويم درجة احتمال الحوادث في نظرية برنولي هو العلم الإجمالي الذي تتمثل مجموعة أطرافه في مجموعة توافيق [(م) في (ن)] ، إلا أننا نستبعد أن يكون هذا الفهم هو الفهم المعبر عن موقف الشهيد الصدر – قدس سره – .

وليس المبرر الذي على أساسه نستبعد أن يكون الفهم السابق هو الفهم المعبر عن موقف الشهيد الصدر هو فقط التناقض الواضح والصريح بين النتائج التي يؤدي إليها هذا الموقف وبين ما تفضي إليه معادلات برنولي من نتائج . بل المبرر الأساسي هو : أننا إذا ما تتبعنا ما جاء عن الشهيد الصدر، نجد أنه – قدس – في أحد تطبيقاته – الطريقة الأولى للتدخل لتطبيق المصادرة ومثالها – حينما افترض ثلاث حوادث، وافترض أن كل حادثة من هذه الحوادث الثلاث نلاحظ بالاستقراء أن حالات وجودها أكثر من حالات عدمها، أي أن عوامل الوجود بالنسبة إليها أكثر من عوامل العدم، وحينما أكد أنه في ظل هذا الافتراض سوف يصبح احتمال أن تكون هذه الحوادث الثلاث كلها غير موجودة أصغر من قيمة سائر الاحتمالات الأخرى، لم يتخذ العلم الإجمالي الذي تتمثل مجموعة أطرافه في مجموعة أعداد توافيق [(م) في (ن)] ، أساسا لهذا التأكيد ، فالعلم الإجمالي الذي فسر به الشهيد الصدر تأكيده أنه في ظل افتراض ثلاث حوادث تكون عوامل وجودها أكثر من عوامل عدمها سوف يصبح احتمال أن تكون هذه الحوادث الثلاث كلها غير موجودة أصغر من سائر قيمة الاحتمالات الأخرى، لم يكن هو حاصل ضرب مجموعة أطراف العلم الثلاثي في مجموعة أطراف العلم الإجمالي ، التي تتمثل في مجموع أعداد توافيق الصور الممكنة لـ (م) في (ن) ، وإنما كان علما إجماليا مبنيًا على أساس مختلف تتفق نتائجه مع ما تفضي إليه معادلات برنولي.

وفيما يلي ننقل إليك نص ما كتبه الشهيد الصدر تحت عنوان (الطريقة الأولى للتدخل لتطبيق المصادرة، ومثالها) والذي يتعارض تماما مع الفهم الذي يظهر من عباراته التي جاءت في سياق ما كتبه

تحت عنوان (التعريف ونظرية برنولي) لكي يتأكد للقارئ المحترم أن ما يظهر من هذه العبارات ليس هو الفهم المعبر عن موقف الشهيد الصدر بخصوص انسجام التعريف مع نظرية برنولي :

((((تفترض الطريقة الأولى للتدخل مجموعة من الحوادث المحتملة ، ولنفرضها ثلاث حوادث ، وكل حادثة من هذه الحوادث الثلاث نلاحظ بالاستقراء أن حالات وجودها أكثر من حالات عدمها ، أي أن عوامل الوجود بالنسبة إليها أكثر من عوامل العدم . ففي ظل هذا الافتراض سوف يصبح احتمال أن تكون الحوادث كلها غير موجودة أصغر من سائر قيمة الاحتمالات الأخرى .

مثلا : إذا افترضنا أن عوامل الصدق في الأخبار ضعف عوامل الكذب ، بأن كان هناك عاملان للصدق في مقابل عامل واحد للكذب ، وواجهنا ثلاث أخبار ، فسوف نحصل على علمين : فـ (العلم الإجمالي ١) يضم ثمانية أعضاء في مجموعة أطرافه وهي الحالات الممكنة للكذب والصدق في هذه الأخبار الثلاثة ، وواحدة من هذه الحالات الثمان حالة كذب الأخبار الثلاثة جميعا ، ولو بقي هذا العلم وحده لكانت القيم الاحتمالية للحالات الثمان متساوية فتكون قيمة كل حالة : $1/8$ ، ولكن هناك (العلم الإجمالي ٢) وهو العلم الذي يستوعب الحالات المحتملة لعوامل الصدق والكذب ، وحيث أن كل خبر يجب أن يرتبط بأحد عوامل ثلاثة إثنان منهما عاملان للصدق وواحد عامل للكذب بموجب الافتراض المتقدم ، فسوف يواجه (العلم الإجمالي ٢) تسع حوادث بدلا عن ثلاث ، أو بتعبير آخر ثلاث مجموعات ثلاثية :

أ - المجموعة الثلاثية لعوامل الصدق والكذب في الخبر الأول .

ب - المجموعة الثلاثية لعوامل الصدق والكذب في الخبر الثاني .

ج - المجموعة الثلاثية لعوامل الصدق والكذب في الخبر الثالث .

و (العلم الإجمالي ٢) يعني : العلم بوجود عامل واحد من كل واحدة من هذه المجموعات الثلاثية الثلاث * والحالات المحتملة لوجود عامل واحد من كل واحدة من هذه المجموعات هي سبع وعشرون حالة، وحالة واحدة منها – وهي أن يكون العامل المتحقق من كل مجموعة هو عامل الكذب – تعتبر في صالح احتمال كذب الأخبار الثلاثة جميعاً، وسائر الصور الأخرى في صالح أن يكون واحد من تلك الأخبار الثلاثة – على الأقل – صادقا .

وهكذا يتدخل (العلم الإجمالي ٢) في تغيير القيم الاحتمالية لأطراف (العلم الإجمالي ١) فيجعلها غير متساوية ((. (١١)

في ضوء ما تقدم يتضح أن العلم الإجمالي الذي اتخذه الشهيد الصدر أساسا لتقويم درجة احتمال الحوادث ، حينما تكون قيمة احتمال كل حادثة بمفردها أكثر من $1/2$ هو العلم الإجمالي الذي يتفق في نتائجه مع ما تفضي إليه معادلات برنولي من نتائج، وليس هو العلم الذي تتشكل مجموعة أطرافه من حاصل ضرب مجموعة أطراف العلم الثلاثي في مجموعة أطراف العلم الإجمالي، التي تتمثل في مجموع أعداد توافق الصور الممكنة لـ (م) في (ن) ، بحسب ما يظهر من كلامه – قدس – فيما كتبه تحت عنوان (التعريف ونظرية برنولي) . وعلى أساس ما تقدم فلا بد من تأويل ظاهر كلامه بما يتناسب مع موقفه الواضح الذي عرضناه فيما تقدم .

موقف يحيى محمد من تفسير الشهيد الصدر لنظرية برنولي :

كتب يحيى محمد في كتابه (الاستقراء والمنطق الذاتي) ما نصه :

((أما بخصوص تفسير المفكر الصدر لنظرية برنولي، فكما علمنا أنه قد اعتمد على إيجاد علم إجمالي يضم كافة الأطراف المحتملة للاختبارات المقامة . ففي مثالنا السابق عن الاختبارات الأربعة لرمي قطعة النقد ، عرفنا أن هناك ستة عشر طرفا احتماليا ممكنا، وقد حاز

الشكل الرابع منها على ستة مراكز . ولو افترضنا عددا أكبر من الاختبارات فإن أطراف العلم الإجمالي تزداد تبعا لذلك ، وبالتالي تصبح أكثر المراكز عائدة للشكل الذي تكون قيمته الاحتمالية مساوية للقيمة القبلية (١/٢) .

وعند افتراض عدد كبير من الاختبارات فإن احتمال الحصول على نفس النسبة القبلية يصير كبيرا جدا، وذلك نتيجة تضائل الاحتمالات الأخرى المنافسة له. مع أن هذه النظرية لا تريد أن تثبت كون الشكل الذي يطابق احتماله للاحتمال القبلي هو الذي يقترب من اليقين خلال الاختبارات الكبيرة، لسبب ضالة جميع احتمالات الأشكال الأخرى. أي أنه من الخطأ اعتبار النظرية تعبر عن العلاقة التالية :

$$\text{عدد ما يحتله الشكل من المراكز} \div \text{عدد أطراف العلم الإجمالي} = \text{يقترب جدا من الواحد}$$

ذلك أنها لا تعين الشكل الذي يقترب من الواحد ، لاستبعاد تحققه بعينه من بين الأشكال الكثيرة، كما من الخطأ تصور أن بقية الأشكال الأخرى ضئيلة الاحتمال، فجوهر النظرية يثبت بأن الاختبارات الكبيرة تفضي إلى إيجاد نسبة احتمالية تقترب باطراد من نسبة الاحتمال القبلي، وذلك نتيجة ما يستبعد من الأشكال التي تتضمن المنافسة مع هذه النسبة ؛ إذ تصبح بقية الأشكال عالية الاحتمال لقوة ما تملك من أعداد كبيرة للتوافق، وظهور أي شكل من هذه الأشكال يحقق حالة الأقتراب من النسبة القبلية رغم التفاوتات الضئيلة التي من الممكن إهمالها عمليا .

كما يلاحظ أن المفكر الصدر لم يوحد في تعامله مع الحوادث التي تختلف نسب احتمالاتها القبلية، فهو يفرق بين الحادثة التي تكون قيمة احتمالها نصفاً، وبين سائر الحوادث الأخرى التي لا تصدق عليها هذه النسبة، فمثلا حاول أن يفسر حادثة (أ) المقدرة بـ (٢/٣) بالطريقة التالية :

لما كانت هذه الحادثة تعبر عن ظهور (أ) مرتين في كل ثلاث مرات، فلا بد أن يكون هناك علم إجمالي يضم ثلاثة أطراف، تحتل فيه (أ) مركزين فقط وهو الاحتمال القبلي لها . إلا ان هناك احتمالاً آخر ينتج عما نفترضه من التجارب ، إذ ينشأ من العلم الإجمالي الذي يتألف من مجموعة أعداد توافيق الأشكال الممكنة لتكرر الحادثة (أ). وبضرب العلمين ببعضهما يتكون لدينا علم إجمالي ثالث تتساوى قيم أعضائه المحتملة، فتحصل الحادثة (أ) على المراكز التي تحتلها من مجموعة الأعضاء الكلية ، وبذلك تطابق الاحتمال القبلي للحادثة بما قيمته (٢/٣).

وطبقاً لهذا التفسير لو افترضنا وجود اختبارين فإن عدد مجموع التوافيق فيهما يكون (٤) - كما سنرى - ولو ضربنا هذا العلم بالعلم الإجمالي القبلي ذي الأطراف الثلاثة لكان الناتج مساوياً لـ (١٢) عضواً، حيث يفترض أن تحتل الحادثة (أ) ثلثي الأعضاء ، فتصبح قيمتها نفس القيمة القبالية . ويمكن تصوير هذه الطريقة كالآتي :

١ - ظهور (أ) في تجربة واحدة فقط .

٢ - ظهور (أ) في التجربتين معا .

٣ - عدم ظهور (أ) في كلا التجربتين .

ويمتلك الشكل الأول (٢) من التوافيق، حيث إما أن تظهر (أ) في التجربة الأولى أو الثانية . أما بالنسبة الشكلين الآخرين فيمتلك كل منهما (١) من التوافيق، إذ لكل منهما إمكانية واحدة ، وبهذا تصبح مجموعة التوافيق (٤) ومع ضرب هذه المجموعة بأطراف العلم القبلي نحصل على (١٢) طرفاً تتوزع لصالح كل من ظهور الحادثة وعدمه.

لكن هذه الطريقة تخالف قانون برنولي الذي يأخذ باعتبار مقدار الاحتمال القبلي مع عدد التوافيق. فبحسب هذا القانون إنه سواء كانت

قيمة الحادثة نصفاً أو غير نصف لا بد من ضرب قانون التوافيق بالقاعدة الرياضية التي تقدر قيمة احتمال حالة من الحالات المتساوية لأي شكل من الأشكال السابقة، فمثلاً إن الشكل الأول له حالتان توفقيتان متساويتا الاحتمال، وكل منهما يمكن أن يستخرج عبر هذه القاعدة :

$$\frac{1}{(h-1)} \times \frac{1}{(n-1)}$$

حيث (هـ) تمثل القيمة الاحتمالية للحادثة، و (ن) مجموع التجارب المفترضة، و (م) مقدار التجارب التي نعينها لظهور الحادثة . ومن ثم فاستخراج قيمة احتمال أي شكل كان يتحدد بمعادلة برنولي التالية :

$$\frac{1}{(n-m)!} \times \frac{1}{(h-1)} \times \frac{1}{(n-1)}$$

فاحتمال الشكل الأول هو :

$$\frac{1}{1 \times 1} = \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3}$$

وا احتمال الشكل الثاني هو :

$$\frac{1}{1 \times 2} = \frac{1}{9} \times \frac{1}{9} \times \frac{1}{9}$$

وا احتمال الشكل الثالث هو :

$$1/9 = 1/9 \times 1 \times \frac{!2}{2 \times 1}$$

والملاحظ في هذه الاحتمالات أن مجموع الإمكانيات عبارة عن تسعة ، بينما تكون الإمكانيات حسب طريقة المفكر الصدر اثني عشر إمكنا . كذلك فإن القيمة الاحتمالية العظمى التي يحددها الصدر هي (٨/١٢) أو (٢/٣) ، بينما قيمتها الحقيقية حسب قانون برنولي هي (٤/٩) .

وفي حالة افتراض أربع تجارب فسيوجد هناك ستة عشر توفيقا ممكنا، وطبقا للمفكر الصدر فإن هذا العلم يضرب بالعلم الإجمالي الأول فيتكون لدينا (٤٨) عضوا، حيث تحتل الحادثة (أ) ثلثي أعضائها، في حين أن مجموع الإمكانيات الكلية طبقا للقانون السابق هي (٨١) ، حيث تتوزع على خمسة أشكال محتملة تحظى بالقيم التالية :

١ - احتمال ظهور (أ) في جميع التجارب الأربع :

$$16/81 = 1 \times 16/81 \times \frac{!4}{!(4-4) !4}$$

٢ - احتمال عدم وقوع (أ) في أي تجربة مطلقا :

$$1/81 = 1/81 \times 1 \times \frac{!4}{!4(0-4) !4}$$

٣ - احتمال وقوع (أ) في تجربة واحدة فقط :

$$8/81 = 1/27 \times 2/3 \times \frac{!4}{!(1-4)!1}$$

٤ - احتمال وقوع (أ) في تجربتين :

$$24/81 = 1/9 \times 4/9 \times \frac{!4}{!(2-4)!2}$$

٥ - احتمال وقوع (أ) في ثلاث تجارب :

$$32/81 = 1/3 \times 8/27 \times \frac{!4}{!(3-4)!3}$$

هذه خمسة أشكال محتملة يحظى فيها الشكل الخامس أعظم قيمة لاحتمال ، وليس بينها ما يحمل ثلثي المراكز المقدرة.

على هذا نخلص بأن الطريقة السابقة لتفسير القضايا الاحتمالية ذات الأطراف اللاتنائية ليست صحيحة، ولا يوجد مبرر معقول لتمييزها عن القضايا الأخرى الثنائية . وفي جميع الأحوال إنه من الممكن تفسير تلك القضايا تبعا لاعتبار وجود مراكز وعوامل مفترضة، حيث تتوزع الحصص المستحقة لكل طرف من الأطراف الممكنة . بل إن صياغة قانون برنولي قائمة على هذا الشكل المنطقي مثلما تصوره النظرية التقليدية للاحتمال، وكل عملية تفسير قائمة على الإمكانات وتساويها ، تبعا لمبدأ عدم التمييز، لا جدوى لها، لأنها ليست سوى تحصيل حاصل (((١٢)

تعليقتنا على موقف يحيى محمد من تفسير الشهيد الصدر لنظرية برنولي :

من الواضح أن يحيى محمد قد لاحظ في تفسير الشهيد الصدر
لنظرية برنولي الأمرين التاليين :

الأمر الأول – أنه من الخطأ ان نعتبر أن نظرية برنولي تعبر عن
العلاقة التالية :

عدد ما يحتله الشيء من المراكز
_____ يقترب جدا من الواحد .
عدد أطراف العلم الإجمالي

الأمر الثاني – لقد لاحظ يحيى محمد أن الشهيد الصدر لم يوحد في
تعامله مع الحوادث التي تختلف نسب احتمالاتها القبلية، فهو يفرق بين
الحادثة التي تكون قيمة احتمالها نصفاً وبين سائر الحوادث الأخرى
التي لا تصدق عليها هذه النسبة. وقد خلص من هذه الملاحظة إلى أن
الطريقة التي تبناها الشهيد الصدر لتفسير القضايا الاحتمالية اللاتائية
ليست صحيحة ، ولا يوجد مبرر معقول لتمييزها عن القضايا
الأخرى التائية.

أقول : أما بالنسبة للأمر الأول، فلقد بينا في الإيضاح الثاني من
الإيضاحات الثلاثة التي أوردناها في آخر الإضاءة الرابعة أن ما فهمه
البعض من عبارات الشهيد الصدر لم يكن هو الفهم المعبر عن موقف
الشهيد الصدر.

أما بالنسبة للأمر الثاني فما لاحظته يحيى محمد لاحظته أيضاً السيد
عمار أبو رغيف، فقد ذكرنا فيما تقدم تحت عنوان (التعريف ونظرية
برنولي بين الشهيد الصدر والسيد عمار أبو رغيف) : أن السيد عمار
أبو رغيف لم يكن مقتنعاً بما طرحه الشهيد الصدر في (الأسس
المنطقية للاستقراء) بخصوص انسجام التعريف مع نظرية برنولي،

إذ لا مبرر – فيما يرى السيد عمار أبو رغيف – لكي يعتمد التفسير الإجمالي – سواء أكان قيمة احتمال الحادثة $1/2$ أو أقل أو أكثر من ذلك – على العلم الإجمالي الذي تتمثل مجموعة أطرافه في مجموعة توافيق [(م) في (ن)] أساسا لتقويم درجة احتمال الحوادث في نظرية التوزيع.

وعلى أساس ما تقدم طرح السيد عمار أبو رغيف تفسيراً آخر حاول من خلاله إثبات انسجام التعريف الإجمالي مع نظرية برنولي – كما هو واضح مما تقدم – .

وعلى أية حال فلقد بينا فيما كتبناه – فيما تقدم أيضاً – تحت عنوان (التعريف ونظرية برنولي بين الشهيد الصدر والسيد عمار أبو رغيف) : أن ما فهمه يحيى محمد والسيد عمار أبو رغيف – رغم ما في عبارات الشهيد الصدر من ظهور قوي مؤيد لهذا الفهم – ليس هو الفهم المعبر عن موقف الشهيد الصدر.

وعلى أساس ما تقدم فليس من الصحيح أن نقول : وفي حالة افتراض أربع تجارب فسيوجد هناك ستة عشر توفيقاً ممكنًا ، وطبقاً للمفكر الصدر فإن هذا العلم يضرب بالعلم الإجمالي الأول فيكون لدينا (٤٨) عضواً --- .

والصحيح هو أن نقول : إننا إذا افترضنا أن عوامل الصدق في الأخبار ضعف عوامل الكذب ، بأن كان هناك عاملان للصدق في مقابل واحد للكذب ، وواجهنا أربعة أخبار ، فطبقاً للمفكر الصدر :

سوف نحصل على علمين إجماليين : ف (العلم الإجمالي ١) يضم ستة عشر عضواً في مجموعة أطرافه وهي الحالات الممكنة للكذب والصدق في هذه الأخبار الأربعة :

١ – أن تكون الأخبار الأربعة كلها صادقة .

٢ - أن يكون كل من الأول والثاني والثالث صادقا ويكون الرابع كاذبا .

٣ - أن يكون كل من الأول والثاني والرابع صادقا ويكون الثالث كاذبا .

٤ - أن يكون كل من الأول والثالث والرابع صادقا ، ويكون الثاني كاذبا .

٥ - أن يكون كل من الثاني والثالث والرابع صادقا ويكون الأول كاذبا .

٦ - أن يكون الأول والثاني صادقين ويكون الثالث والرابع كاذبين .

٧ - أن يكون الأول والثالث صادقين ويكون الثاني والرابع كاذبين .

٨ - أن يكون الأول والرابع صادقين ويكون الثاني والثالث كاذبين .

٩ - أن يكون الثاني والثالث صادقين ويكون الأول والرابع كاذبين .

١٠ - أن يكون الثاني والرابع صادقين ويكون الأول والثالث كاذبين .

١١ - أن يكون الثالث والرابع صادقين ويكون الأول والثانس كاذبين .

١٢ - أن يكون الأول صادقا ويكون كل من الثاني والثالث والرابع كاذبا .

١٣ - أن يكون الثاني صادقا ويكون كل من الأول والثالث والرابع كاذبا .

١٤ - أن يكون الثالث صادقا ويكون كل من الأول والثاني والرابع كاذبا .

١٥ - أن يكون الرابع صادقا ويكون كل من الأول والثاني والثالث كاذبا .

١٦ - أن تكون الأخبار الأربعة كلها كاذبة .

وواحدة من هذه الحالات الستة عشر حالة كذب الأخبار الأربعة جميعا. ولو بقي هذا العلم وحده لكانت القيم الاحتمالية للحالات الستة عشر متساوية، فتكون قيمة كل حالة : $1/16$ ، ولكن هناك (العلم الإجمالي ٢) وهو العلم الذي يستوعب الحالات المحتملة لعوامل الصدق والكذب ، وحيث أن كل خبر يجب أن يرتبط بأحد عوامل ثلاثة : إثبات منها عاملان للصدق وواحد عامل للكذب بموجب الافتراض المتقدم ، فسوف يواجهه (العلم الإجمالي ٢) أربع مجموعات ثلاثية :

أ - المجموعة الثلاثية لعوامل الصدق والكذب في الخبر الأول . ويمكن أن نرمز لها بـ (أ١ ، ب١ ، ج١)، بحيث يشيران (أ١ ، ب١) إلى عاملي الصدق في الخبر الأول ويشير (ج١) إلى عامل الكذب.

ب - المجموعة الثلاثية لعوامل الصدق والكذب في الخبر الثاني . ويمكن أن نرمز لها بـ (أ٢ ، ب٢ ، ج٢)، بحيث يشيران (أ٢ ، ب٢)

(إلى عاملي الصدق في الخبر الثاني ويشير (جـ ٢) إلى عامل الكذب.

ج - المجموعة الثلاثية لعوامل الصدق والكذب في الخبر الثالث .
ويمكن أن نرمز لها بـ (أ٣ ، ب٣ ، ج٣)، بحيث يشير ان (أ٣ ، ب٣)
(إلى عاملي الصدق في الخبر الثالث ويشير (جـ ٣) إلى عامل الكذب.

د - المجموعة الثلاثية لعوامل الصدق والكذب في الخبر الرابع .
ويمكن أن نرمز لها بـ (أ٤ ، ب٤ ، ج٤)، بحيث يشير ان (أ٤ ، ب٤)
(إلى عاملي الصدق في الخبر الرابع ويشير (جـ ٤) إلى عامل الكذب.

و (العلم الإجمالي ٢) يعني : العلم بوجود عامل واحد من كل واحدة من هذه المجموعات الثلاثية الأربع، والحالات المحتملة لوجود عامل واحد من كل واحدة من هذه المجموعات هي (٨١) حالة كالآتي :

١ - أ١ ، أ٢ ، أ٣ ، أ٤ .

٢ - أ١ ، أ٢ ، أ٣ ، ب٤ .

٣ - أ١ ، أ٢ ، أ٣ ، ج٤ .

٤ - أ١ ، أ٢ ، ب٣ ، أ٤ .

٥ - أ١ ، أ٢ ، ب٣ ، ب٤ .

٦ - أ١ ، أ٢ ، ب٣ ، ج٤ .

٧ - أ١ ، أ٢ ، ج٣ ، أ٤ .

٨ - أ١ ، أ٢ ، ج٣ ، ب٤ .

٩ - أ١ ، أ٢ ، ج٣ ، ج٤ .

١٠ - أ١ ، ب٢ ، أ٣ ، أ٤ .

١١ - أ١ ، ب٢ ، أ٣ ، ب٤ .

١٢ - أ١ ، ب٢ ، أ٣ ، ج٤ .

١٣ - أ١ ، ب٢ ، ب٣ ، أ٤ .

١٤ - أ١ ، ب٢ ، ب٣ ، ب٤ .

١٥ - أ١ ، ب٢ ، ب٣ ، ج٤ .

١٦ - أ١ ، ب٢ ، ج٣ ، أ٤ .

١٧ - أ١ ، ب٢ ، ج٣ ، ب٤ .

١٨ - أ١ ، ب٢ ، ج٣ ، ج٤ .

١٩ - أ١ ، ج٢ ، أ٣ ، أ٤ .

٢٠ - أ١ ، ج٢ ، أ٣ ، ب٤ .

٢١ - أ١ ، ج٢ ، أ٣ ، ج٤ .

٢٢ - أ١ ، ج٢ ، ب٣ ، أ٤ .

٢٣ - أ١ ، ج٢ ، ب٣ ، ب٤ .

٢٤ - أ١ ، ج٢ ، ب٣ ، ج٤ .

٢٥ - أ١ ، ج٢ ، ج٣ ، أ٤ .

٢٦ - أ١ ، ج٢ ، ج٣ ، ب٤ .

٢٧ - أ١ ، ج٢ ، ج٣ ، ج٤ .

٢٨ - ب١ ، أ٢ ، أ٣ ، أ٤ .

٢٩ - ب١ ، أ٢ ، أ٣ ، ب٤ .

٣٠ - ب١ ، أ٢ ، أ٣ ، ج٤ .

٣١ - ب١ ، أ٢ ، ب٣ ، أ٤ .

٣٢ - ب١ ، أ٢ ، ب٣ ، ب٤ .

٣٣ - ب١ ، أ٢ ، ب٣ ، ج٤ .

٣٤ - ب١ ، أ٢ ، ج٣ ، أ٤ .

٣٥ - ب١ ، أ٢ ، ج٣ ، ب٤ .

٣٦ - ب١ ، أ٢ ، ج٣ ، ج٤ .

٣٧ - ب١ ، ب٢ ، أ٣ ، أ٤ .

٣٨ - ب١ ، ب٢ ، أ٣ ، ب٤ .

٣٩ - ب١ ، ب٢ ، أ٣ ، ج٤ .

- ٤٠ - ب١ ، ب٢ ، ب٣ ، أ٤ .
- ٤١ - ب١ ، ب٢ ، ب٣ ، ب٤ .
- ٤٢ - ب١ ، ب٢ ، ب٣ ، ج٤ .
- ٤٣ - ب١ ، ب٢ ، ج٣ ، أ٤ .
- ٤٤ - ب١ ، ب٢ ، ج٣ ، ب٤ .
- ٤٥ - ب١ ، ب٢ ، ج٣ ، ج٤ .
- ٤٦ - ب١ ، ج٢ ، أ٣ ، أ٤ .
- ٤٧ - ب١ ، ج٢ ، أ٣ ، ب٤ .
- ٤٨ - ب١ ، ج٢ ، أ٣ ، ج٤ .
- ٤٩ - ب١ ، ج٢ ، ب٣ ، أ٤ .
- ٥٠ - ب١ ، ج٢ ، ب٣ ، ب٤ .
- ٥١ - ب١ ، ج٢ ، ب٣ ، ج٤ .
- ٥٢ - ب١ ، ج٢ ، ج٣ ، أ٤ .
- ٥٣ - ب١ ، ج٢ ، ج٣ ، ب٤ .
- ٥٤ - ب١ ، ج٢ ، ج٣ ، ج٤ .
- ٥٥ - ج١ ، أ٢ ، أ٣ ، أ٤ .

٥٦ - ج ١ ، أ ٢ ، أ ٣ ، ب ٤ .

٥٧ - ج ١ ، أ ٢ ، أ ٣ ، ج ٤ .

٥٨ - ج ١ ، أ ٢ ، ب ٣ ، أ ٤ .

٥٩ - ج ١ ، أ ٢ ، ب ٣ ، ب ٤ .

٦٠ - ج ١ ، أ ٢ ، ب ٣ ، ج ٤ .

٦١ - ج ١ ، أ ٢ ، ج ٣ ، أ ٤ .

٦٢ - ج ١ ، أ ٢ ، ج ٣ ، ب ٤ .

٦٣ - ج ١ ، أ ٢ ، ج ٣ ، ج ٤ .

٦٤ - ج ١ ، ب ٢ ، أ ٣ ، أ ٤ .

٦٥ - ج ١ ، ب ٢ ، أ ٣ ، ب ٤ .

٦٦ - ج ١ ، ب ٢ ، أ ٣ ، ج ٤ .

٦٧ - ج ١ ، ب ٢ ، ب ٣ ، أ ٤ .

٦٨ - ج ١ ، ب ٢ ، ب ٣ ، ب ٤ .

٦٩ - ج ١ ، ب ٢ ، ب ٣ ، ج ٤ .

٧٠ - ج ١ ، ب ٢ ، ج ٣ ، أ ٤ .

٧١ - ج ١ ، ب ٢ ، ج ٣ ، ب ٤ .

٧٢ - ج١ ، ب٢ ، ج٣ ، د٤ .

٧٣ - ج١ ، ج٢ ، أ٣ ، أ٤ .

٧٤ - ج١ ، ج٢ ، أ٣ ، ب٤ .

٧٥ - ج١ ، ج٢ ، أ٣ ، د٤ .

٧٦ - ج١ ، ج٢ ، ب٣ ، أ٤ .

٧٧ - ج١ ، ج٢ ، ب٣ ، د٤ .

٧٨ - ج١ ، ج٢ ، ب٣ ، د٤ .

٧٩ - ج١ ، ج٢ ، ج٣ ، أ٤ .

٨٠ - ج١ ، ج٢ ، ج٣ ، د٤ .

٨١ - ج١ ، ج٢ ، ج٣ ، د٤ .

وحالة واحدة من هذه الحالات - وهي أن يكون العامل المتحقق من كل مجموعة هو عامل الكذب - تعتبر في صالح احتمال كذب الأخبار الأربعة جميعاً، وسائر الصور الأخرى في صالح أن يكون واحد من تلك الأخبار الأربعة - على الأقل - صادقاً.

وهكذا يتدخل (العلم الإجمالي ٢) في تغيير القيم الاحتمالية لأطراف (العلم الإجمالي ١) فيجعلها غير متساوية.

على أن نشير إلى أن الإمكانيات الكلية البالغة (٨١) إمكانيات طبقاً للتفسير الإجمالي تتوزع على خمسة أشكال محتملة تحظى بالقيم التالية :

أولاً – احتمال الصدق في الأخبار الأربعة كلها يساوي ١٦/٨١ ،
 باعتبار أن الصدق في الأخبار الأربعة كلها يحتل (١٦) طرفاً من
 المجموع الكلي لأطراف العلم الإجمالي البالغ عدده (٨١) طرفاً ،
 وهذه الأطراف هي : (١) ، (٢) ، (٤) ، (٥) ، (١٠) ،
 (١١) ، (١٣) ، (١٤) ، (٢٨) ، (٢٩) ، (٣١) ، (٣٢) ،
 (٣٧) ، (٣٨) ، (٤٠) ، (٤١) .

ثانياً – احتمال عدم الصدق في الأخبار الأربعة كلها يساوي ١/٨١ ،
 باعتبار أن عدم الصدق في الأخبار الأربعة كلها يحتل طرفاً واحداً
 – وهو الطرف الـ (٨١) – من بين المجموع الكلي لأطراف العلم
 الإجمالي البالغ عدده (٨١) طرفاً .

ثالثاً – احتمال الصدق في خبر واحد فقط من الأخبار الأربعة
 يساوي ٨/٨١ ، باعتبار أن الصدق في خبر واحد فقط من الأخبار
 الأربعة يحتل (٨) أطراف – هي { (٢٧) ، (٥٤) ، (٦٣) ،
 (٧٢) ، (٧٥) ، (٧٨) ، (٧٩) ، (٨٠) } – من بين المجموع
 الكلي لأطراف العلم الإجمالي البالغ عدده (٨١) طرفاً .

رابعاً – احتمال الصدق في خبرين فقط من الأخبار الأربعة يساوي
 ٢٤/٨١ ، باعتبار أن الصدق في خبرين فقط من الأخبار الأربعة
 يحتل (٢٤) طرفاً من بين المجموع الكلي لأطراف العلم الإجمالي
 البالغ عدده (٨١) طرفاً ، وهذه الأطراف هي : (٩) ، (١٨) ،
 (٢١) ، (٢٤) ، (٢٥) ، (٢٦) ، (٣٦) ، (٤٥) ، (٤٨) ،
 (٥١) ، (٥٢) ، (٥٣) ، (٥٧) ، (٦٠) ، (٦١) ، (٦٢) ،
 (٦٦) ، (٦٩) ، (٧٠) ، (٧١) ، (٧٣) ، (٧٤) ، (٧٦) ،
 (٧٧) .

خامساً – احتمال الصدق في ثلاثة أخبار فقط من الأخبار الأربعة
 يساوي ٣٢/٨١ ، باعتبار أن الصدق في ثلاثة أخبار فقط من الأخبار
 الأربعة يحتل (٣٢) طرفاً من المجموع الكلي لأطراف العلم
 الإجمالي البالغ عدده (٨١) طرفاً ، وهذه الأطراف هي : (٣) ،

، (١٧) ، (١٦) ، (١٥) ، (١٢) ، (٨) ، (٧) ، (٦)
 (٣٤) ، (٣٣) ، (٣٠) ، (٢٣) ، (٢٢) ، (٢٠) ، (١٩)
 (٤٧) ، (٤٦) ، (٤٤) ، (٤٣) ، (٤٢) ، (٣٩) ، (٣٥) ،
 (٦٤) ، (٥٩) ، (٥٨) ، (٥٦) ، (٥٥) ، (٥٠) ، (٤٩) ،
 . (٦٨) ، (٦٧) ، (٦٥) ،

هوامش المقالة الثانية عشر :

- ١ - الأسس المنطقية للاستقراء، مصدر سابق، ص ٢٥١-٢٥٣ .
- ٢ - نفس المصدر، ص ٢٥٣-٢٥٥ .
- ٣- لاحظ تعليق السيد الحائري في هامش الأسس المنطقية للاستقراء، ص ٢٥٣ .
- ٤ - نفس المصدر، ص ٢٥٢ .
- ٥ - نفس المصدر، ص ٢٥٦ .
- ٦ - نفس المصدر، ص ٢٥٥-٢٦٠ .
- ٧ - منطق الاستقراء، مصدر سابق، ص ١٦٨-١٧١ .
- ٨ - الأسس المنطقية للاستقراء، مصدر سابق، ص ٢٦٠-٢٦٦ .
- ٩- منطق الاستقراء، مصدر سابق، ص ٢٢٦-٢٥٠ .

على أن نشير إلى أننا قد تصرفنا، فضمامنا إلى هذا البحث بحثاً أخرى لغرض الإيضاح ، وما فعلناه هو التالي :

أولاً - حينما وصل بنا البحث في انسجام التعريف مع نظرية برنولي في ضوء دراسة السيد عمار أبورغيف إلى ما كتبه السيد عمار أبو رغيف تحت عنوان (التفسير الإجمالي والنقطة الأولى) وجدنا أن ما كتبه تحت هذا العنوان كان بحاجة إلى الإيضاح، ولما كان السيد عمار أبو رغيف قد قدم لنا فيما سبق مثل هذا الإيضاح في الصفحات : (من الصفحة ١٩٠ إلى الصفحة ١٩٧) من كتابه منطق الاستقراء، فقد قمنا بتضمين ما كتبه السيد عمار أبو رغيف في هذه الصفحات في ما كتبه ونقلناه عنه تحت عنوان (التعريف ونظرية برنولي في ضوء دراسة السيد عمار أبو رغيف)، وبالذات في ما كتبه تحت عنوان (التفسير الإجمالي والنقطة الأولى) .

ثانيا - حينما وصل بنا البحث إلى ما كتبه السيد عمار أبو رغيف تحت عنوان (التفسير الإجمالي والنقطة الثالثة) ، وجدنا أن ما كتبه بخصوص أن أحد معطيات نظرية برنولي هو أنها أعطتنا مقياسا لتحديد عدد المرات التي تتساوى قيمتها الاحتمالية ضمن (ن) من الاختبارات وكان عبارة عن :

$$\frac{ح(م)}{ن} = \frac{ح(م-ن)}{ن}$$

وقد وجدنا أن هذا الأمر لم يكن قد أشار إليه الشهيد الصدر أثناء عرضه لنظرية برنولي ، وعلى هذا الأساس كان لا بد من عرض الكيفية التي يمكن من خلالها استنتاج هذا المعطى من معادلات برنولي قبل أن ندرس انسجام التفسير الإجمالي مع هذا المعطى .

ولما كان السيد عمار أبو رغيف قد بين لنا - فيما سبق - كيفية استنتاج هذا المعطى ، أي المعادلة :

$$\frac{ح(م)}{ن} = \frac{ح(م-ن)}{ن}$$

في ما كتبه في الصفحات (من الصفحة ٢٠٥ إلى الصفحة ٢٠٧) من كتابه منطق الاستقراء ، فقد قمنا بتضمين ما كتبه في هذه الصفحات ضمن ما كتبه - ونقلناه عنه فيما تقدم - تحت عنوان (التعريف الإجمالي ونظرية برنولي في ضوء دراسة السيد عمار أبو رغيف) وبالأذات ضمن ما كتبه تحت عنوان (التفسير الإجمالي والنقطة الثالثة) .

١٠ - لاحظ مقدمة كتاب منطق الاستقراء، مصدر سابق، ص ٩.

١١ - الأسس المنطقية للاستقراء، مصدر سابق، ص ٤٤٨-٤٤٩.

١٢ - الاستقراء والمنطق الذاتي، مصدر سابق، ص ٣١٥-٣٢٠.

الإضاءة الثالثة عشر

نظرية الاحتمال في ضوء المذهب الذاتي

(تفسير الاحتمال)

(و)

تعريف الشهيد الصدر للاحتمال

(٤)

شمول التعريف

شمول التعريف :

كتب الشهيد الصدر في (الأسس المنطقية للاستقراء) تحت هذا العنوان ما نصه :

(((رأينا عندما درسنا تعريف الاحتمال على أساس التكرار أنه لا يمكن أن يشمل عددا من الاحتمالات.

فمثلا إذا كنا نراجع نتائج إحصاءات مؤكدة لنعرف نسبة تكرار السل في المدخنين ، ونتيجة لعدم وضوح الكتابة لم نستطع أن نعرف هل أن نسبة تكرار السل هي $1/4$ أو $1/5$ فسوف نواجه هنا احتمالا يتعلق بالنسبة نفسها لا بالمدخن، وهو أن النسبة تتمثل في أي من الكسرين، وهذا الاحتمال لا يشمل تعريف الاحتمال على أساس التكرار، ولكن بالإمكان أن يشمل الاحتمال بالمعنى الذي عرفناه؛ لأن هذه الحالة ينشأ فيها علم إجمالي بأن نسبة التكرار هي إما $1/4$ أو $1/5$ ، ومجموعة الأطراف في هذا العلم تحتوي على عضوين، فتكون درجة احتمال أن النسبة هي هذا الكسر بالذات أو ذاك بالذات $1/2$ ،

وبصورة عامة كلما كانت هناك مجموعة متكاملة (وهي المجموعة التي تضم حالات متنافية ولا بد أن تكون واحدة منها ثابتة) فهناك أيضا علم إجمالي، وهذا يعني شمول التعريف لاحتمالات أعضاء تلك المجموعة، وإذا عرفنا أن كل نقيضين – كالوجود والعدم والإثبات والنفي – يشكلان مجموعة متكاملة – كما تقدم – استطعنا أن نعرف شمول التعريف لأي احتمال ؛ لأن كل شيء نحتمله فهو عضو في مجموعة متكاملة ، وبالتالي يكون عضوا في مجموعة أطراف علم إجمالي.

ويجب أن نستثني من ذلك حالة فريدة هي حالة الشك المطلق الذي يمتد حتى إلى مبدأ عدم التناقض وغيره من البديهيات، فإن الاحتمال الذي يقوم على أساس شك من هذا القبيل لا يشمل التعريف؛ لأن هذا الشك لا يسمح بوجود علم إجمالي مهما كان نوعه، وإذا لم يوجد علم إجمالي فلا يصدق التعريف على الاحتمال ((((١٠))

دفع لفهم غير دقيق :

كتب الدكتور سروش في سياق تعليقه على تعريف الشهيد الصدر للاحتمال ما نصه :

((مضافا إلى أن شمول هذا التعريف ثابت لدى الشهيد الصدر، حيث يشمل هذا التعريف الحوادث الفردية الخاصة أيضا. إذ لو افترضنا أننا لم نستطع أحيانا لعدم وضوح الكتابة من تمييز الكلمة المكتوبة وهل أنها (خط) أم (حظ) فنحن نواجه في هذه الحالة مجموعة مؤلفة من عضوين، احتمال كل واحد منهما يساوي ١/٢ . وقد صرح (فون ميزس) بأن تعريف الاحتمال لا يشمل مثل هذه الموارد . لكن تعريف الشهيد الصدر الذي يقوم على أساس تشكيل مجاميع محددة الأعضاء يبقى مصونا من هذا الخل)) (٢٠) .

هذا الكلام الذي يؤكد فيه (سروش) أن تعريف الشهيد الصدر يشمل الحوادث الجزئية لأنه يعتمد تشكيل المجاميع المحددة الأعضاء

خلافاً لـ (ميزس) الذي يصرح بأن الاحتمال لا يشمل الحوادث الجزئية، لم يكن دقيقاً من وجهة نظر السيد عمار أبو رغيف ؛ إذ :

((والواقع إن سر شمول تعريف الشهيد الصدر للحوادث المفردة، ليس هو تشكيل مجاميع محددة الأعضاء، بل السر هو قيام العلم الإجمالي في حالة الحوادث المفردة، وإمكانية تشكيل مجموعة متكاملة من الحادثة المفردة وما ينافيها. بينما لا يشمل التعريف التكراري (بكل صورة) الحوادث الفردية لأنه - سواء أخذنا بتعريف التكرار المحدود، أم بتعريف (فون ميزس) التكرار اللامحدود - يقيم الاحتمال بوصفه علاقة بين فئتين . فتشكيل فئات محددة الأعضاء لا يحل من المشكلة شيئاً. ما لم يعتمد العلم الإجمالي وتشكيل مجموعة متكاملة من الحادثة ونقيضها)) (٣)

هوامش الإضاءة الثالثة عشر :

- ١ - الأسس المنطقية للاستقراء، مصدر سابق، ص ٢٦٦-٢٦٧.
- ٢ - الأسس المنطقية في ضوء دراسة الدكتور (سروش)، مصدر سابق، ص ٣٨.
- ٣ - نفس المصدر، ص ١٠٦ .

الإضاءة الرابعة عشر
نظرية الاحتمال في ضوء المذهب الذاتي
(تفسير الاحتمال)

(٥)

تعريف الشهيد الصدر لاحتمال

(٥)

تذليل الصعوبات التي يواجهها التعريف في
تحديد عدد أعضاء مجموعة أطراف العلم الاجمالي

الصعوبة الأساسية الأولى :

كتب الشهيد الصدر في (الأسس المنطقية للاستقراء) تحت عنوان
: (تذليل الصعوبات التي يمكن أن يواجهها هذا التعريف) ما نصه :

(((هناك صعوبة اساسية يواجهها هذا التعريف بكلتا صيغتيه ، فإن
التعريف بكلتا الصيغتين يشتمل على مفهوم وهو : (أعضاء مجموعة
اطراف العلم الاجمالي) ، فالصيغة الأولى تقسم رقم اليقين على
أعضاء هذه المجموعة ، والصيغة الثانية تقسم عدد المراكز التي يحتلها
الشيء في هذه المجموعة على عدد أعضائها ، فعدد أعضاء مجموعة
أطراف العلم الاجمالي يدخل في التعريف على أي حال .

والصعوبة تكمن في طريقة تحديد واختيار أعضاء هذه المجموعة ،
ونوضح ذلك في المثال التالي :

نفرض أننا علمنا إجمالاً بأن واحداً فقط من ثلاثة سوف يأتي :
(محمد بن حامد أو علي بن حامد أو ماجد) فكيف نحدد أعضاء
مجموعة أطراف العلم ؟

إننا في هذه الحالة افترضنا أن مجموعة الأطراف تشتمل على
ثلاثة أعضاء وهم محمد وعلي وماجد، ولكن بالإمكان أن نحدد
الأعضاء بأشكال أخرى فيختلف عددها، مثلاً قد نقول أن مجموعة
الأطراف تشتمل على عضوين وهما علي ومن يبدأ اسمه بميم، وقد
نقول أن مجموعة الأطراف تشتمل على عضوين هما ماجد وولد
لحامد، وكل هذه العبارات صادقة ، غير أننا لا يمكننا أن نتخذها جميعاً
أساساً لتحديد درجة الاحتمال ؛ لأننا على أساس التعبير الأول سوف
نجد احتمال أن علياً يأتي هو $1/3$ ؛ لأن الأعضاء ثلاثة، وعلى أساس
التعبير الثاني سوف نجد أن احتمال ذلك هو $1/2$ ؛ لأن علياً في هذا
التعبير يبدو أنه أحد عضوين في مجموعة الأطراف، بينما يكون
احتمال أن ماجداً يأتي هو $1/2$ على أساس التعبير الثالث.

ولنفرض أننا أخذنا اعتباطاً بالتعبير الأول، فإن ذلك لا يضع حداً
للصعوبات التي يواجهها التعريف ؛ لأننا إذا كنا على علم مثلاً بأن
محمدًا يملك أربع بدلات نرسم إليها ب (أ) و (ب) و (جـ) و (د)
فسوف يكون بإمكاننا أن نقول أن مجموعة أطراف العلم الاجمالي
تحتوي على ستة أعضاء كما يلي :

١ - محمد وهو يلبس بدلة (أ)

٢ - محمد وهو يلبس بدلة (ب)

٣ - محمد وهو يلبس بدلة (جـ)

٤ - محمد وهو يلبس بدلة (د)

٥ - علي

وقد تقول أن نفس الشيء يقال عن علي وماجد، فإذا كان لكل منهم أربع بدلات فسوف يكون عدد أعضاء مجموعة الأطراف ١٢ وتكون درجة احتمال أن محمدا يأتي $1/3 = 4/12$.

ولكن بإمكاننا أن نفترض أن عليا وماجدا لا يتوفر لديهما إلا بدلة واحدة، وليس محتمل أن يأتي علي أو ماجد إلا في تلك البدلة الوحيدة، وهذا يعني أن أعضاء مجموعة الأطراف (٦) لا (١٢)، ويقودنا ذلك إلى نتيجة باطلة بالبداهة، وهي أن كثرة ما يملك محمد من بدلات أدت إلى زيادة درجة احتمال أنه يأتي.

إن هذه الصعوبات تتطلب وضع مقياس لتحديد الأعضاء في مجموعة أطراف العلم الاجمالي.

وسوف نقوم فيما يلي بطريقتين في تذليل هذه الصعوبات :

الطريقة الأولى : والطريقة الأولى لتحديد الأعضاء في مجموعة أطراف العلم الاجمالي تتكون من فقرتين كما يلي :

أولا : إذا كان أحد الأطراف صالحا للتقسيم وكان بالإمكان إجراء تقسيم مناظر في سائر الأطراف الأخرى فلا بد من إجرائه في الأطراف الأخرى أو إهمال ذلك التقسيم في الجميع ، ولا يمكن الاقتصار في هذه الحالة على تقسيم أحد الأطراف فقط.

ثانيا : إذا كان أحد الأطراف صالحا للتقسيم ولم يكن بالإمكان إجراء تقسيم مناظر في سائر الأطراف فيجب إجراؤه في الطرف الذي يمكن فيه التقسيم ولا يجوز إهماله.

وعلى هذا الأساس فالأعضاء الذين ينتمون إلى مجموعة أطراف العلم الاجمالي ويشكلون المقام في الكسر ح/ل هم الأطراف الذين لم يجر على بعضهم تقسيم دون إجراء تقسيم مناظر على سائر الأطراف

إذا أمكن إجراؤه على سائر الأطراف ولم يمتنع عن إجراء تقسيم ممكن على طرف لمجرد أنه ليس لدينا تقسيم مناظر له للطرف الآخر.

وتتضح الفكرة في ذلك عن طريق توضيح كيفية التغلب على الصعوبات السابقة في ضوءها.

لنأخذ الصعوبة الأولى التي نشأت من تقسيم فرضية مجيء محمد إلى أربع صور بالقياس إلى نوع البدلة التي يلبسها، بينما ظلت فرضية مجيء علي ومجيء ماجد تمثلان صورتين فقط ؛ لأن كلا منهما لا يملك إلا صورة واحدة لاختيار ملابسه.

إن هذه الصعوبة نشأت من عدم إجراء تقسيم مناظر على ماجد وعلي ، ومن الاعتقاد بأن ماجدا أو عليا ما داما لا يملكان إلا طريقة واحدة لاختيار ملابسهما فلا يمكن إجراء التقسيم عليهما مع أنه ممكن أن تقسم فرضيات مجيء محمد وعلي وماجد كما يلي :

١ - أن يأتي محمد وهو يلبس بدلة (أ)

٢ - أن يأتي محمد وهو يلبس بدلة (ب)

٣ - أن يأتي محمد وهو يلبس بدلة (ج)

٤ - أن يأتي محمد وهو يلبس بدلة (د)

٥ - أن يأتي علي وتصدق في نفس الوقت القضية الشرطية القائلة : لو أتى محمد لكان يلبس بدلة (أ) .

٦ - أن يأتي علي وتصدق في نفس الوقت القضية الشرطية : لو أتى محمد لكان يلبس بدلة (ب) .

٧ - أن يأتي علي وتصدق في نفس الوقت القضية الشرطية القائلة : لو أتى محمد لكان يلبس بدلة (ج) .

٨ - أن يأتي علي وتصدق في نفس الوقت القضية الشرطية القائلة : لو أتى محمد لكان يلبس بدلة (د) .

٩ - أن يأتي ماجد وتصدق في نفس الوقت القضية الشرطية القائلة : لو أتى محمد لكان يلبس البدلة (أ) .

١٠ - أن يأتي ماجد وتصدق في نفس الوقت القضية الشرطية القائلة : لو أتى محمد لكان يلبس البدلة (ب) .

١١ - أن يأتي ماجد وتصدق في نفس الوقت القضية الشرطية القائلة : لو أتى محمد لكان يلبس البدلة (ج) .

١٢ - أن يأتي ماجد وتصدق في نفس الوقت القضية الشرطية القائلة : لو أتى محمد لكان يلبس البدلة (د) .

وبهذا نجد أن الصور (١٢) وأن تقسيم الطرفين - علي وماجد - لا يتوقف على أن تكون لهما نفس الظروف المفترضة لمحمد، أي أن يكونا حائزين على أربع بدلات، بل إن الظروف التي تسمح بتقسيم أي طرف من أطراف العلم الاجمالي تكون وحدها كافية لتقسيم سائر الأطراف على أساس نفس تلك الظروف كما رأينا في هذا المثال؛ لأن ظروف محمد مكنت من تقسيم فرضية مجيئه إلى أربع صور، وهي نفسها مكنت من تقسيم فرضية مجيء علي أو ماجد إلى أربع صور أيضا على أساس قضايا شرطية أربع لا يمكن أن يصدق اثنتان منهما معا وبالإمكان أن يجتمع أي واحد منهما مع فرضية مجيء علي أو ماجد؛ لأن صدق القضية الشرطية القائلة : لو أتى محمد لكان يلبس البدلة كذا لا يعني أن محمدا قد أتى بالفعل، فقد علمنا المنطق الصوري أن صدق القضية الشرطية لا يستلزم صدق طرفيها ، وهذا يعني أن فرضية مجيء علي أو ماجد تنقسم إلى أربع صور تتميز كل صورة

عن سائر الصور بافتراض صدق واحدة من تآك القضايا الشرطية الأربع التي لا يمكن أن يصدق منها اثنتان معا في وقت واحد .

وبذلك سوف يظل احتمال مجيء أي واحد من الثلاثة $1/3$ أو $4/12$. وهكذا يتضح أن هذه الصعوبة نشأت من الإخلال بالفقرة الأولى.

ولنأخذ الآن الصعوبة التي نشأت من اعتبار محمد وعلي حالتين من عضو واحد وهو ابن حامد ، الأمر الذي جعل مجموعة الأطراف تشتمل على عضوين فقط هما ابن حامد وماجد .

إن هذه الصعوبة نشأت من إهمال تقسيم كان بالإمكان إجراؤه على أحد العضوين دون الآخر، فإن ابن حامد يمكن تقسيمه إلى محمد وعلي، ولا يمكن إجراء تقسيم مناظر له على ماجد، وفي هذه الحالة لا بد من إجراء التقسيم على ابن حامد، وبذلك تكون الأعضاء ثلاثة وتزول الصعوبة التي كانت قد نتجت من الإخلال بالفقرة الثانية.

وهذه الطريقة في تحديد أعضاء مجموعة الأطراف كنت قد اقترحتها باقتناع في البداية ، ولكن تسلسل البحث في نظرية الاحتمال جعلتني أكتشف بعض الحقائق التي اضطررتي إلى التنازل عن تلك الطريقة، وسوف أؤجل مبررات هذا التنازل إلى أن نصل في تسلسل البحث إلى تلك الحقائق.

الطريقة الثانية : والطريقة الثانية تقوم على أساس المصادرة التالية باعتبارها بديهية من بديهيات الاحتمال :

إذا أمكن تقسيم أحد أطراف العلم الاجمالي إلى أقسام دون أن يناظره تقسيم للأطراف الأخرى، فهذه الأقسام إما أن تكون أصلية وإما أن تكون فرعية ، فإذا كانت أصلية فيعتبر كل قسم من أقسام الطرف عضوا في مجموعة أطراف العلم الاجمالي، وإذا كانت

الأقسام فرعية فلا يعتبر كل قسم من أقسام الطرف عضوا بل يكون الطرف عضوا واحدا.

ولتوضيح هذه البديهية لا بد من تفسير الأصلية والفرعية في الأقسام :

إننا في استعراض الصعوبات المتقدمة واجهنا تقسيمين :

أحدهما تقسيم مجيء محمد والذي هو أحد أطراف العلم الاجمالي إلى : ١ - مجيئه وهو يلبس بدلة (أ) ، و ٢ - مجيئه وهو يلبس بدلة (ب) ، و ٣ - مجيئه وهو يلبس بدلة (ج) ، و ٤ - مجيئه وهو يلبس بدلة (د) .

والتقسيم الآخر هو تقسيم ابن حامد إلى محمد وعلي.

فإذا أخذنا التقسيم الأول نلاحظ أن الأقسام في هذا التقسيم هي بدائل أربعة يتحقق واحد منها إذا افترضنا أن محمدا هو الذي جاء، أي أن محمدا إذا كان هو الذي جاء فلا بد أن يكون قد لبس إحدى بدلاته الأربع، وليس لأي واحد من البدائل الأربعة تأثير في تعيين الشخص الذي قد جاء فعلا ، وهذا النوع من الأقسام نطلق عليه اسم الأقسام الفرعية، أي أنها حالات متفرعة على وقوع ذلك الطرف من العلم الاجمالي الذي قسمناه إلى تلك الأقسام ، وليس لها أي تأثير في وجوده.

وإذا أخذنا التقسيم الثاني نلاحظ أن محمدا وعلي اللذين قسمنا ابن حامد إليهما ليسا حالتين فرعيتين لابن حامد؛ لأن كونهما حالتين فرعيتين يعني أن ابن حامد إذا كان هو الذي قد جاء فإما أن يكون محمدا وإما أن يكون عليا دون أي تأثير لمحمد أو علي في تحقيق فرضية مجيء ابن حامد، ومن الواضح أن الأمر ليس كذلك، فإن ابن حامد إذا كان هو الذي قد جاء فإن السبب في مجيئه يرتبط بدوافع ذلك

الشخص الخاص التي تحددها شخصية محمد وشخصية علي، وهذا النوع من الأقسام نطلق عليه اسم الأقسام الأصلية.

فالأقسام الفرعية هي حالات طرف من أطراف العلم الاجمالي متفرعة على وجوده وليس لها تأثير فيه. والأقسام الأصلية هي حالات لها تأثير في تقرير وجود ذلك الطرف الذي ينقسم إلى تلك الأقسام.

فكلما كانت أقسام أحد الأطراف فرعية فلا يعتبر كال قسم منها عضوا بل هناك عضو واحد وهو الطرف الذي ينقسم إلى تلك الأقسام.

وكلما كانت أقسام أحد الأطراف أصلية فيعتبر كل قسم عضوا في مجموعة أطراف العلم الاجمالي.

وبذلك اندفعت الصعوبتان معا.

أما الصعوبة التي نشأت من بدلات محمد الأربع فقد زالت؛ لأن الصور الربع لمجيء محمد تعتبر أقساما فرعية، فلا يصح أن تكون أعضاء في مجموعة أطراف العلم الاجمالي.

وأما الصعوبة التي نشأت من استبدال محمد وعلي بعضو واحد وهو ابن حامد فقد زالت؛ لأن انقسام ابن حامد إلى محمد وعلي انقسام إلى قسمين أصليين، وكلما كان أحد الطرفين للعلم الاجمالي منقسما إلى قسمين أصليين، فإما أن يقسم فعلا ويعتبر كل قسم عضوا في مجموعة أطراف العلم الإجمالي وإما أن يهمل تقسيمه شريطة أن يهمل تقسيم مناظر له في الطرف الآخر ، كما إذا كنا نعلم بمجيء أحد أربعة ، اثنان منهم ابنا حامد واثنان منهم ابنا حميد، ففي هذه الحالة إما أن نعتبر كل واحد من الأبناء عضوا في مجموعة الأطراف وإما أن نهمل القسمة في كل من الطرفين فنعتبر مجموعة أطراف العلم تشتمل على عضوين هما ابن حامد وابن حميد.

نستنتج مما تقدم التعريف التالي لمجموعة أطراف العلم الاجمالي :

مجموعة أطراف العلم الاجمالي هي المجموعة التي تضم كل أطراف العلم الاجمالي المتصفة :

أولا : بأنها ليست أقساما فرعية.

ثانيا : أن لا يكون قد أهمل في بعض تلك الأطراف التقسيم إلى قسمين أصليين أو أقسام أصلية إلا إذا كان هناك إهمال مناظر له في سائر الأطراف.

ولنطلق على هذا التعريف اسم البديهية الإضافية الثانية التي يحتاجها تفسير الاحتمال على أساس العلم الاجمالي، علاوة على البديهيات الأولية التي يتطلبها حساب الاحتمال، وعلى البديهية الإضافية الأولى التي تنص على أن رقم اليقين يقسم على أطراف العلم الإجمالي بالتساوي.

فأي مجموعة استوعبت كل أطراف العلم الاجمالي التي يتوفر فيها هذان الشرطان تحقق غرض التعريف وتشكل المقام في الكسر.

وعلى أساس البديهية الإضافية الثانية نستطيع أن نستنتج قاعدة الضرب في العلوم الإجمالية ، فإذا كان لدينا علمان إجماليان ولم تكن أعضاء أحد العلمين أقساما فرعية بالنسبة إلى أعضاء العلم الآخر فبالإمكان ضرب عدد أعضاء العلمين بعدد أعضاء العلم الآخر، ونحصل على علم كبير، ونحدد على أساسه القيم الاحتمالية لأعضاء العلمين الأولين.

فمثلا : نعلم إجمالا بأن قطعة النقد التي سوف نرميها تقع إما على وجه الصورة ، ونرمز إلى ذلك بـ (هـ) ، وإما على وجه الكتابة، ونرمز إليه بـ (س) ، ونفترض أن الأرض مقسمة إلى ثلاثة أقسام (أ) (ب) (ج) ، ونعلم أنها سوف تقع في أحد هذه الأقسام ، فهنا

إذن علمان إجماليان أحدهما يحتوي على عضوين، والآخر يحتوي على ثلاثة أعضاء، وبالضرب يتكون لدينا علم إجمالي يحتوي على ستة أعضاء تتوفر فيها الشروط التي قررناها في البديهية المتقدمة وهي : ١ - (هـ أ) ٢ - (هـ ب) ٣ - (هـ ج) ٤ - (س أ) ٥ - (س ب) ٦ - (س ج) .

وإذا افترضنا أننا كنا نعلم لأي سبب من الأسباب أن قطعة النقد إذا وقعت على وجه الصورة فسوف يكون وقوعها في القسم (ب) وأما إذا وقعت على وجه الكتابة فمن المحتمل أن تقع في أي قسم، فسوف يكون عدد أعضاء العلم الإجمالي الحاصل بالضرب أربعة فقط؛ لأن (هـ أ) و (هـ ج) غير محتملين وبذلك تكون قيمة احتمال وقوع النقد في قسم (ب) $\frac{2}{4}$ وقيمة احتمال وقوعه في قسم (ج) $\frac{1}{4}$ وقيمة احتمال وقوعه في قسم (أ) $\frac{1}{4}$ وقيمة احتمال الوقوع على وجه الصورة $\frac{1}{4}$ وقيمة احتمال الوقوع على وجه الكتابة $\frac{3}{4}$) (١)

مناقشة الشهيد الصدر للصعوبة الأولى في ضوء دراسة الدكتور (سروش) :

فيما يلي نص ما كتبه الدكتور (عبد الكريم سروش) في التعليق حول ما كتبه الشهيد الصدر بخصوص تعيين أعضاء مجموعة أطراف العلم الإجمالي :

يقول سروش : ((البحث يواجه صعوبة كبرى في أسلوب تعيين أعضاء المجموعة. فحينما نعلم أن واحداً من ثلاثة أشخاص (محمد، محسن ، علي) سوف يأتي قطعاً هذه الليلة إلى منزلنا ، فسوف نواجه مجموعة ثلاثية الأعضاء من العلم الإجمالي. واحتمال مجيء كل عضو يساوي $\frac{1}{3}$. والسؤال الآن هو : ألا يمكن أن تكون المجموعة مؤلفة من عضوين، الأول ما ابتدأ اسمه بـ (م) ، والثاني ما لم يبتدأ اسمه بـ (م) ، وفي هذه الحالة يكون احتمال مجيء العضو الأول (ما ابتدأ اسمه بميم) يساوي $\frac{1}{2}$ ، واحتمال مجيء علي يساوي $\frac{1}{2}$ ، (في حين كان احتمال مجيء علي في ضوء الحساب الأول يساوي $\frac{1}{3}$) .

وهذه مشكلة يواجهها (كينز) وغيره من أتباع قاعدة (اللاتمايز) ، فحينما نعطي لكل عضو من أعضاء المجموعات نصيبا متساويا من العلم الاجمالي يلزمنا الوقوع في التناقض أعلاه أيضا، ما لم نجد حلا لذلك. ولا حاجة بنا لنكرر ان النظرية التكرارية في حرز من هذا النقد، حيث ان الاحتمال فيها يستخلص من التكرار التجريبي للحدث المطلوب ضمن فئة عينية. أما في ضوء المدرسة المنطقية للاحتتمال (التي تعد الاحتمال علاقة بين القضايا)، وفي مدرسة (لابلاس) وفي ضوء نظرية الشهيد الصدر (التي هي خليط من التجريبية والمنطقية و (لابلاس) و (فون ميزس) تبقى المشكلة قائمة أمامنا.

كتب كينز في دراسته المهمة والمشهورة (رسالة في الاحتمال) بصدد معالجة هذه المشكلة ما يلي : ((افترض ان الأعضاء التي نريد إثبات تساوي احتمالاتها اعتمادا على قاعدة (اللاتمايز) عبارة عن $\emptyset(a_1)$ ، $\emptyset(a_2)$ ، --- ، $\emptyset(a_n)$ ، على افتراض h ، فالشرط اللازم لاجراء قاعدة اللاتمايز هو أن هذه الأعضاء بالنسبة للبيئة (h) تأتي على صورة $\emptyset(x)$ ، ولا تكون صالحة للتقسيم)).

إن هذا الاسلوب من المعالجة يمثل حلا موفقا للمجموعة المنفصلة الأعضاء ، لكنه لا يحل مشكلة بالنسبة للأعضاء المتصلة . فإذا علمنا أن نسبة الماء إلى الخل في إناء ما ثلاثة أضعاف في حدها الأكثر (أو أن حدها الأقل $1/3$) ، وأردنا أن نتعرف على قيمة احتمال أن تكون النسبة ضعفين فسوف نصل إلى نتيجتين مختلفتين وفقا لمبدأ اللاتمايز :

$$\frac{10}{16} = \frac{1/2 - 3}{1/3 - 3} = \left(\frac{1}{2} < \frac{\text{الماء}}{\text{الخل}} \right) \text{ احتمال}$$

$$\frac{10}{16} = \frac{1/3 - 2}{1/3 - 2} = \left(2 > \frac{\text{الخل}}{\text{الماء}} \right) \text{ احتمال}$$

وبعامة إذا كان (ن) بين (أ) و (ت) وأردنا حساب قيمة احتمال أن يكون (ن) بين (ج) و (أ) [اللذين هما بين أ و ب] فسنصل إلى تناقض ظاهر (بارادوكس) إذا أجرينا حسابنا على :

$$\begin{array}{c} \text{أ} \\ \text{ن} \end{array} \quad \begin{array}{c} \text{ن؟} \\ \text{ج} \end{array} \quad \begin{array}{c} \text{ب} \\ \text{د} \end{array}$$

أفاد المرحوم الصدر في علاج المشكلة من هذا الأسلوب أيضا. يعني أصر على رعاية قاعدة عدم صلاحية التقسيم . (على أنه لم يذكر أن ذلك قد استقاه من كتاب راسل في الوقت الذي طرح فيه راسل نفس المشكلة وجواب كينز بشكل أوضح وأسلس).

القاعدة التي أتى بها الشهيد الصدر في هذا المجال كالتالي :

الطريق الأول :

أ – إذا أمكن تقسيم أحد الأطراف ، وكان بالإمكان إجراء تقسيم مشابه في سائر الأطراف الأخرى فلا بد من إجراء ذلك.

ب – إذا كان التقسيم ميسرا في أحد الأطراف ، وكان إجراء تقسيم مشابه في الأطراف الأخرى غير ميسر ، يجب إجراء التقسيم في الطرف الذي يمكن فيه.

الطريق الثاني :

حينما يكون بعض أطراف العلم الاجمالي صالحا للتقسيم، يلزم إجراء هذا التقسيم ، إذا كانت أقسامه أصلية . أما إذا كانت الأقسام فرعية، فالتقسيم غير معتبر (الحالات الفرعية حالات متفرعة على وجود طرف العلم الاجمالي ، مثل الملبس، بينا الحالات الأصلية حالات لها دخل في أصل وجود طرف العلم الاجمالي) (((٢)

ملاحظتنا على موقف الدكتور (سروش) :

الملاحظة الأولى : أما قوله : ((هذه مشكلة يواجهها كينز وغيره من أتباع اللاتمايز)) ، ففيه :

على الرغم من أن لـ (كينز) محاولات في تجنب ما يترتب على مبدأ عدم التمييز من تناقضات عبر تقييد استخدامه في حالات الخيارات الممكنة متناهية العدد، وكذا أن تكون غير قابلة للتجزئة والتقسيم . (٣) إلا أن هذا لا يعني – بحسب السيد عمار أبو رغيف وهو محق – أن كينز من أتباع هذا المبدأ؛ إذ ينقل عنه أنه : ((قال : أنه في الحالات المحددة من هذا النوع يحق لنا أن نطبق التعريف الكلاسيكي للاحتمال. واتفق مع ناقدني مبدأ عدم الاكتراث الذي استخدم بمعنى واسع جدا في الفترة الكلاسيكية، والذي كان من الخطأ تطبيقه على مواقف متعددة ، كالتنبؤ بأن الشمس ستشرق غدا، ويقول إن مبدأ عدم الاكتراث في الحقيقة مناسب لألعاب الصدفة، وبعض المواقف الأخرى البسيطة ، التي يمكن أن تعطى لها قيم احتمالية عديدة. أما في أغلب الحالات فإننا لا نملك الطريقة التي توصلنا إلى تعريف الحالات المتساوية الإمكان)) . (٤)

الملاحظة الثانية : أما قوله : ((فحينما نعطي لكل عضو من أعضاء المجموعات نصيبا متساويا من العلم الاجمالي ، يلزمنا الوقوع في التناقض أعلاه)) ، ففيه :

حقا : إن مقولة (سروش) هذه تتناقض بشكل جوهري مع مضمون تعريف الشهيد الصدر، ومنشأ الصعوبة التي طرحها الشهيد الصدر؛ إذ أن التعريف يواحه هذه الصعوبة بحكم توقف سلامته على تحديد وتعريف مفهوم عدد الأعضاء، ومن ثم تحديد صلاحيته لكي يكسب إحدى القيم التي تنقسم بالتساوي على عدد الأعضاء، أو تحديد مدى ما يمكنه أن يحتل من مراكز داخل مجموعة الأعضاء . ولا يواجه التعريف تلك الصعوبة على أساس افتراضه انقسام قيمة العلم على عدد أعضاء المجموعة بالتساوي؛ إذ التعريف بصيغته الثانية

يواجه صعوبة تحديد واختيار عدد الأعضاء ، رغم أنه لم يفترض تساوي عدد الأعضاء. (٥)

الملاحظة الثالثة : أما قوله : ((أفاد المرحوم الصدر في علاج المشكلة من هذا الأسلوب أيضا، يعني أنه أصر على ضرورة رعاية قاعدة صلاحية عدم التقسيم . (على أنه لم يذكر أن ذلك قد استقاه من كتاب راسل في الوقت الذي طرح فيه راسل نفس المشكلة وجواب كينز بشكل أوضح وأسلس)))، ففيه :

قد اتضح في ضوء ما نقلناه في ما تقدم عن الشهيد الصدر بيان طبيعة الصعوبة التي يواجهها التعريف . وقد تبين هناك أن الشهيد الصدر قد طرح طريقتين لمعالجة هذه المشكلة ، وقد تبين هناك – أيضا – أنه – قدس سره – لم يرتض الطريقة الأولى، بل رفضها وقال : ((وهذه الطريقة في تحديد أعضاء مجموعة الأطراف كنت قد اقترحتها باقتناع في البداية ، ولكن تسلسل البحث في نظرية الاحتمال جعلني أكتشف بعض الحقائق التي اضطررتني إلى التنازل عن تلك الطريقة ، وسوف أوجّل مبررات هذا التنازل إلى أن نصل في تسلسل البحث إلى تلك الحقائق)) .

أما الطريقة الثانية فهي التي اعتمدها الشهيد الصدر واتخذ منها بديهية من بديهيات نظرية الاحتمال .

وعند التأمل يلاحظ : أن هناك farkا جوهريا بين الطريقة الأولى، التي رفضها الشهيد الصدر، وبين الطريقة الثانية ، التي اعتمدها وتبناها ؛ فالطريقة الأولى تتخذ من (إمكانية التقسيم) أساسا لإجراء التقسيم على أعضاء المجموعة، بينما تتخذ الطريقة الثانية من (مقياس الأصلية والفرعية) أساسا لإجراء التقسيم على العضو.

الطريقة الأولى تقول : لا بد من إجراء التقسيم متى امكن، والعضو هو ما لا يمكن تقسيمه . أما الطريقة الثانية فنقول : لا بد من إجراء

التقسيم متى ما كانت الأقسام حالات أصلية ، والعضو هو ما لا يمكن تقسيمه إلى أقسام أصلية .

وعلى أساس ما تقدم يتبين التالي :

أولاً - لقد أغفل (سروش) رفض الشهيد الصدر للطريقة الأولى القائمة على أساس (إمكانية التقسيم) .

ثانياً - لقد أغفل (سروش) ما تبناه الشهيد الصدر من طريقة في معالجة الصعوبة، التي تقف أمام تعريفه للاحتمال.

ثالثاً - هكذا يتبين أن الطريقة التي تمت بصلة إلى طرح (كينز) هي الطريقة الأولى المرفوضة من قبل الشهيد الصدر، وأما الطريقة الثانية فهي بعيدة كل البعد عن طرح كينز .

رابعاً - هكذا يتبين أن عدم ذكر الشهيد الصدر للمصدر الذي استقى منه الطريقة المرفوضة، لا يشكل خدشاً في الأمانة العلمية للشهيد الصدر، بل على العكس كان بإمكان الشهيد الصدر - لو صح ادعاء سروش - أن يستخدم ذلك في صالحه باعتبار أن رفضه للطريقة الأولى هو في نفس الوقت نقد مسدد ورشيد لموقف كينز .

خامساً - تحسن الإشارة هنا إلى مبررات تنازل الشهيد الصدر - التي لم يستوضحها الدكتور سروش - عن الطريقة الأولى . ذلك إن هذه الطريقة اعتمدت في فقرتها الثانية على قضايا شرطية ليس لجزائها واقع محدد على تقدير صدق الشرط، ومن ثم لا يمكن أن تكون أساساً لتطبيق نظرية الاحتمال في مدرسة الشهيد الصدر. (٦)

الملاحظة الرابعة : أما ذكره الدكتور (سروش) بخصوص :

أ - إن النظرية التكرارية في حرز من هذا النقد ؛ باعتبار أنها لا تواجه مثل هذه الصعوبة .

ب - إن نظرية الشهيد الصدر هي خليط من المدارس المختلفة .

فذلك ما علقنا على بعضه فيما سبق، وبعضه سنعلق عليه بالتفصيل في الإضاءات اللاحقة.

وأخيرا : لابد من الإشارة إلى أن ما تصوره (سروش) بخصوص تأثر الشهيد الصدر بكينز، قد تصوره يحيى محمد أيضا . (٧) وما قلناه في الرد على تصور (سروش) يصلح في الرد على تصور يحيى محمد.

الصعوبة الأساسية الثانية : تنشأ هذه الصعوبة من شمول التعريف وانطباقه على كل احتمال، فالتعريف نتيجة استيعابه لجميع الاحتمالات التي يمكن تحديدها رياضيا ، قد يؤدي بنا أحيانا إلى نتائج غريبة جدا ؛ إذ : (((يتيح لنا أن نقول عن شخص نصادفه في الطريق أن هذا إما أن يكون اسمه (احسان) وإما أن لا يكون، ونشكل مجموعة متكاملة من هذين النقيضين ، ونقيم على أساس ذلك علما إجماليا تحتوي مجموعة أطرافه على عضوين، ونستخلص من ذلك أن درجة احتمال أن يكون اسمه (احسان) $1/2$ ، وكذلك يتيح لنا شمول التعريف بالصورة المتقدمة أن نقول عن أي امرأة حامل سوف تلد : إن هذه المرأة إما أن تلد ذكرا وإما أن تلد أنثى وإما أن تلد كائنا مشوها (خنثى) ، ونشكل مجموعة متكاملة من هذه النقائص الثلاثة ونستنتج من ذلك أن درجة احتمال أن تلد المرأة خنثى هو $1/3$.

ولكن هذا التصور خاطئ، فلنأخذ المثالين ذاتيهما لتوضيح ذلك :

أما المثال الأول فالخطأ فيه ينتج عن إهمال الطريقة التي مرت بنا في البديهية الإضافية الثانية لتحديد الأعضاء في مجموعة أطراف العلم الاجمالي، فقد تقدم أن الأعضاء التي تتكون منها هذه المجموعة هي الأطراف التي لا تحتوي على طرف يتميز بإمكان تقسيمه إلى أقسام عرضية، وقد أهمل فيه ذلك التقسيم ، وفي هذا المثال يعتبر أحد الطرفين من هذا القبيل وهو أن لا يكون اسمه احسان؛ لأن هذا يمكن أن يقسم إلى أقسام عرضية بعدد البدائل المحتملة لـ (احسان) من الأسماء، فلكي نحدد الأعضاء في مجموعة الأطراف بطريقة صحيحة

يجب أن نستوعب كل الأسماء التي من الممكن أن يكون واحدا منها اسما لذلك الشخص ونشكل منها مجموعة أطراف العلم الاجمالي ويكون افتراض أن اسم الشخص (إحسان) واحدا من تلك الأطراف الكثيرة.

وأما المثال الثاني فقد طبقت فيه طريقة تحديد الأعضاء في مجموعة أطراف العلم الاجمالي تطبيقا صحيحا ، ولكن غرابة النتيجة القائلة : إن احتمال أن تلد المرأة خنثى $1/3$ وخطأها نشأ عن إهمال علم إجمالي آخر أوسع ، وهذه نقطة جوهرية ومهمة جدا ويجب أن نوضحها بدرجة كافية :

إننا في البداية إذا قطعنا أي صلة تقوم من أساس الاستقراء بالعالم الخارجي فسوف نملك في المثال الثاني علما إجماليا تحتوي مجموعة اطرافه على أعضاء ثلاثة وهو العلم الاجمالي بأن المولود إما ذكرا وإما أنثى وإما خنثى، وإذا حددنا درجة احتمال أن يكون خنثى على أساس هذا العلم فسوف تكون $1/3$ ، ولكننا إذا أخذنا استقراءنا للعالم الخارجي بعين الاعتبار فسوف نلاحظ أن نسبة الخنثى في المواليد هي $1/11$ ، وهذا الاستقراء يتدخل في حساب الاحتمال عن طريق إيجاد علم إجمالي جديد فتتغير درجة احتمال الخنثى وفقا له.

وهذا العلم الاجمالي الجديد الذي يكشفه الاستقراء يتعلق بالعوامل والأسباب التي تتدخل في جعل المولود ذكرا أو أنثى أو خنثى، فإن ما يدل عليه الاستقراء من أن نسبة الخنثى في المواليد $1/11$ مثلا، يعني أننا افترضنا (١١) عاملا لتكوين هوية المولود فعشرة منها في صالح نفي كونه خنثى وواحد في صالح أن يكون خنثى، وبذلك يتشكل في حالة امرأة حامل معينة علم إجمالي بوجود عامل واحد من أحد عشر عاملا، وهذا العلم الاجمالي تحتوي مجموعة أطرافه على (١١) عضوا، ويحتل كون المولود خنثى مركزا واحدا في تلك المجموعة ، وينتج ذلك أن درجة احتمال أن يكون المولود خنثى $1/11$ بدلا عن $1/3$.

وعلى هذا الضوء نعرف الطريقة التي تتدخل بها معلوماتنا الاستقرائية في تغيير درجة احتمال الحادثة، فهناك دائماً في حالات التدخل درجة قبلية لاحتمال الحادثة على أساس علم إجمالي ثابت قبل الاستقراء، ثم ينشأ على أساس المعلومات الاستقرائية علم إجمالي جديد يرتبط بالعوامل والأسباب التي تؤدي إلى وجود تلك الحادثة، فإذا كانت نسبة المراكز التي تحتلها الحادثة في مجموعة أطراف هذا العلم إلى عدد أعضائها أكبر أو أصغر من نسبة المراكز التي كانت الحادثة تحتلها في مجموعة أطراف العلم الأول الثابت قبل الاستقراء فسوف تتغير درجة الاحتمال تبعاً لذلك.

وقد نواجه بهذا الصدد السؤال التالي : لماذا يجب أن تحدد درجة احتمال الحادثة على أساس العلم الإجمالي الذي يتعلق بالعوامل والأسباب بدلاً عن العلم الإجمالي الذي يتعلق بنفس الحادثة مباشرة ؟

والجواب على ذلك أن هذه الثنائية بين العلمين الإجماليين شكلية وليست حقيقية ؛ لأن الحقيقة أن العلم الإجمالي الأول هو الذي يتطور إلى العلم الإجمالي الثاني، ففي المثال المفترض كان لدينا علم إجمالي بأن المولود إما ذكر وإما أنثى وإما خنثى، وأصبح لدينا بفضل الاستقراء علم إجمالي آخر بأن واحداً من أحد عشر عاملاً قد وجد في حالة هذه المرأة الحامل خمسة منها عوامل نفي الخنثى ولصالح الذكر، وخمسة منها عوامل نفي الخنثى ولصالح الأنثى ، وواحد منها عامل لصالح الخنثى ، وهذا يعني أن الأطراف الثلاثة التي كانت أعضاء في أطراف العلم الإجمالي الأول أصبح بالإمكان تقسيم كل من الطرف الأول والطرف الثاني منها إلى خمسة أقسام عرضية ، فكون المولود ذكراً ينقسم إلى :

١ - حالة كون المولود ذكراً نتيجة للعامل الأول .

٢ - حالة كون المولود ذكراً نتيجة للعامل الثاني .

٣ - حالة كون المولود ذكراً نتيجة للعامل الثالث .

٤ - حالة كون المولود ذكرا نتيجة للعامل الرابع .

٥ - حالة كون المولود ذكرا نتيجة للعامل الخامس .

والشيء نفسه يقال عن كون المولود أنثى .

وقد عرفنا في البديهية التي أوضحنا بموجبها طريقة تحديد الأعضاء في مجموعة أطراف العلم الإجمالي أن من شروط الطرف لكي يكون واحدا من هذه الأعضاء لا يهمل تقسيمه إذا كان يمتاز بإمكان التقسيم إلى أقسام عرضية، وبتقسيم كل من الطرف الأول والطرف الثاني من الأطراف الثلاثة في العلم الإجمالي الأول إلى الأقسام الخمسة تصبح الأعضاء في مجموعة أطراف العلم الإجمالي (١١) بدلا عن (٣) .

ونستخلص مما تقدم أن الاستقراء يؤدي إلى الاقتراب باحتمالاتنا إلى الحقيقة، ولكن هذا لا يعني ربط تحديد درجة الاحتمال بالتكرار مباشرة، بل إن الاحتمال دائما يقوم على أساس العلم الإجمالي، والاستقراء يقرب الاحتمال من الحقيقة عن طريق تعميق العلم الإجمالي وإثرائه. (٨)

مناقشة الشهيد الصدر للصعوبة الثانية في ضوء دراسة الدكتور (سروش) :

كتب الدكتور (عبد الكريم سروش) في التعليق على مناقشة الشهيد الصدر للصعوبة الثانية ما نصه : ((عرف الشهيد الاحتمال على أساس العلم الإجمالي، وذهب إلى أن أعضاء مجموعة العلم الإجمالي تكتشف عن طريق المشاهدة والاستقراء . ويقول أننا ابتداء نحصل على أعضاء المجموعة عن طريق التقسيم العقلي أو البحث التجريبي، وحينما نحكم يقينا بصدد أحد أعضاء المجموعة ، فسوف يوزع هذا اليقين على جميع الأعضاء، وسيصيب كل عضو سهم على

السوية من الاحتمال ، ويكون مجموع هذه الاحتمالات حتما مساويا على الدوام لرقم اليقين (الواحد) .

مثلا : لا يمكن أن نحكم بأن احتمال أن يكون صنف دم كل انسان (A) أو (B) أو (O) أو (AB) يساوي ١/٤ ، لمجرد أننا نعلم أن أصناف دم الانسان أربعة . بل لا بد أولا من الاستقرار والحصول على نسبة توزيع هذه الأصناف على بني الانسان، ثم نشكل في ضوء هذه المعطيات مجموعة، ونستخلص الاحتمال المطلوب في داخل هذه المجموعة . افترض أن الاحصاءات المكررة أثبتت أن توزيع اصناف الدم في بني الإنسان يتم على الوجه التالي :

$$AB = \% ٥ ، B = \% ١٠ ، A = \% ٤٠ ، O = \% ٤٥$$

على هذا الأساس سوف لا يتساوى احتمال التمتع بالصنف (A) واحتمال التمتع بالصنف (O) ، وفي مجموعة من بني الانسان انتخبت عشوائيا يكون احتمال تمتع ما يقرب من نصفها بالصنف (O) كبيرا جدا .

والاستفهام المهم هنا هو : هل يمكن الاعتماد على التجربة والاستقراء والاطمئنان بأن جميع أعضاء المجموعة قد حصل بأيدينا ؟

مما لا شك فيه أن كل العمق والدقة التي استخدمت في حساب الاحتمال وتفسيره ورفع قيمة احتمال عضو وضالة احتمال الأعضاء الأخرى، وبلوغ الظن إلى القطع، فالوصول إلى اليقين الموضوعي، كل هذه الأمور ترتفع بأن نشكل - منذ البدء - المجموعة بشكل جامع وسليم، يعني : أن نجتمع كل أعضاء المجموعة، ونجري التقسيم داخل المجموعة وفق طريقة سليمة أيضا . أما المؤسف حقا أن لا يكون لدينا اطمئنان في كلا هذين الأمرين؛ فالاستقراء ذاته - الذي نعاني من عدم كفايته، ونريد بألف حيلة وخيال أن نقيمه على سوق - يتكفل عدم انجاز هذه المهمة، أي أن يحصل لنا على مجموعة جامعة، لكي

نعرف الاحتمال على أساسها، ثم نعكف على الموازنة بين الاحتمالات على هذا الأساس المتهدم ، لننتهي إلى نصب الاستقراء على كرسي اليقين.

حسن محاولة (لابلاس) – مؤسس الحركة الكلاسيكية للاحتمال، الذي أقام تعريفه للاحتمال على أساس العلم الإجمالي بشكل من الأشكال – في تحديده لأعضاء المجموعة وأطراف العلم الإجمالي على أساس التقسيم العقلي، وجاء بقيد تساوي الإمكان (تساوي الاحتمال) لأجل أن يؤكد تساوي احتمالات الأعضاء عقليا.

أما الشهيد الصدر الذي لم يرتض – بحق – هذا التعريف واستبدله بتعريفه، فهو يفر من مشكلة ليقع في مشكلة أخرى، فهو – كما ذكرنا – جمع بين مدرستي (فون ميزس) و (لابلاس)، واتخذ من الاستقراء الإحصائي لـ (فون ميزس) طريقة لتحديد أطراف العلم الإجمالي، إلا أن الاستقراء الإحصائي – كما نعرف – لا يمكن أن يدعي إطلاقاً أنه جمع كل الأعضاء الممكنة والموجودة وخلص إلى تقسيم عادل للاحتمال، وبعبارة أخرى: إن حجر الأساس في نظرية الشهيد الصدر هو تشكيل العلم الإجمالي في باديء الأمر، بينما لا ييسر الاستقراء الإحصائي الحصول على علم من هذا القبيل.

إن ما نحصل عليه جراء الاستقراء الأول لا يتعدى الظن، ولا يمكن بالظن تشكيل العلم الإجمالي (الذي ينطوي على اليقين). مضافاً إلى ذلك فالقواعد التي يطرحها بشأن تعيين أعضاء المجموعة لا تبعث على الاطمئنان، وكما لاحظنا قد اقترح (كينز) نظير هذه القواعد، وتقوم جميعها على أساس (مبدأ التمايز)، يعني أنها تتغذى من جهلنا. فإذا علمنا أن عضواً من الأعضاء يمكن تقسيمه فلا بد من التقسيم، أما إذا لم نعلم، لكنه قابل للتقسيم في الواقع فماذا نفعل؟

نرى أننا هنا مرة أخرى نبني علماً يقوم على اليقين بالاعتماد على ظن مأخوذ من الجهل، وكيف تنتهي تلك المقدمات إلى هذه النتيجة؟ ((٩)

ملاحظتنا على موقف الدكتور (سروش) :

الملاحظة الأولى : يبدو أن سروش لم ينتبه إلى أن الشهيد الصدر لا يعتقد بأن من الممكن دائما أن نحدد عدد أطراف العلم الإجمالي بشكل جامع ودقيق، فقد أكد الشهيد الصدر في بحث مستقل جاء في سياق ما كتبه تحت عنوان (إثبات الصانع بالدليل الاستقرائي) : أننا قد نواجه أحيانا صعوبة كبيرة في التعرف على عدد أطراف العلم الإجمالي، وبالتالي يصعب علينا تحديد القيمة النهائية.

وعلى أساس هذا الفهم حاول الشهيد الصدر أن يضع قاعدة لتقييم احتمال العضو الواحد في العلوم الإجمالية التي لا نملك فكرة عن عددها . وفي ما يلي بعض ما كتبه الشهيد الصدر بهذا الصدد :

((وبهذا الصدد يجب أن نضع قاعدة لتقييم احتمال العضو الواحد في مجموعة العلوم الإجمالية التي لا نملك فكرة عن عددها .

والواقع أن التحديد المطلق لهذه القيمة غير ممكن ؛ لأنه يتوقف على استخراج الكسر الذي يعبر مقامه عن عدد أطراف العلم ويعبر بسطه عن واحد، وما دمنا لا نعرف عدد أطراف العلم فسوف يكون المقام في الكسر مجهولا، ومع الجهل بذلك يتعذر التحديد المطلق لقيمة العضو الواحد. ولكن يمكن التحديد النسبي لهذه القيمة، أي معرفة أنها تساوي أو أكبر أو أصغر من قيمة أخرى، وذلك بموجب الفقرات التالية :

أولا : أنا كلما واجهنا علمين إجماليين، لا نملك فكرة عن عدد أعضاء كل منهما، وكان أي احتمال للعدد في أعضاء أحدهما يوازيه احتمال مماثل في أعضاء الآخر، وكان العلمان في قوة علمين متساويين في الأعضاء، أي أن القيمة الفعلية للعضو الواحد من أحد العلمين، والقيمة الفعلية للعضو الواحد من العلم الآخر متساويتان؛ وذلك لأن قيمة العضو المنتسب إلى علم إجمالي لا نعرف عدد أعضائه تحدد بالطريقة التالية :

نفترض أن (ن ٢) هي قيمة احتمال أن يكون عدد أطراف العلم الإجمالي اثنين ، وأن (ن ٣) هي قيمة احتمال أن يكون العدد ثلاثة، وهكذا، ونفترض أن (هـ ١) هي قيمة احتمال العضو الواحد على أساس افتراض (ن ٢) ، وأن (هـ ٣) هي قيمة احتمال العضو الواحد على أساس افتراض (ن ٣) وهكذا . وعلى هذا نحدد قيمة العضو الواحد بما يلي :

$$\text{قيمة العضو الواحد} = \text{ن} ٢ \times \text{هـ} ٢ + \text{ن} ٣ \times \text{هـ} ٣ + \text{ن} ٤ \times \text{هـ} ٤ + \dots$$

--

ومن الواضح أنا حين نواجه علمين إجماليين بالنحو الذي افترضناه، سوف تكون العملية التي تحدد قيمة العضو في كل منهما مطابقة تماما للعملية التي تحدد قيمة العضو في الآخر، وبذلك تكون القيمة الاحتمالية لهما واحدة. وهذا يعني في نفس الوقت أن قيمة نفي عضو واحد محدد في أحدهما هي نفس قيمة نفي عضو واحد محدد في الآخر؛ لأن قيمة كل من النفيين هي (رقم اليقين ناقصا قيمة العضو الواحد)، وحيث أن رقم اليقين واحد فيهما، وقيمة العضو الواحد واحدة فيهما أيضا، فمن الضروري أن تكون قيمة النفي واحدة فيهما كذلك.

ثانيا : أنا كلما واجهنا مجموعة ثنائية ---) (١٠)

إذن الشهيد الصدر لا يرى أنه من الممكن والمتيسر أن نحصل على الدوام وفي كل علم إجمالي على تحديد دقيق لعدد أطراف العلم الإجمالي، بل أنه يرى : أن هناك علوما إجمالية يتاح لنا فيها ذلك التحديد وهناك علوما إجمالية لا يتاح لنا فيها مثل ذلك التحديد.

الملاحظة الثانية : لم يرتض السيد عمار أبو رغيف – وهو محق – أن يربط الدكتور (سروش) بين موقف الشهيد الصدر في تشكيل مجموعة أطراف العلم الإجمالي وبين موقف (فون ميزس)، ورأى أن هذا الربط غير أمين وغير صحيح وغير منصف . (١١)

على أن نشير إلى أن الشهيد الصدر نفسه كان قد نبه على ضرورة عدم الربط بين موقفه وموقف من يربط تحديد درجة الاحتمال بالتكرار مباشرة – سواء كان في ذلك ميزس أو غيره – حيث قال – قدس سره – : ((ونستخلص مما تقدم أن الاستقراء يؤدي إلى الاقتراب باحتمالاتنا إلى الحقيقة، ولكن هذا لا يعني ربط تحديد درجة الاحتمال بالتكرار مباشرة، بل إن الاحتمال دائماً يقوم على أساس العلم الإجمالي، والاستقراء يقرب الاحتمال من الحقيقة عن طريق تعميق العلم الإجمالي وإثرائه)) (١٢)

الملاحظة الثالثة : لقد سجل السيد عمار أبو رغيف هنا الملاحظة المهمة التالية :

((لو آمنا بأن عدد أعضاء العلم الإجمالي نحدده على أساس الاستقراء، فالاستقراء الذي يتطلبه تحديد مثل هذا العدد (استقراء تلخيصي)، ومثل هذا الاستقراء – كما تقدم – يمكن أن ينتج لنا يقيناً بالقضية المحدودة، أي الحكم الذي ينصب على المفردات التي استقرأناها، ومن هنا يتضح لنا خطأ الدكتور في الربط بين تشكيل المجموعة وبين الاستقراء التجريبي)) (١٣)

الملاحظة الرابعة : أما بخصوص ما قاله الدكتور (عبد الكريم سروش) في الربط بين موقف الشهيد الصدر وموقف (كينز) من تحديد عدد أعضاء مجموعة الأطراف ، فقد تبين لنا – فيما تقدم – عدم صحته.

الملاحظة الخامسة : يمكننا أن نقول أن أخطر ما جاء في نص الدكتور (سروش) السابق هو قوله التالي : ((فإذا علمنا أن عضوا من الأعضاء يمكن تقسيمه فلا بد من التقسيم، أما إذا لم نعلم، لكنه قابل للتقسيم في الواقع فماذا نفعل ؟ نرى هنا مرة أخرى أننا نبني علماً يقوم على اليقين بالاعتماد على ظن مأخوذ من الجهل، وكيف تنتهي تلك المقدمات إلى هذه النتيجة)).

نعم، يمكن لـ (سروش) أن يقول : حتى لو أننا اتفقنا في أن الاستقراء الذي نحدد عدد أعضاء العلم الإجمالي على أساسه هو

استقراء تلخيصي، فإن هذا لا يمنع أن نقول أنه من الممكن منطقيا أن يكون بعض هذه الأعضاء التي استقر أنها قابلة للتقسيم في الواقع ولم ينكشف لنا ذلك خلال الاستقراء ؟

نحن بالتأكيد نتفق مع الدكتور (سروش) في أننا مهما كنا دقيقين في تحديد أعضاء مجموعة أطراف العلم الإجمالي ، نبقي مع ذلك بعد أن نحدد عدد الأعضاء لا نستبعد منطقيا أنه قد تكون بعض هذه الأعضاء قابلة للتقسيم في الواقع ولم ينكشف لنا ذلك خلال تحديدنا لها.

الأمر المهم هنا هو : على الرغم من أننا نتفق مع سروش في ما تقدم لكننا بالتأكيد لا نتفق معه في أن نتخذ من ذلك ذريعة للشك والقول أننا نبني علما يقوم على اليقين بالاعتماد على ظن مأخوذ من الجهل؛ إذ أننا نعتقد أن مثل هذا الأمر – عدم العلم بقابلية بعض الأعضاء للإنقسام في الواقع – وإن كان ممكن منطقيا إلا أن هذا الإمكان المنطقي لا يمكن الركون إليه، فكما أنه من الممكن منطقيا أن لانعلم أثناء تقسيمنا للأعضاء بقابلية بعضها للإنقسام في الواقع، كذلك من الممكن منطقيا أن يكون تقسيمنا صحيحا وأن كل الأعضاء هي بالفعل غير قابلة للتقسيم في الواقع وأن الأمر كما نعلم بالضبط ؟

إنه لمن المنطقي بعد أن نستقرغ الوسع في التحري في تحديد عدد أعضاء مجموعة أطراف العلم أن لا نرضخ للقلق المنطقي الناتج من إمكان أن يكون بعض الأعضاء قابلا للتقسيم ونحن لا نعلم بذلك ، ما دام بالإمكان منطقيا أيضا أن يكون الأمر في الواقع هو كما نعلم بالضبط.

إن ما يمكن أن يقال هنا في ضرورة عدم الرضوخ للقلق المنطقي الناتج من إمكان أن يكون بعض أعضاء مجموعة أطراف العلم الإجمالي قابلا للتقسيم ونحن لا نعلم بذلك هو نفسه – مع الأخذ بنظر الاعتبار اختلاف الموضوع في الموقفين – ما قلناه – [في البحث المفصل الذي أوردناه في الإضاءة الثانية من المقالة الأولى من الجزء الأول من كتابنا هذا، وبالذات في الملاحظة الأولى من ملاحظتنا

على الاعتراض الثاني من اعتراضات سروش [- في ضرورة عدم
الرضوخ للقلق المنطقي من احتمال وجود المائز الخفي بعد استقراغ
الوسع في التحري عن عدم وجوده ، فراجع ما أوردناه هناك.

هوامش الإضاءة الرابعة عشر :

- ١ - الأسس المنطقية للاستقراء، مصدر سابق، ص ٢٤١-٢٥٠.
- ٢ - الأسس المنطقية للاستقراء في ضوء دراسة الدكتور (سروش)، مصدر سابق، ص ٣٩-٤١ .
- ٣ - الاستقراء والمنطق الذاتي، مصدر سابق، ص ١١٤ .
- ٤ - الضرورة والاحتمال، مصدر سابق، ص ١١٤ .
- ٥ - الأسس المنطقية للاستقراء، في ضوء دراسة الدكتور (سروش)، مصدر سابق، ١١٠ - ١١١ .
- ٦ - نفس المصدر، ص ١١٣-١١٧ .
- ٧ - الاستقراء والمنطق الذاتي، مصدر سابق، ص ٣٢١ .
- ٨ - الأسس المنطقية للاستقراء، مصدر سابق، ص ٢٦٧-٢٧٠.
- ٩ - الأسس المنطقية للاستقراء في ضوء دراسة الدكتور (سروش)، مصدر سابق، ص ٧٥-٧٧ .
- ١٠ - الأسس المنطقية للاستقراء، مصدر سابق، ص ٥٠٥-٥٠٨ .
- ١١ - الأسس المنطقية للاستقراء في ضوء دراسة الدكتور (سروش)، مصدر سابق، ص ١٦٥ .
- ١٢ - الأسس المنطقية للاستقراء، مصدر سابق، ص ٢٧٠ .
- ١٣ - الأسس المنطقية في للاستقراء ضوء دراسة الدكتور (سروش)، مصدر سابق، ص ١٦٦ .

الإضاءة الخامسة عشر
نظرية الاحتمال في ضوء المذهب الذاتي
(تفسير الاحتمال)

(٩)

تعريف الشهيد الصدر للاحتمال

(٦)

قاعدة الضرب في العلوم الإجمالية

قاعدة الضرب في العلوم الإجمالية تستنتج
على أساس البديهية الإضافية الثانية

))) تستنتج قاعدة الضرب في العلوم الإجمالية على أساس البديهية الإضافية الثانية، فإذا كان لدينا علمان إجماليان ولم تكن اعضاء أحد العلمين أقساما فرعية بالنسبة إلى اعضاء العلم الآخر فبالإمكان ضرب عدد اعضاء كل من العلمين بعدد اعضاء العلم الآخر، ونحصل على علم كبير، ونحدد على أساسه القيم الاحتمالية لأعضاء العلمين الأولين.

فمثلا : نعلم إجمالا بأن قطعة النقد التي سوف نرميها تقع إما على وجه الصورة، ونرمز إلى ذلك بـ (هـ)، وإما على وجه الكتابة ونرمز إلى ذلك بـ (س)، ونفترض أن الأرض مقسمة إلى ثلاثة أقسام (أ) (ب) (ج)، ونعلم أنها سوف تقع في أحد هذه الأقسام، فهنا إذن علمان إجماليان أحدهما يحتوي على عضوين، والآخر يحتوي على ثلاثة أعضاء، وبالضرب يتكون لدينا علم إجمالي يحتوي على ستة أعضاء تتوفر فيها الشروط التي قررناها في البديهية

المتقدمة وهي : ١ - (هـ أ) ٢ - (هـ ب) ٣ - (هـ ج)
٤ - (س أ) ٥ - (س ب) ٦ - (س ج) .

وإذا افترضنا أنا كنا نعلم لأي سبب من الأسباب بأن قطعة النقد إذا وقعت على وجه الصورة فسوف يكون وقوعها في القسم (ب) وأما إذا وقعت على وجه الكتابة فمن المحتمل أن تقع في أي قسم، فسوف يكون عدد أعضاء العلم الإجمالي الحاصل بالضرب أربعة فقط؛ لأن (هـ أ) و (هـ ج) غير محتملين وبذلك تكون قيمة احتمال وقوع النقد في قسم (ب) $2/4$ وقيمة احتمال وقوعه في قسم (ج) $1/4$ وقيمة احتمال وقوعه في قسم (أ) $1/4$ وقيمة احتمال الوقوع على وجه الصورة $1/4$ وقيمة احتمال الوقوع على وجه الكتابة $3/4$ (((٠ (١)

وللمزيد من الإيضاح :))) إذا واجهنا علمين إجماليين كل منهما يشتمل على قيم احتمالية عديدة فإن لم يكن هناك أي تناف بين شيء من قيم هذا العلم وشيء من قيم ذلك العلم أمكننا أن نحدد قيمة كل طرف على أساس العلم الإجمالي الخاص به الذي ينتمي إليه ذلك الطرف دون أن ندخل العلم الآخر في الحساب . وأما إذا كانت بعض قيم أحد العلمين تتنافى مع بعض القيم الاحتمالية في العلم الآخر فقد استطعنا سابقا أن نعرف بحكم البديهية الإضافية الثانية أننا كلما حصلنا على علمين إجماليين من هذا القبيل ولم تكن أعضاء أحد العلمين أقساما فرعية بالنسبة إلى أعضاء العلم الآخر فبالإمكان أن نضرب عدد أعضاء كل من العلمين بعدد أعضاء العلم الآخر، ونحصل على علم إجمالي كبير، وعلى أساس هذا العلم الحاصل بالضرب نحدد القيم الاحتمالية لأعضاء العلمين الأولين .

وبالضرب قد تختلف قيمة العضو الواحد التي يحددها العلم الإجمالي الكبير عن القيمة التي يحددها أحد العلمين الإجماليين الصغيرين حينما ينظر إلى كل من العلمين بصورة منفصلة عن الآخر . والدرجة الحقيقية إنما تتمثل في تلك القيمة التي يحددها العلم الإجمالي الكبير كما تقدم .

فلو كانت لدينا قطعة نقد وقطعة ذات أوجه ستة مرقمة من واحد إلى ستة وهمنا بقذف القطعتين معا نواجه علمين إجمالين :

أحدهما : العلم الإجمالي بأن قطعة النقد إما تقع على وجه الصورة وإما تقع على وجه الكتابة .

والآخر : العلم الإجمالي بأن القطعة ذات الأوجه الستة سوف تقع على أحد الأرقام الستة .

وهذا يعني أن قيمة احتمال وقوع النقد على وجه الصورة التي يحددها العلم الأول $1/2$ وقيمة احتمال وقوع القطعة على رقم واحد $1/6$.

فإذا نعلم لأي سبب من الأسباب أن وجه الصورة لا يظهر إلا مقترنا برقم ستة في القطعة الأخرى فسوف يؤدي هذا إلى أن تنخفض قيمة احتمال ظهور الصورة، ويظهر ذلك عندما نضرب أعضاء أحد العلمين بالآخر ، ونفرز الصور غير المحتملة، فسوف نحصل على علم إجمالي تتألف مجموعته من سبعة أطراف، وهي :

١ - ظهور الكتابة مع رقم (١) .

٢ - ظهورها مع الرقم (٢) .

٣ - ظهورها مع الرقم (٣) .

٤ - ظهورها مع الرقم (٤) .

٥ - ظهورها مع الرقم (٥) .

٦ - ظهورها مع الرقم (٦) .

٧ - ظهور الصورة مع الرقم (٦) .

وبموجب هذا العلم الحاصل بالضرب تكون قيمة احتمال ظهور الصورة $1/7$ وقيمة احتمال ظهور رقم (٦) $2/7$ وقيمة احتمال ظهور رقم (٥) مثلا $1/7$.

وهذا يعني : أن قيمة $1/2$ التي كان أحد العلمين الإجماليين الصغيرين يحددها لاحتمال الصورة هبطت إلى $1/7$ ، وأن قيمة $1/6$ التي كان العلم الإجمالي الصغير الآخر يحددها لاحتمال رقم (٥) هبطت إلى $1/7$ ، وأن قيمة $1/6$ التي كان هذا العلم يحددها لاحتمال رقم (٦) ارتفعت إلى $2/7$.

وهذه الانخفاضات والارتفاعات في القيم الاحتمالية هي نتيجة التعارض بين بعض القيم الاحتمالية في أحد العلمين وبعض القيم الاحتمالية في العلم الآخر؛ لأن احتمال ظهور الصورة في العلم الأول يعارض احتمالات ظهور الأرقام من واحد إلى خمسة في العلم الثاني، وهذا التعارض يؤدي إلى زلزلة التقييمات التي كان كل من العلمين يفترضها بصورة منفصلة عن الآخر .

ونعرف في هذا الضوء أن كلا من العلمين الإجماليين الصغيرين قد استطاع من خلال الضرب وتكوين العلم الإجمالي الثالث أن يؤثر على القيم الاحتمالية للعلم الآخر، ويسبب انخفاضاً في بعضها، وهذا ما أطلقنا عليه سابقاً اسم قاعدة الضرب في العلوم الإجمالية (٢) .

نوعان من الضرب في العلوم الإجمالية :

أطراف العلوم الإجمالية المضروبة ببعضها على نحوين :

النحو الأول - أن أطراف كل علم لا تأبى عن التعايش مع أطراف العلم الآخر، وبما أنها لا تتنافى نلاحظ أنها تحافظ على قيمها الاحتمالية بعد الضرب في العلم الإجمالي الثالث .

النحو الثاني – أن تتنافى بعض أطراف العلم الإجمالي الأول مع بعض أطراف العلم الإجمالي الثاني، أي أننا إذا ضممنا العلم الإجمالي الأول مع العلم الإجمالي الثاني لنكون العلم الإجمالي الكبير نجد أن بعضاً من أطراف العلم الأول لا تتعايش مع بعض أطراف العلم الثاني. والملاحظ في هذا النحو أن أطراف كلا العلمين سوف لن تحافظ على قيمها الاحتمالية بعد الضرب في العلم الإجمالي الثالث.

وفي ما يلي سوف نأتي بمثال نوضح فيه كلا النحوين :

إذا كنا نعلم على أساس الاستقراء – مثلاً – أن هناك سببين يؤدي كل منهما هناك سببين يؤدي كل منهما إلى التفوق في المنطق نرمز إليهما بـ (أ) و (ب) ، وسببين يحول كل منهما دون ذلك نرمز إليهما بـ (ج) و (د) . ونعلم أيضاً نفس الشيء بالنسبة إلى التفوق في الرياضيات ، فهناك سببان للتفوق وسببان لعدم التفوق، ونرمز إلى تلك الأسباب بنفس الرموز السابقة مع وضع فتحة عليها، ونفرض أن سببي التفوق متنافيان وكذلك سببا عدم التفوق، فيوجد لنا على هذا الأساس علمان إجماليان :

١ – العلم الإجمالي بإحدى الحالات التالية :

١ – وجود (أ)

٢ – وجود (ب)

٣ – وجود (ج)

٤ – وجود (د)

٢ – العلم الإجمالي بإحدى الحالات التالية :

١ – وجود (أ)

٢- وجود (ب)

٣- وجود (ج)

٤- وجود (د)

وتفوق الطالب في المنطق له مركزان في مجموعة الأطراف الأولى، وهما (أ) و (ب)، وتفوقه في الرياضيات له مركزان في مجموعة الأطراف الثانية وهما (أ) و (ب)، فتكون درجة كل من احتمال التفوق في المنطق والرياضيات $\frac{2}{4} = \frac{1}{2}$.

وأما تفوقه في المنطق والرياضيات فهو عضو في مجموعة الاحتمالات التي تتمثل في علم إجمالي ثالث متكون من العلمين السابقين وهو العلم الإجمالي بإحدى الحالات التالية :

١- وجود (أ) و (أ)

٢- وجود (أ) و (ب)

٣- وجود (أ) و (ج)

٤- وجود (أ) و (د)

٥- وجود (ب) و (أ)

٦- وجود (ب) و (ب)

٧- وجود (ب) و (ج)

٨- وجود (ب) و (د)

٩ - وجود (ج) و (أ)

١٠ - وجود (ج) و (ب)

١١ - وجود (ج) و (جـ)

١٢ - وجود (ج) و (د)

١٣ - وجود (د) و (أ)

١٤ - وجود (د) و (ب)

١٥ - وجود (د) و (جـ)

١٦ - وجود (د) و (د)

وإذا لاحظنا المراكز التي يحتلها التفوق في المنطق والتفوق في الرياضيات معا في هذه المجموعة من أطراف العلم الإجمالي نجد أنها $4/16$ أي $1/4$ ، فيكون احتمال تفوق الطالب في المنطق والرياضيات معا هو $1/4$.

ولكن إذا افترضنا (أ ، ب) لا يجتمع أي واحد منهما مع (جـ) فهذا يعني أن مجموعة الأطراف لن تشتمل على الحالة الثالثة والسابعة فيكون عددها (١٤) ، ويكون نسبة المراكز التي يحتلها التفوق في المنطق والتفوق في الرياضيات معا $4/14$ بدلا عن $4/16$.

تطبيقات لقاعدة الضرب في العلوم الإجمالية :

من يتأمل في (الأسس المنطقية للاستقراء) يجد أن الشهيد الصدر قد حاول الاستفادة من قاعدة الضرب في العلوم الإجمالية في العديد من التطبيقات، وفي ما يلي بعض الأمثلة على ذلك :

التطبيق الأول : ففي التطبيق الثاني من التطبيقات الأربعة التي تمثلت بها طريقة الشهيد الصدر في تفسير الدليل الاستقرائي حاول الشهيد الصدر الاستفادة من قاعدة الضرب في العلوم الإجمالية لتنمية احتمال السببية العدمية – استحالة الصدفة المطلقة – وفيما يلي نص ما كتبه بهذا الصدد :

((وإذا لاحظنا هذا العلم الشرطي مع العلم الإجمالي المسبق الذي يحدد على أساسه الاحتمال القبلي لاستحالة الصدفة المطلقة، لا نجد لأحدهما حكومة على الآخر، ولذلك لا بد من تطبيق قاعدة الضرب بين العلمين . وحيث أنه لا يوجد أي مبرر قبلي لترجيح احتمال إمكان الصدفة المطلقة على استحالتها ، فبالإمكان أن نفترض أن قيمة الاحتمال القبلي للاستحالة : $1/2$ ، وبالضرب بين العلمين تحدد القيمة النهائية لاحتمال استحالة الصدفة المطلقة ، وسوف تكون أصغر من القيمة التي تحدد على أساس العلم الإجمالي الشرطي بمفرده، ولكنها – على أية حال – قيمة احتمالية كبيرة، ما دمنا نفترض أن قيمة الاحتمال القبلي لاستحالة الصدفة المطلقة لا تقل عن قيمة الإمكان ، لعدم وجود أي مبرر لترجيح الاحتمال الثاني على الأول)) (٣)

التطبيق الثاني : وفي التطبيق الثالث – أيضا – من التطبيقات الأربعة التي تمثلت بها طريقة الشهيد الصدر في تفسير الدليل الاستقرائي، وجد الشهيد الصدر مجالا لتطبيق قاعدة الضرب في العلوم الإجمالية، فقد كتب هناك – تحت عنوان (الضرب أو الحكومة) – ما نصه :

((ونلاحظ إلى جانب هذا العلم الإجمالي الشرطي علما إجماليا مسبقا، على أساسه يحدد الاحتمال القبلي لسببية (أ) لـ (ب) . فإذا افترضنا أن (ب) إذا كان له سبب فليس من المحتمل أن يكون سوى (أ) . فهناك مجموعة متكاملة تتألف من ثبوت سببية (أ) لـ (ب) ومن نفيها، يقوم على أساسها العلم الإجمالي القبلي، وبذلك تكون قيمة كل من الاحتمالين بموجب العلم القبلي : $1/2$.

وإذا قارنا بين هذا العلم الإجمالي القبلي والعلم الإجمالي الشرطي البعدي الذي اتخذنا منه أساسا لتنمية احتمال السببية الوجودية بين (أ) و (ب)، نجد أن القيمة المثبتة للسببية المستمدة من العلم البعدي ليست حاكمة على القيمة النافية للسببية المستمدة من العلم القبلي، خلافا لما عرفناه من حكومة العلم الإجمالي البعدي على القبلي في التطبيق الأول، وذلك لأن العلم الشرطي البعدي هنا لا ينفي مصداقية شيء للكل المعلوم بالعلم الإجمالي القبلي، وإنما يثبت أحد مصداقيه بدرجة كبيرة.

وعلى هذا الأساس لا بد من ضرب أحد العلمين بالآخر، وهذا يؤثر في قيمة احتمال السببية المستمدة من العلم الشرطي البعدي، إذ بعد الضرب نحصل - مع افتراض تجربتين - على خمس حالات؛ لأن القضية الشرطية الرابعة من القضايا الأربع التي يتشكل منها العلم الشرطي، ملائمة مع افتراض سببية (أ) - (ب) ومع افتراض نفيها، وبهذا تصبح ممثلة لحالتين، بينما القضايا الشرطية الثلاث الأولى لا تمثل كل واحدة منها إلا حالة واحدة؛ لأنها لا تتلائم إلا مع افتراض السببية، فتكون قيمة احتمال سببية (أ) - (ب) : $\frac{4}{5}$ بدلا من $\frac{3}{4}$.

ولكن هذا الانخفاض نتيجة للضرب لا يضر بالتنمية المطلوبة لقيمة احتمال السببية، وإيصالها على أي حال إلى درجة عالية ((٠ (٤)

التطبيق الثالث : وفي الحالة الأولى من الحالات الثلاث للشكل الثاني - {الذي يستهدف إثبات وجود (أ)، بينما وجود (أ) كان معلوما في الشكل الأول، وكان الدليل الاستقرائي يتجه إلى إثبات سببيته} - من شكلي المرحلة الاستنباطية، وجد الشهيد الصدر أنه لا بد من استخدام قاعدة الضرب في العلوم الإجمالية . حيث كتب هناك ما نصه :

((ونلاحظ في هذا الضوء اختلاف العلمين الإجماليين في القيمة التي يحددها كل منهما لاحتمال وجود (أ)، فلا بد للحصول على القيمة الحقيقية لهذا الاحتمال من تطبيق بديهية الحكومة أو الضرب.

وبهذا الصدد نجد أنه لا موضع لتطبيق بديهية الحكومة؛ لأن القيمة الاحتمالية التي يثبتها العلم الإجمالي الثاني لوجود (أ) لا تنفي مصداقية (ت) للكلّي المعلوم بالعلم الإجمالي الأول. فلامبرر لحكومة العلم الثاني على العلم الأول، ولا بد إذن من الضرب، وبالضرب نحصل على ست عشرة صورة، وسبع منها غير ممكنة وهي : الصور التي تفترض وجود (ت) ولا تفترض اجتماع (ح) (هـ) (خ) . فتبقى تسع صور ممكنة، ثمان منها في صالح وجود (أ)، واثنان منها في صالح وجود (ت) – وإحدى هاتين الحالتين هي إحدى الحالات الثمان –، وبهذا تكون قيمة احتمال وجود (أ) في الحقيقة بعد التنمية ٨/٩ .

والشيء نفسه يقال إذا كان كل من ماهية (أ) وماهية (ت) محتمل السببية لماهية (ب) بدرجة واحدة، ولاحظنا وجود (ب)، فإننا نستخدم نفس العلم الإجمالي الثاني الذي يضعف احتمال اجتماع العناصر الثلاث التي يتكون منها (ت)، على أساسه ننمي احتمال وجود مصداق لماهية (أ)، وتحدد قيمة هذا الاحتمال وفقا لقاعدة الضرب بين العلمين ((٠ (٥)

التطبيق الرابع : وفي الحالة الثانية من حالات الشكل الثاني للمرحلة الاستنباطية من الدليل الاستقرائي، وجد الشهيد الصدر أنه لا بد من الضرب لتحديد درجة التنمية في هذه الحالة، وفي ما يلي نص ما كتبه بهذا الصدد :

((وكلا هذين العلمين يوجد ما يناظره في الحالة السابقة، وكما كنا نحدد درجة التنمية في الحالة السابقة على أساس الضرب، كذلك لا بد هنا لتحديد ما من الضرب، ولكن تتميز الحالة الثانية بعلم إجمالي ثالث، وهو الذي يستوعب --- ((٠ (٦)

التطبيق الخامس : وفي القسم الرابع (المعرفة البشرية في ضوء المذهب الذاتي) من كتابه (الأسس المنطقية للاستقراء)، وتحت عنوان (الاعتقاد بعقل الآخرين)، كتب الشهيد الصدر – ما يشير إلى أنه لا بد من تحديد القيمة النهائية للفرضية موضع الإثبات على أساس قاعدة الضرب – :

((والقيمتان النافيتان متعارضتان ؛ لأن إحدى الفرضيتين واقعة حتما، فلا بد من تحديد القيمة النهائية على أساس قاعدة الضرب، وتكوين علم إجمالي ثالث يستوعب الصور الممكنة. وفي هذا العلم سوف تكون القيمة الاحتمالية النافية للفرضية الثانية كبيرة جدا :
---)) ٠ (٧)

التطبيق السادس : وفي القسم الرابع أيضا من كتابه (الأسس المنطقية للاستقراء) وتحت عنوان (إثبات الصانع بالدليل الاستقرائي)، كتب الشهيد الصدر – ما يشير إلى أنه لا بد من الضرب وتحديد القيمة النهائية على أساس العلم الثالث الحاصل بالضرب – :

((ولكي نحدد القيمة النهائية لاحتمال الفرضية الأولى فعلا، لا بد من ضرب : عدد أطراف (العلم ١) بعدد أطراف (العلم ١) وطرح الحالات غير المحتملة وتحديد القيمة النهائية على أساس العلم الثالث الحاصل بالضرب)) ٠ (٨)

التطبيق السابع : وفي نفس القسم من نفس الكتاب، وتحت عنوان (الاستدلال على أساس الصيغة الثانية لتبرير الشك)، كتب الشهيد الصدر – ما يشير إلى أنه لا بد من تطبيق قاعدة الضرب لتنمية احتمال موضوعية الحادثة – :

((وبالمقارنة بين احتمال نفي سببية (ت) والعلم القبلي الأول، نجد أن هذا الاحتمال ينفي أحد طرفي العلم القبلي الأول، وهو ذاتية (أ)، ولكنه لا ينفي مصداقيته للكلي الذي تعلق به العلم القبلي الأول.

ولا بد في هذه الحالة من تطبيق قاعدة الضرب بدلا عن بديهية الحكومة.

وهكذا يتضح أنا حصلنا على قيم احتمالية تنمي موضوعية الحادثة، وهي القيم الاحتمالية التي تنفي في العلم البعدي سببية (ت) لـ (ب)، وتحدد درجة التنمية على أساس ضرب عدد أطراف العلم البعدي بعدد أطراف العلم القبلي الأول) (٩) ٠

هوامش الإضاءة الخامسة عشر :

- ١ - الأسس المنطقية للاستقراء، مصدر سابق، ص ٢٥٠ .
- ٢ - نفس المصدر، ص ٢٧٠-٢٧٣ .
- ٣ - نفس المصدر، ص ٣٣٧ .
- ٤ - نفس المصدر، ص ٣٤١-٣٤٢ .
- ٥ - نفس المصدر، ص ٣٨٩ .
- ٦ - نفس المصدر، ص ٣٩١ .
- ٧ - نفس المصدر، ص ٥٠١ .
- ٨ - نفس المصدر، ص ٥٠٥ .
- ٩ - نفس المصدر، ص ٥٢٠-٥٢١ .

الإضاءة السادسة عشر
نظرية الاحتمال في ضوء المذهب الذاتي
(تفسير الاحتمال)

(و)

تعريف الشهيد الصدر للاحتمال

(٧)

قاعدة الحكومة في العلوم الإجمالية

))) بديهيات إضافية للتعريف الجديد

الضرب والحكومة بين العلوم الإجمالية :

إذا واجهنا علمين إجماليين كل منهما يشتمل على قيم احتمالية عديدة فإن لم يكن هناك أي تناف بين شيء من قيم هذا العلم وشيء من قيم ذلك العلم أمكننا أن نحدد قيمة كل طرف على أساس العلم الإجمالي الخاص به الذي ينتمي إليه ذلك الطرف دون أن ندخل العلم الآخر في الحساب. وأما إذا كانت بعض قيم أحد العلمين تتنافى مع بعض القيم الاحتمالية في العلم الآخر فقد استطعنا سابقا أن نعرف بحكم البديهية الإضافية الثانية أنا كلما حصلنا على علمين إجماليين من هذا القبيل ولم تكن أعضاء أحد العلمين أقساما فرعية بالنسبة إلى أعضاء العلم الآخر فبالإمكان أن نضرب عدد أعضاء كل من العلمين بعدد أعضاء العلم الآخر، ونحصل على علم إجمالي كبير، وعلى أساس هذا العلم الحاصل بالضرب نحدد القيم الاحتمالية لأعضاء العلمين الأولين.

وبالضرب قد تختلف قيمة العضو الواحد التي يحددها العلم الإجمالي الكبير عن القيمة التي يحددها له أحد العلمين الإجماليين الصغيرين حينما ينظر إلى كل من العلمين بصورة منفصلة عن الآخر. والدرجة الحقيقية إنما تتمثل في تلك القيمة التي يحددها العلم الإجمالي الكبير كما تقدم.

فلو كانت لدينا قطعة نقد وقطعة ذات أوجه ستة مرقمة من واحد إلى ستة وهمنا بقذف القطعتين معا نواجه علمين إجماليين :

أحدهما : العلم الإجمالي بأن قطعة النقد إما تقع على وجه الصورة وإما تقع على وجه الكتابة.

والآخر : العلم الإجمالي بأن القطعة ذات الأوجه الستة سوف تقع على أحد الأرقام الستة.

وهذا يعني أن قيمة احتمال وقوع النقد على وجه الصورة التي يحددها العلم الأول $1/2$ ، وقيمة احتمال وقوع القطعة الأخرى على رقم واحد $1/6$. فإذا كنا نعلم لأي سبب من الأسباب أن وجه الصورة لا يظهر إلا مقترنا برقم ستة في القطعة الأخرى فسوف يؤدي هذا إلى أن تنخفض قيمة احتمال ظهور الصورة، ويظهر ذلك عندما نضرب أعضاء أحد العلمين بأعضاء الآخر، ونفرز الصور غير المحتملة، فسوف نحصل على علم إجمالي تتألف مجموعته من سبعة أطراف، وهي :

١ - ظهور الكتابة مع رقم (١)

٢ - ظهورها مع رقم (٢)

٣ - ظهورها مع رقم (٣)

٤ - ظهورها مع رقم (٤)

٥ - ظهورها مع رقم (٥)

٦ - ظهورها مع رقم (٦)

٧ - ظهور الصورة مع رقم (٦)

وبموجب هذا العلم الحاصل بالضرب تكون قيمة احتمال ظهور الصورة $1/7$ وقيمة احتمال ظهور رقم (٦) $2/7$ وقيمة احتمال ظهور رقم (٥) مثلا $1/7$. وهذا يعني أن قيمة $1/2$ التي كان أحد العلمين الإجماليين الصغيرين يحددها لاحتمال الصورة هبطت إلى $1/7$ ، وأن قيمة $1/6$ التي كان العلم الإجمالي الصغير الآخر يحددها لاحتمال رقم (٥) هبطت إلى $1/7$ ، وأن قيمة $1/6$ التي كان هذا العلم يحددها لاحتمال رقم (٦) ارتفعت إلى $2/7$.

وهذه الانخفاضات والارتفاعات في القيم الاحتمالية هي نتيجة التعارض بين بعض القيم الاحتمالية في أحد العلمين وبعض القيم الاحتمالية في العلم الآخر؛ لأن احتمال ظهور الصورة في العلم الأول يعارض احتمالات ظهور الأرقام من واحد إلى خمسة في العلم الثاني، وهذا التعارض يؤدي إلى زلزلة التقييمات التي كان كل من العلمين يفترضها بصورة منفصلة عن الآخر .

ونعرف في هذا الضوء أن كلا من العلمين الإجماليين الصغيرين قد استطاع من خلال الضرب وتكوين العلم الإجمالي الثالث أن يؤثر على القيم الاحتمالية للعلم الآخر، ويسبب انخفاضا في بعضها. وهذا ما أطلقنا عليه سابقا قاعدة الضرب في العلوم الإجمالية.

ولكن هذه القاعدة لا تنطبق على بعض الحالات، ففي بعض الحالات التي نواجه فيها علمين إجماليين ونجد تعارضا بين القيم الاحتمالية لأحدهما وبعض القيم الاحتمالية للآخر نلاحظ أن القيم الاحتمالية تحدد كلها بموجب أحد هذين العلمين دون الآخر، وهذا يعني أن أحد العلمين سوف يستأثر وحده بإعطاء القيم النهائية، وفي

حالة من هذا القبيل لا مبرر للضرب، بل تصدق بدلا عن قاعدة الضرب قاعدة أخرى نطلق عليها اسم حكومة بعض العلوم الإجمالية على بعض.

ولنبدا الآن بالمثال ثم التفسير :

لنفرض أنا حصلنا على علم إجمالي بأن إنسانا مريضا في المستشفى (ج) قد مات. ونعلم في نفس الوقت بأن المستشفى (ج) يحتوي على عشرة مرضى. ففي هذه الحالة سوف تكون قيمة أن يكون أي واحد من هؤلاء العشرة ميتا $1/10$ ؛ لأن العلم الإجمالي يحتوي على عشرة أطراف.

ولكن يمكننا أن نفرض من ناحية أخرى أن هناك مريضا عدا العشرة نشك في أنه هل هو موجود في مستشفى (ج)، أو في مستشفى (ب) الذي لم يمت فيه أحد، ونفرض أن نسبة دخول المريض إلى كل من المستشفيات واحدة، وهذا يعني وجود علم إجمالي ثان بأن المريض الحادي عشر موجود إما في المستشفى (ج) وإما في المستشفى (ب)، فتكون قيمة احتمال وجوده في المستشفى (ج) $1/2$ إذا افترضنا أن نسبة دخول المرضى إلى (ج) و (ب) واحدة.

وفي هذه الحالة يصبح هذا المريض الحادي عشر داخلا بشكل ما في نطاق العلم الإجمالي الأول؛ لأنه ما دام من المحتمل أن يكون من نزلاء المستشفى (ج) فمن المحتمل أن يكون هو المريض الذي علمنا إجمالا بموته، وبهذا سوف يصبح احتمال موت أي واحد من أولئك العشرة الذين نعلم بأنهم في المستشفى (ج) أقل من $1/10$ ؛ لأن العلم الإجمالي الأول يشتمل في هذه الحالة على إحدى عشر قيمة احتمالية، وواحدة من هذه القيم هي قيمة احتمال أن يكون المريض الحادي عشر هو الميت في المستشفى (ج). وأما العلم الإجمالي الثاني بأن هذا المريض إما في المستشفى (ج) أو في المستشفى (ب) فهو يشتمل على قيمتين احتماليتين، وواحد منهما هي قيمة احتمال أن يكون المريض في المستشفى (ب).

ونلاحظ أن قيمة احتمال أن يكون المريض الحادي عشر في المستشفى (ب) - التي يشتمل عليها العلم الإجمالي الثاني - وقيمة احتمال أن يكون هو الميت في المستشفى (ج) - التي يشتمل عليها العلم الإجمالي الأول - لا يمكن أن تصدقا معا .

ولكن هذا لا يجعل بين القيمتين تعارضا يؤدي إلى تأثير كل منهما على الأخرى، كما كان يقع في مثال القطعتين بين قيمة احتمال ظهور الصورة وقيمة احتمال ظهور غير رقم ستة، الأمر الذي أدى في ذلك المثال إلى تأثير كل من القيمتين على الأخرى بالطريقة التي حددها العلم الإجمالي الثالث الحاصل من ضرب العلمين.

بل الصحيح في مثال المستشفى أن قيمة احتمال أن يكون المريض الحادي عشر في المستشفى (ب) - أي أن لا يكون في المستشفى (ج) - لا يمكن أن تتخفض بسبب قيمة احتمال أن يكون الميت من نزلاء المستشفى (ج) بل العكس هو الصحيح، وكلما كبر احتمال أن لا يكون المريض نزلياً في المستشفى (ج) انخفض احتمال أن يكون هو النزيل الميت. وفي ما يلي تفسير ذلك :

تقدم عند تعريفنا للعلم الإجمالي أن العلم الإجمالي - أي علم إجمالي - له معلوم، وهو شيء غير محدد إلا في نطاق مجموعة الأطراف التي يشتمل عليها ، وهذا يعني أنه كلي، وكل طرف من أطراف العلم الإجمالي مصداق لذلك الكلي، والمعلوم هو الكلي، ولما كان الكلي لا يوجد إلا متمثلاً في أحد أفرادها كان وجود كل طرف من أطراف العلم محتملاً بوصفه مصداقاً للكلي المعلوم، فكل طرف يحتمل وجوده على أساس انطباق ذلك الكلي المعلوم عليه، وكل احتمالات الانطباق على الأطراف مستمدة من العلم الإجمالي، وعلى أساس كل واحد من هذه الاحتمالات يتحدد أطراف العلم الإجمالي.

وفي هذا الضوء نلاحظ - في مثال المستشفى - أن المعلوم بالعلم الإجمالي موته إنسان غير محدد إلا بصفيتين هما : أنه مريض وأنه نزيل في المستشفى (ج)، أي إنسان كلي . وكل واحد ممن يصدق

عليه هذا الكلي يستمد قيمة احتمالية من العلم الإجمالي. وقد افترضنا أننا نعلم بوجود عشرة مرضى في المستشفى (ج)، ونشك في وجود الحادي عشر، وهذا يعني : أن هناك إحدى عشر قيمة احتمالية ولكنها ليست متساوية؛ لأن كل واحد من العشرة نعلم بأنه مصداق للكلي الذي تعلق به العلم الإجمالي نظرا إلى علمنا بمرضهم ونزولهم في المستشفى (ج)، وأما الحادي عشر فنحن لا نعلم بنزوله في المستشفى (ج)، وهذا يعني : أنا لا نعلم بأنه مصداق للكلي المعلوم؛ لأن الكلي المعلوم موته مقيد بكونه نزيلا في المستشفى (ج)، وبالتالي لا نعلم أنه طرف للعلم الإجمالي؛ لأن الذي يحدد طرفية شيء للعلم الإجمالي مصداقيته للكلي الذي تعلق به ذلك العلم، ويترتب على ذلك أن اكتساب موت المريض الحادي عشر قيمة احتمالية من العلم الإجمالي الأول يتوقف على مدى إمكان إثبات كونه مصداقا للكلي المعلوم بذلك العلم، وهذا يعني : أن القيمة الاحتمالية لموت هذا الشخص التي تستمد من العلم الإجمالي الأول هي قيمة احتمال أن يكون هذا المريض نزيلا في المستشفى (ج)، مضروبة في قيمة احتمال أن يكون هو الإنسان الميت على افتراض أنه من نزلاء المستشفى (ج) .

وعلى هذا الأساس نعرف أن أي قيمة احتمالية تنفي أن يكون هذا المريض من نزلاء المستشفى (ج) هي تنفي – بنفس الدرجة – أن يكون طرفا للعلم الإجمالي ومصدقا للكلي المعلوم، وبالتالي تسبب انخفاض قيمة احتمال أن يكون هو ذلك الإنسان الميت بقدر ما تسبب من انخفاض قيمة احتمال كونه طرفا للعلم الإجمالي .

ولا يمكن أن تكون تلك القيمة الاحتمالية النافية معارضة بالقيمة التي يملكها احتمال أن يكون هذا المريض الحادي عشر الحادي عشر هو الإنسان الميت المعلوم بالعلم الإجمالي الأول؛ لأن هذه القيمة الاحتمالية مستمدة من العلم الإجمالي بموت أحد نزلاء المستشفى (ج)، هي فرع عن كونه نزيلا في المستشفى .

وبكلمة أخرى : إن العلم الإجمالي بالكلي إنما يوزع قيمه الاحتمالية على مصاديق ذلك الكلي، باعتبار أنه يشكل دلالة احتمالية على كل مصداق من تلك المصاديق، وهذا يعني : أن هذه الدلالة الاحتمالية مرتبطة بمدى إمكان إثبات كون الشيء مصداقا لذلك الكلي، فلا يمكن أن تساهم في تنمية احتمال كونه مصداقا للكلي، بل يجب أن تحدد قيمة احتمال كونه مصداقا للكلي بصورة مسبقة، وبقدر ما تكون قيمة هذا الاحتمال أكبر يعطي حصة أكبر من القيمة الاحتمالية التي يحصل عليها أي مصداق آخر من المصاديق المعلومة للكلي. والعكس صحيح أيضا.

فمثلا إذا كنا نعرف أن المريض الحادي عشر مصاب بالسل، ونعرف أيضا أن أكثر المرضى بالسل يفضلون المستشفى (ب) على المستشفى (ج)، فسوف يحصل احتمال أن يكون هذا المريض نزيلا في المستشفى (ب) على قيمة أكبر، وبقدر ذلك يتضاءل احتمال أن يكون هو الميت المعلوم بالعلم الإجمالي الأول، تبعا لتضاؤل احتمال مصداقيته للكلي المعلوم بذلك العلم. ولا يمكن أن يحدث العكس، أي أن يتضاءل احتمال أن يكون المريض الحادي عشر في المستشفى (ب)، لحساب أن يكون هو الميت المعلوم.

ونستخلص مما تقدم الحقيقة التالية : وهي أنه كلما تقيد الكلي الذي تعلق به العلم الإجمالي بصفة – من قبيل صفة نزيل في المستشفى (ج) التي تقيد بها كلي الإنسان المريض الذي تعلق العلم الإجمالي بموته – وكانت مشكوكة الوجود في شيء من الأشياء، فلا بد أن نحدد – بصورة مسبقة على ذلك العلم الإجمالي – قيمة احتمال وجود الصفة فيه، وبقدر ما تتوفر من قيم احتمالية – بصورة مسبقة – لتلك الصفة فيه، يضعف احتمال أن يكون هو المعلوم إجمالا. ولا يمكن أن تعارض تلك القيم الاحتمالية النافية بالقيم الاحتمالية المثبتة المستمدة من نفس العلم الإجمالي الذي نشك في أن ذلك الشيء مصداق للكلي الذي تعلق به ذلك العلم.

ومعنى هذا : أن هذا العلم الإجمالي لا يمكن أن يعارض العلم الإجمالي الآخر الذي تحدد على أساسه قيمة احتمال وجود الصفة في الشيء أي أن العلم الإجمالي الآخر حاكم على هذا العلم.

وهذه الحكومة يمكن أن نقدمها بوصفها البديهية الإضافية الثالثة وصيغتها : أنه إذا وجدت قيمتان احتماليتان مستمدتان من علمين إجماليين إحداها مثبتة لقضية ما والأخرى نافية لها، وكانت إحدى القيمتين الاحتماليتين في إثباتها أونفيها للقضية تنفي طرفية تلك القضية للعلم الإجمالي دون العكس، فهي حاكمة على الأخرى دون العكس، ولا تصلح الأخرى للتعارض معها وبالتالي لا مبرر لضرب أحد العلمين بالآخر وتكوين علم إجمالي ثالث.

وأهم نتيجة تؤدي إليها هذه البديهية الإضافية الثالثة أنها تبرهن على الخطأ في تطبيق مبدأ الاحتمال العكسي الذي شرحناه سابقاً، فإن هذا المبدأ يستبطن قاعدة الضرب، فلا يصح تطبيقه في الحالات التي تنطبق عليها بديهية الحكومة، وهذا ما سوف نؤجل توضيحه إلى الفصل المقبل من هذا القسم – إن شاء الله تعالى – (١)٠

وللمزيد من الأيضاح : ((تقدم أن العلوم الإجمالية التي ترتبط بحادثة من الحوادث تنقسم إلى قسمين :

الأول – العلوم الإجمالية غير المتنافية.

الثانى - العلوم الإجمالية المتنافية.

ومن الواضح أننا إذا واجهنا حادثة يتعلق بها علمان إجماليان متنافيان، فلا يمكننا تقييم درجة احتمال الحادثة على أساس الضرب المحض بين (العلم ١) و (العلم ٢)، وتكوين علم ثالث نتيجة الضرب بين أعضاء العلمين، بل لا بد من أحد طريقتين.

الطريق الأول – استخدام قاعدة الضرب بين العلوم الإجمالية التي
تقرر ضرب عدد أعضاء (العلم ١) في عدد أعضاء (العلم ٢)، ثم

فرز الصور غير المحتملة ، وتكوين (علم ٣) مؤلف من الصور المحتملة فقط، وتقييم درجة احتمال الحادثة على أساس العلم الثالث.

الطريق الثاني – تقييم درجة احتمال الحادثة على أساس أحد العلمين وإلغاء الآخر من الحساب.

ولا يتعين استخدام الطريق الثاني ما لم تنطبق على العلمين (قاعدة الحكومة)، أي أن يكون أحد العلمين حاكما على العلم الآخر ، ولا يسمح له بالتدخل في تقييم درجة احتمال الحادثة، ولإيضاح مورد هذه القاعدة نحاول هنا أن نبدأ بالمثل التالي :

إذا كان هناك عشرة مرضى يرقدون في المستشفى (س)، وعلمنا بموت أحد الراقدين في المستشفى (س) فما هي قيمة احتمال موت كل واحد من أولئك المرضى.

الجواب واضح : إذ لدينا علم إجمالي مؤلف من عشرة أطراف ، وليس هناك مبرر لترجيح موت أي منهم على موت الآخر.

إذن ! ح = ١/١٠ .

لكن إذا حصل لدينا العلم بأن مريضا آخر رقد في أحد المستشفياتين (س) أو (ص)، وكان إقبال المرضى على كلا المستشفياتين بنسبة واحدة ، علما أن المستشفى (ص) لم يمّت فيها أحد.

في هذه الحالة سيكون المريض الحادي عشر داخلا في إطار مجموعة العلم الإجمالي الأول، أي سوف يكون من المحتمل أن المريض الحادي عشر هو المريض الميت في المستشفى (س)، وهذا يعني أن مجموعة أطراف العلم الإجمالي الأول تصبح أحد عشر طرفا.

حتى الآن يصبح لدينا علمان إجماليان يتألف الأول منهما من أحد عشر طرفا، وهو العلم بموت أحد الراقدين في المستشفى (س)،

ويتألف الثاني من طرفين ، وهو العلم بدخول المريض الحادي عشر إلى أحد المستشفيات (س) أو (ص) .

نطرح السؤال التالي : ما هي العلاقة بين أطراف العلم الإجمالي الأول والعلم الإجمالي الثاني، هل هي علاقة التنافي أم علاقة التعايش ؟

إذا لاحظنا الطرف الحادي عشر من العلم الأول والطرف الثاني من العلم الثاني نجدهما متنافيين، أي أن احتمال موت المريض الحادي عشر لا يجتمع مع احتمال دخوله في المستشفى (ص) .

تقدم أن قاعدة الضرب في العلوم الإجمالية تعني : إذا كان لدينا علمان إجماليان تتنافى بعض أطرافهما، فعلى أن نضرب العلمين في بعضهما ، ونفرز الصور المتنافية، ونقيم درجة احتمال الحادثة، ونحدد احتمال كل طرف في ضوء ذلك.

ونحن لدينا في المثال المتقدم علمان إجماليان تتنافى بعض أطرافهما، فهل نقيم درجة احتمال الحادثة، واحتمال كل طرف على أساس قاعدة الضرب في العلوم الإجمالية أم لا ؟

إذا أردنا أن نستخدم قاعدة الضرب في العلوم الإجمالية علينا أن نضرب العلم الأول في العلم الثاني، ونؤلف علما إجماليا ثالثا، وهو حاصل ضرب كلا العلمين، ونفرز الأطراف غير المحتملة . بعد الضرب تصبح أمامنا الصور التالية :

١ - أن يموت المريض رقم (١) والمريض الحادي عشر في المستشفى (س) .

٢ - أن يموت المريض رقم (٢) والمريض الحادي عشر في المستشفى (س) .

٣ - أن يموت المريض رقم (٣) والمريض الحادي عشر في
المستشفى (س) .

٤ - أن يموت المريض رقم (٤) والمريض الحادي عشر في
المستشفى (س) .

٥ - أن يموت المريض رقم (٥) والمريض الحادي عشر في
المستشفى (س) .

٦ - أن يموت المريض رقم (٦) والمريض الحادي عشر في
المستشفى (س) .

٧ - أن يموت المريض رقم (٧) والمريض الحادي عشر في
المستشفى (س) .

٨ - أن يموت المريض رقم (٨) والمريض الحادي عشر في
المستشفى (س) .

٩ - أن يموت المريض رقم (٩) والمريض الحادي عشر في
المستشفى (س) .

١٠ - أن يموت المريض رقم (١٠) والمريض الحادي عشر في
المستشفى (س) .

١١ - أن يموت المريض رقم (١١) والمريض الحادي عشر في
المستشفى (س) .

١٢ - أن يموت المريض رقم (١) والمريض الحادي عشر في
المستشفى (ص) .

١٣ – أن يموت المريض رقم (٢) والمريض الحادي عشر في المستشفى (ص) .

١٤ – أن يموت المريض رقم (٣) والمريض الحادي عشر في المستشفى (ص) .

١٥ – أن يموت المريض رقم (٤) والمريض الحادي عشر في المستشفى (ص) .

١٦ – أن يموت المريض رقم (٥) والمريض الحادي عشر في المستشفى (ص) .

١٧ – أن يموت المريض رقم (٦) والمريض الحادي عشر في المستشفى (ص) .

١٨ – أن يموت المريض رقم (٧) والمريض الحادي عشر في المستشفى (ص) .

١٩ – أن يموت المريض رقم (٨) والمريض الحادي عشر في المستشفى (ص) .

٢٠ – أن يموت المريض رقم (٩) والمريض الحادي عشر في المستشفى (ص) .

٢١ – أن يموت المريض رقم (١٠) والمريض الحادي عشر في المستشفى (ص) .

٢٢ – أن يموت المريض رقم (١١) والمريض الحادي عشر في المستشفى (ص) .

وبما أن الصورة الأخيرة غير محتملة يبقى لدينا (٢١) طرفاً، وهذا يعني تطبيق قاعدة الضرب في العلوم الإجمالية على المثال يؤدي إلى إعطاء احتمال موت المريض الحادي عشر قيمة احتمالية مقدارها (١/٢١) كما يؤدي إلى خفض قيمة احتمال دخول المريض الحادي عشر المشفى (ص) من (١١/٢٢) إلى (١٠/٢١) .

لكن قاعدة الضرب في العلوم الإجمالية لا مجال لتطبيقها على هذا المثال :

نلاحظ أننا في حال علمنا بأن هناك عشرة مرضى في المستشفى (س)، وشكنا بوجود المريض الحادي عشر، لا يمكننا أن نمنح المريض الحادي عشر نفس القيمة الاحتمالية التي نمنحها لكل واحد من المرضى العشرة، على أساس العلم الإجمالي بموت أحد مرضى المشفى (س)؛ لأن العلم الإجمالي بموت أحد مرضى المشفى (س) لا يحدد عدد أعضاء مرضى المشفى (س)، إنما يتحدد عدد مرضى المشفى (س) بواسطة علم أو علوم أخرى، فالأعضاء العشرة نعلم يقيناً بأنهم راقدون في المشفى (س)، ومن ثم فهم يتوفرون على قيم احتمالية متساوية من العلم الإجمالي بموت أحد الراقدين في المشفى (س)، أما المريض الحادي عشر ، فنحن نشك باتصافه بصفة (أنه راقد في المشفى (س))، ومن ثم نشك في كونه عضواً من أعضاء مجموعة العلم الإجمالي بموت أحد المرضى الراقدين في المشفى (س) .

ولكن كيف نحدد قيمة احتمال موت المريض الحادي عشر ؟

إن قيمة هذا الاحتمال تتحدد أساساً تبعاً لقيمة احتمال إثبات كونه عضواً من أعضاء العلم الإجمالي ، فالقيمة الاحتمالية التي تحدد لنا درجة توفر الصفة (أنه راقد في المشفى (س)) في المريض الحادي عشر، ومن ثم تحدد لنا قيمة احتمال كونه عضواً من أعضاء العلم الإجمالي بموت أحد الراقدين في المشفى (س)، هي التي يتم على أساسها تحديد قيمة احتمال موت المريض الحادي عشر .

وبعبارة أخرى : أننا ما دمنا نشك باتصاف المريض الحادي عشر بكونه راقداً في المشفى (س)، فهذا يعني أننا نملك علماً إجمالياً يمنح اتصاف المريض بتلك الصفة قيمة محددة، ونفس هذه القيمة تثبت لنا كونه طرفاً من أطراف العلم الإجمالي، وعلى أساسها يستمد المريض الحادي عشر قيمة احتمالية من العلم الإجمالي الأول (العلم بموت أحد مرضى المشفى (س))) وحينئذ ستكون قيمة احتمال موته تساوي قيمة احتمال دخوله (س) مضروباً في قيمة احتمال موته على تقدير دخوله المشفى (س) .

وبهذا يتضح أن احتمال موت المريض الحادي عشر يستمد قيمته من العلم الإجمالي بكونه راقداً في المشفى (س)، ومن هنا لا يمكن أن تتعارض هذه القيمة الاحتمالية (احتمال موته) مع القيمة الاحتمالية التي يحددها العلم الإجمالي الثاني (العلم بكونه راقداً في المشفى (س) أو المشفى (ص)، كما تقتض قاعدة الضرب بين العلوم الإجمالية.

ومن هنا يمكننا أن نقول : (إذا وجدت قيمتان احتماليتان مستمدتان من علمين إجماليين إحداهما مثبتة لقضية ما والأخرى نافية لها، وكانت إحدى القيمتين في إثباتها أو نفيها تنفي طرفية تلك القضية للعلم الإجمالي الآخر دون العكس، فهي حاكمة على الأخرى ، ولا تصلح الأخرى للتعارض معها، ومن ثم لا مبرر للضرب وتكوين علم إجمالي ثالث) .

وهذه القاعدة نطلق عليها (بديهية الحكومة) ، ونعتبرها البديهية الإضافية الثالثة، التي تعتمد عليها نظرية الاحتمال في تفسيره الإجمالي.

ولأجل تجلية هذه القاعدة بشكل أكبر نعود إلى الجدول الذي رسمناه لقاعدة الضرب بين العلوم الإجمالية، حيث كان لدينا علمان إجماليان : (العلم ١) العلم بموت أحد مرضى المشفى (س)، و (العلم ٢) العلم بأن المريض الحادي عشر إما أن يكون راقداً في المشفى (س) أو (ص)، وهذان العلمان الإجماليان بعد الضرب

يشكلان علما إجماليا مؤلفا من (٢١) طرفا؛ لأن (الطرف الحادي عشر) يتعارض ويتنافى مع الطرف الثاني من العلم الثاني.

من الواضح إن إجراء قاعدة الضرب بين العلوم الإجمالية يعتمد أساسا على افتراض التنافي والتعارض بين أطراف العلم الأول وأطراف العلم الثاني، لكن افتراض التنافي في مثالنا غير صحيح، لأن التنافي والتعارض إنما يتم بين العلمين الإجماليين المتكافئين، بينا (العلم ٢) حاكم على العلم الأول ؛ لأن القيمة الاحتمالية التي يستمدّها الطرف الحادي عشر من العلم الأول تتوقف على (العلم ٢).

وبعبارة أخرى : إن التنافي بين القيمة الاحتمالية الحادية عشر للعلم الأول، والقيمة الاحتمالية الثانية للعلم الثاني غير معقول؛ لأن القيمة الاحتمالية الثانية تنفي أن يكون المريض الحادي عشر نزيفا في المشفى (س)، ومن ثم فهي تنفي كونه عضوا من أعضاء العلم الإجمالي الأول)) (٢) .

(((العوامل المثبتة في الحكومة كالنافية

عرفنا أن القيمة الاحتمالية النافية حاکمة على القيمة الاحتمالية المثبتة لقضية ما، إذا كانت تؤدي إلى نفي طرفية تلك القضية للعلم الإجمالي الذي انبثقت منه القيمة الاحتمالية المثبتة، وفقا للبدئية الإضافية الثالثة.

ونفس الشيء نقوله عن القيمة الاحتمالية التي تعطي درجة أكبر لاحتمال كون القضية طرفا للعلم الإجمالي. وذلك إذا وجدنا لدينا علم إجمالي بأن المريض في المستشفى قد مات، ونفترض أنا نعلم بأن المستشفى لا يحتوي إلا على نزيل واحد، ولا نعلم من هو هذا النزيل، بل نواجه عشرة احتمالات بشأن تعيين ذلك النزيل الوحيد، وهذا يعني : أن العلم الإجمالي له معلوم وهو موت المريض النزيل في المستشفى، وله أطراف عشرة بعدد الأفراد الذين يحتمل في كل واحد

منهم أن يكون هو النزيل في المستشفى، فقيمة احتمال أن يكون الميت فلانا من العشرة ١/١٠ ، وقيمة احتمال أن لا يكون الميت ذلك الشخص ٩/١٠ .

ففي هذه الحالة، إذا وجد عامل على أساس علم إجمالي ثاني يفرض قيمة كبيرة لاحتمال أن يكون النزيل الوحيد في المستشفى هو فلان بالذات، فهذه القيمة الكبيرة بنفس درجة إثباتها لكون فلان نزila في المستشفى، تثبت موته ، وتعتبر حكمة على القيمة النافية لموت فلان المستمدة من العلم الإجمالي الأول، تطبيقا لنفس البديهية الإضافية الثالثة المتقدمة ؛ وذلك لأن القيمة الاحتمالية التي تثبت أن فلانا هو نزيل في المستشفى تثبت بنفس درجة إثباتها لذلك أن فلانا طرف للمعلوم بالعلم الإجمالي الأول، وبهذا تكون حكمة على القيم الاحتمالية لموتهم المستمدة من ذلك العلم؛ لأن تلك القيم متفرعة عن طرفيتهم لذلك العلم، فالعامل الذي يضعف احتمال الطرفية يحكم على تلك القيم (((٠ (٣)

(((الفرضيات التي تفي ببديهية الحكومة

على ضوء ما تقدم في توضيح ببديهية الحكومة يمكن أن نعرف أن هناك فرضيتين تفيان ببديهية الحكومة وتحققان شروطها :

الفرضية الأولى : أن نحصل على علم بأن المعلوم بالعلم الإجمالي الأول يتصف بصفة، وتكون هذه الصفة بمثابة اللازم الأعم لأحد طرفي العلم الإجمالي، ولا يكون بينها وبين الطرف الآخر للعلم الإجمالي تلازم إيجابي ولا سلبي ، بمعنى أن الطرف الآخر من المحتمل أن يكون متصفا بها ومن المحتمل أن لا يكون متصفا بها. ففي هذه الحالة تصبح أي قيمة احتمالية نافية لاتصاف الطرف الآخر بذلك لازم حكمة على القيمة الاحتمالية المثبتة للطرف الآخر والمستمدة من العلم الإجمالي الأول.

فإذا كنا نعلم بوجود أحد شخصين في المكتب : إما زيد وإما خالد، و علمنا عن طريق شهادة أشخاص رأوا الشخص : أن الشخص الموجود في المكتب أبيض، ونحن نعلم أن خالدا أبيض ولسنا نعلم عن لون زيد شيئاً. فالبياض هو الصفة التي نعلم باتصاف المعلوم بالإجمال بها، وهذه الصفة لازم أعم لخالد، وليس بينها وبين ما نعرفه عن زيد أي تلازم إيجابي أو سلبي.

ففي هذه الحالة يكون أي عامل يضعف قيمة احتمال زيد بالبياض، حاكما على القيمة الاحتمالية لوجود زيد في المكتب المستمدة من العلم الإجمالي الأول، ولا يمكن – بصورة عكسية – أن يكون احتمال وجوده في المكتب على أساس ذلك العلم الإجمالي حاكما سببا في تنمية احتمال أنه أبيض؛ لأن احتمال وجوده في المكتب إنما نشأ باعتباره مصداقا للكلي الذي تعلق به العلم الإجمالي، والكلي المعلوم هو : وجود انسان أبيض في المكتب، فبقدر ما يثبت أنه أبيض يثبت أنه مصداق للكلي الذي تعلق به العلم الإجمالي القبلي، وبالتالي يكتسب قيمته الاحتمالية.

هذه هي الفرضية الأولى التي تقي بديهية الحكومة. وتعني هذه الفرضية : أن اللازم إذا كان مساويا لأحد الطرفين فلا موضع للحكومة. ففي المثال المتقدم لو كنا نعلم بأن خالدا وحده هو الأبيض، لكنا نعلم بأن الذي في المكتب هو خالد حتما ما دمنا نعلم : أن الإنسان الذي في المكتب أبيض ولا أبيض سوى خالد، وبذلك يزول العلم الإجمالي الأول وتضمحل قيمه الاحتمالية نهائيا، بدلا عن أن تكون ثابتة ومحكومة كما تفترض بديهية الحكومة.

كما أن اللازم إذا كان لازما أعم لكلا طرفي العلم الإجمالي الأول فلا يمكن تطبيق بديهية الحكومة، ففي المثال المتقدم لو كنا نعلم بأن كلا من خالد وزيد أبيض فلا مجال للحكومة.

الفرضية الثانية : أن نحصل على علم بأن المعلوم بالعلم الإجمالي الأول يتصف بصفة، وهذه الصفة ليست لازمة لأي واحد من الطرفين

))) الحكومة في الأسباب والمسببات :

إذا وجدنا فئتين كل واحدة منهما تشكل مجموعة الأطراف لعلم إجمالي، وكانت أعضاء الفئة الأولى أسبابا لأعضاء الفئة الثانية، فالقيم الاحتمالية التي يحددها العلم الإجمالي الذي يضم الفئة الأولى، حاکمة على القيم الاحتمالية التي يحددها العلم الإجمالي الذي يضم الفئة الثانية.

ومثال ذلك : أن تعلم علما إجماليا بأن أحد أخويك سيزورك، ولنفرض أن مبررات زيارة كل منهما مساوية لمبررات زيارة الآخر، فالفئة التي يضمها هذا العلم تشتمل على عضوين ، وقيمة احتمال كل منهما بموجب ذلك العلم $1/2$. ونفترض أن الأخ الأكبر ليس له إلا ولد واحد، والأخ الأصغر له أربعة أولا ، وأنت تعلم بأن أي واحد من أخويك إذا جاء ، فسوف يصحب معه ولدا له، فهذا يعني أنك تعلم علما إجماليا آخر بأن أحد أولاد أخويك الخمسة سوف يزورك أيضا، وهذا العلم يضم فئة تشتمل على خمسة. فإذا لاحظنا قيمة احتمال زيارة ابن أخيك الأكبر لك التي يحددها العلم الإجمالي، تجد أنها $1/5$ ، بينما عرفنا أنفا أن قيمة احتمال زيارة الأخ الأكبر التي يحددها العلم الإجمالي الأول هي $1/2$ ، وهي نفسها تعتبر قيمة احتمال زيارة ولده، وبهذا تعتبر القيمة الاحتمالية التي يحددها العلم الإجمالي الذي يضم الفئة الأولى مختلفة عن القيمة الاحتمالية التي يحددها العلم الإجمالي الذي يضم الفئة الثانية.

ولا شك في أن القيمة الاحتمالية التي يحددها العلم الإجمالي الذي يضم الفئة الأولى حاکمة على القيمة الاحتمالية الأخرى؛ لأن مجرد وجود عدد أكبر من الأولاد للأخ الأصغر لا يمكن أن يؤدي إلى تنمية احتمال زيارته وخفض احتمال زيارة الأخ الأكبر، ما دام عدد الأولاد لا أثر له في زيارة الأب.

ويمكننا أن نفسر هذه الحكومة على أساس البديهية الإضافية الثالثة، ونوضح ذلك من خلال النقاط التالية :

١ - إن أعضاء الفئة الأولى هي الأسباب لأعضاء الفئة الثانية، لأن وجود أحد الأولاد الخمسة لا يوجد له أي دافع في افتراضنا السابق ، إلا اصطحاب والده له معه.

٢ - إن المعلوم بالعلم الإجمالي الذي يضم فئة الأخوين كلي مقيد، كما أن المعلوم بالعلم الإجمالي الذي يضم فئة الأولاد كلي مقيد أيضا؛ لأننا نعلم فعلا بأن أبا وولده سوف يأتيان لزيارتنا ، وهذا يعني : أن الأخ الذي سوف يزورنا هو أبو الولد الذي سوف يزورنا فعلا، وأن الولد الذي سوف يزورنا هو ابن الأخ الذي سوف يزورنا فعلا، أي أن كلا من الأخ وابن الأخ الزائرين يمكننا أن نحدده بأنه أب أو ابن الزائر الآخر الذي سيزورنا فعلا ، وهو معنى أن المعلوم بكلا العلمين كلي مقيد.

فالمعلوم بالعلم الإجمالي الذي يضم فئة الأخوين هو أن يزورنا أخ يتصف بأنه أب لابن الأخ الذي سيزورنا ، والمعلوم بالعلم الآخر، هو أن يزورنا ابن أخ يتصف بأنه ابن الأخ الذي سيزورنا.

٣ - إن تقيد الكلي المعلوم بالعلم الإجمالي الذي يضم فئة الأخوين تقيد مصطنع وليس حقيقيا، خلافا للكلي المعلوم بالعلم الآخر، فإن التقيد فيه حقيقي، وذلك لأن التقيد الحقيقي يعني تحديد دائرة انطباق المقيد، فالقيد إذا كان يحدد من انطباق الشيء ولا يسمح له بالانطباق على ما كان بالإمكان الانطباق عليه لولا التقيد، فهو يعبر عن تقيد الحقيقي. مثلا : إذا قلت : ((جاءني إنسان طويل)) فكلمة طويل تعبر عن تقيد حقيقي لإنسان، إذ لولاها لكان بالإمكان أن ينطبق الإنسان الذي جاءك على إنسان قصير ، ولكن كلمة طويل تمنع من ذلك.

وإذا لاحظنا - في هذا الضوء - الكلي الذي تعلق به العلم الإجمالي الأول (الذي يضم فئة الأخوين) نجد أنه وإن كان مقيدا - لأن المعلوم بهذا العلم هو مجي الأخ الذي يكون أبا لابن الأخ الذي سوف يجيئنا فعلا - ولكن هذا القيد لا يحدد من انطباق هذا الأخ على أي واحد من الأخوين؛ لأن شخصية ابن الأخ الذي الذي سوف يجيئنا فعلا

لا تتحدد في الواقع إلا على أساس تحدد الأخ الذي سوف يزورنا، فأخي فرضناه هو الزائر فالفرض بنفسه يستبطن تحديد شخصية ابن الأخ الزائر.

وفي نفس الوقت إذا لاحظنا الكلي الذي تعلق به العلم الإجمالي الثاني (الذي يضم فئة الأولاد) نجد أنه مقيد، وأن التقييد حقيقي؛ لأن المعلوم بهذا العلم هو مجيء ابن أخ يكون ولدًا للأخ الذي سوف يجيئنا فعلا، وواضح أن هذا القيد يحدد من انطباق المقيد، إذ لا يمكن افتراض انطباق ابن الأخ على ابن الأخ الأكبر مثلا، إلا إذا كان القيد متوفرا، وهو أن يكون أبوه هو الذي جاءنا فعلا، ومجرد افتراض انطباق ابن الأخ المعلوم، على أحد الأولاد الخمسة، لا يستبطن بنفسه افتراض توفر القيد نفسه.

ونتيجة ذلك أن الكلي المعلوم بالعلم الأول ليس مقيدا، لأن التقييد فيه مصطنع، وأما الكلي المعلوم بالعلم الثاني فهو مقيد؛ لأن التقييد فيه حقيقي.

٤ - إن الأمور المتقدمة إذا كانت صحيحة، أصبحت الفرضية التي ندرسها حالة من حالات البديهية الإضافية الثالثة؛ لأن القيمة الاحتمالية المستمدة من العلم الأول، التي تثبت - بدرجة $1/2$ - أن الأخ الأكبر هو الذي سوف يزورنا، تنفي - بنفس الدرجة - مصداقية أولاد الأخ الأصغر الأربعة للكلي المقيد المعلوم بالعلم الإجمالي الثاني، إذ لا ينطبق حينئذ على أي واحد منهم أنه ابن الأخ الذي سوف يزورنا فعلا، وبهذا تكون حاكمة على القيم الاحتمالية لزيارة أولاد الأخ الأصغر، المستمدة من العلم الإجمالي الثاني، ولا يمكن أن تعتبر هذه القيم الاحتمالية المستمدة من العلم الثاني نافية لمصداقية الأخ الأكبر للكلي المعلوم بالعلم الأول، لأن الكلي المعلوم بالعلم الأول ليس مقيدا؛ لما تقدم من أن التقييد فيه مصطنع، فهو لا يعني إلا أحد الأخوين دون تقييد و الأخ الأكبر أخ على أي حال، فلا حكومة لقيم العلم الثاني على قيم العلم الأول، وإنما الحكومة لقيم العلم الذي يضم فئة الأسباب على قيم العلم الذي يضم فئة المسببات.

وعلى هذا الأساس نضع البديهية الإضافية الرابعة، وهي أن التقييد المصطنع للكلّي المعلوم بالعلم الإجمالي في قوة عدم التقييد، والتقييد المصطنع يتمثل في كل قيد لا يحدد من انطباق الشيء المقيد، لأن جميع احتمالات الشيء تستلزم أو تستبطن توفر القيد.

ووظيفة هذه البديهية : أنها تجعل القيم الاحتمالية المتنافية المستمدة من علمين إجماليين حالة من حالات البديهية الإضافية الثالثة ، إذا كان أحد العلمين يضم فئة الأسباب، والعلم الآخر يضم فئة (المسببات) (٥)

(((انطباق الحكومة على الواقع :

ونلاحظ أن الحكومة التي ثبتت لبعض القيم الاحتمالية على بعض وفقا للبديهية الإضافية الثالثة والرابعة تطابق الواقع، بدليل أنا إذا جمعنا عددا كبيرا من القيم الاحتمالية الحاكمة وما يناظره من القيم الاحتمالية المحكومة فسوف نلاحظ دائما – عند اكتشاف الحقيقة – أن نسبة إصابة القيم الاحتمالية الحاكمة للواقع أكبر من نسبة إصابة القيم المحكومة.

فإذا أخذنا – مثلا – مائة حالة تشتمل كل منها على زيارة مرودة بين أخوين، ولأحدهما ولد واحد يصحبه معه ، وللآخر أربعة أولاد يصحب أحدهم ، فسوف نجد – على الأغلب – أن نسبة مجيء الأخ الذي له أربعة أولاد ، لا تزيد على نسبة مجيء الأخ الآخر. وهذا يعني : أن الواقع يتطابق مع افتراض أن القيم الاحتمالية المستمدة من العلم الإجمالي في مرحلة المسببات محكومة للقيم المستمدة من العلم الإجمالي في مرحلة الأسباب ((٦)

بديهية الحكومة في ضوء دراسة (يحيى محمد) :

في كتابه (الاستقراء والمنطق الذاتي) وتحت عنوان (التعريف وبديهية الحكومة) كتب يحيى محمد ما نصه :

((هناك بديهية ثالثة أضافها المفكر الصدر إلى تعريفه وأطلق عليها (الحكومة)، حيث إنها تحدد لنا بعض الحالات التي لا يصح فيها الضرب بين العلوم الإجمالية، إذ تفترض أن هناك تعارض بين بعض القيم الاحتمالية لأحد تلك العلوم مع قيم أي علم آخر. لكن لما كان الضرب يصح حتى في حالات تعارض بعض القيم الاحتمالية بين علم وآخر، لذا لا بد من تحديد مجال الوظيفة التي يصح أن تعمل في نطاقه تلك البديهية. ولأجل التمييز بين الضرب والحكومة فقد قام الصدر بالتمثيل على كل منهما كالآتي :

في حالة الضرب إذا كان لدينا علمان إجماليان، وكان لكل منهما بعض القيم الاحتمالية التي تتنافى مع الآخر، فإنه بعملية الضرب سيتكون لدينا علم إجمالي ثالث يحتوي على أطراف بعضها يملك قيمة احتمالية تختلف عما كانت في حالة العلمين الإجماليين المنفصلين. فإذا فرضنا أننا رمينا قطعتين للنقد والزهر فسيتكون لدينا علمان إجماليان كل منهما يحدد قيمة احتمال ظهور أي عضو من أعضائه العائد إليه. لكن لنفترض أن وقوع وجه الصورة من قطعة النقد لا يمكنه أن يظهر إلا مقترنا مع الآس (١) من الزهر، ففي هذه الحالة ستتغير قيمة احتمال كل منهما عن قيمتيهما الأصليتين، وهما النصف لوجه الصورة، والسدس للآس (١). إذ ستكون أطراف العلم الإجمالي الثالث عبارة عما يأتي :

- ١ - ظهور وجه الكتابة مع الآس (١) .
- ٢ - ظهور وجه الكتابة مع الآس (٢) .
- ٣ - ظهور وجه الكتابة مع الآس (٣) .
- ٤ - ظهور وجه الكتابة مع الآس (٤) .
- ٥ - ظهور وجه الكتابة مع الآس (٥) .

- ٦ - ظهور وجه الكتابة مع الآس (٦) .
- ٧ - ظهور وجه الصورة مع الآس (١) .
- ٨ - ظهور وجه الصورة مع الآس (٢) .
- ٩ - ظهور وجه الصورة مع الآس (٣) .
- ١٠ - ظهور وجه الصورة مع الآس (٤) .
- ١١ - ظهور وجه الصورة مع الآس (٥) .
- ١٢ - ظهور وجه الصورة مع الآس (٦) .

لكن حسب الفرض السابق القائل بأن الصورة لا تظهر إلا مقترنة مع الآس (١) فإن اقترانهما مع الآسات (٢) و (٣) و (٤) و (٥) و (٦) غير ممكن لذلك الاعتبار، ومن ثم تصبح مجموعة الأطراف الكلية عبارة عن سبعة، وتكون قيمة احتمال وجه الصورة (١/٧) ، مما يعني أنها انخفضت عن قيمتها الأصلية وهي النصف. كذلك ستصبح قيمة احتمال ظهور الآس (١) مساوية لـ (٢/٧)، أي أنها ارتفعت عما كانت عليه في العلم الإجمالي السابق، حيث كانت تقدر بـ (١/٦) . وكذا الحال مع بقية الأطراف الأخرى، حيث كل منهما لا بد أن يتغير عما كان عليه بسبب عملية التنافي في بعض القيم الاحتمالية بين العلمين الإجماليين.

بيد أنه في حالات معينة يتوفر فيها وجود تعارض بين بعض القيم الاحتمالية لأطراف علم إجمالي وبين أطراف علم آخر، إلا أنها مع ذلك لا تخضع لتطبيق عملية الضرب، حيث إن أحد العلمين له خاصية التحكم بالآخر، الأمر الذي به تثبت القيم الاحتمالية لأطراف العلم الآخر من دون زيادة ولا نقصان، وهو المعنى بقاعدة الحكومة.

فمثلا : إذا كان لدينا كروموسامان (ن) و (م) ونعلم أن الكروموسوم (ن) يضم عشرة جينات مختلفة، وقد تعرض لطفرة فقد على أثرها أحد هذه الجينات، ولنفترض أننا لم نستطع تحديد وترجيح هوية هذا الجين المفقود، مما يعني أن الجينات (أ) و (ب) و (ج) --- كلها متساوية الاحتمال، حيث أن أي واحد منها يحتمل له أن يكون هو الجين المفقود بقيمة قدرها ($1/10$)، إلا أن هذه الصورة سوف تتغير فيما لو شككنا في عدد الجينات، فهل هي عشرة كما كنا نعتقد سابقا، أو أنها تزيد على ذلك بجين واحد - نرمز إليه (هـ) - ترددنا بوجوده في (ن) أو (م) بقيمة احتمالية متساوية ، أي أن قيمة احتمال وجوده في أي واحد منهما هي ($1/2$) . وبطبيعة الحال لو كنا نعلم يقينا بوجود (هـ) في (ن) لكان احتمال أن يكون هو الجين المفقود يساوي ($1/11$) . أما ونحن نشك بوجوده في (ن) فلا بد أن يتكون لدينا علم إجمالي جديد ، فيصبح هناك علمان إجماليان، أولهما يتعلق بفقدان أحد الجينات من الكروموسوم (ن)، والآخر يتعلق بوجود (هـ) في (ن) أو (م) . وواضح أن هناك تعارضا بين قيمة احتمال وجود (هـ) في (م) وبين قيمة احتمال أن يكون (هـ) هو المفقود في الكروموسوم (ن) .

وإذا ما علمنا باحتمال كبير أن يكون الجين (هـ) في (م) فإن ذلك سيؤدي إلى خفض احتمال وجوده في (ن)، وبالتالي يتضاءل - كثيرا - احتمال كونه هو المفقود.

لكن هل من الجائز أن نعكس هذه الصورة فنعتبر انخفاض القيمة الاحتمالية لفقدان الجين (هـ) من (ن) هو السبب في رفع القيمة الاحتمالية لوجود (هـ) في (م) ؟

على رأي المفكر الصدر إن هذه الصورة غير جائزة، والسبب في ذلك هو أن القيمة الاحتمالية لفقدان الجين (هـ) من (ن) تعتمد في الأساس على القيمة الاحتمالية لوجوده في (م) . وهذا يعني أن القيمة الأخيرة هي التي تتحكم في القيمة الأولى. وحيث إن التحكم والتأثير من جهة واحدة فلا موضع للضرب بين العلمين الإجماليين السابقين.

هكذا فإن المقصود من بديهية الحكومة هو أنها تعني وجود قيمتين احتماليتين راجعتين إلى علمين إجماليين، وقد تأثرت إحداهما بالأخرى دون العكس، مما يمنع استخدام الضرب في العلمين المحددين لهما.

وعليه يصبح تعريف بديهية الحكومة كالآتي : (إذا وجدت قيمتان احتماليتان مستمدتان من علمين إجماليين إحداهما مثبتة لقضية ما والأخرى نافية لها، وكانت إحدى القيمتين الاحتماليتين في إثباتها أو نفيها للقضية تنفي طرفية تلك القضية للعلم الإجمالي الآخر دون العكس فهي حاكمة على الأخرى، ولا تصلح الآخر للتعارض معها، وبالتالي لا مبرر لضرب أحد العلمين بالآخر وتكوين علم إجمالي ثالث).

والميزة الأساسية في هذه البديهية هو أنها تمنع من حدوث الضرب بين العلمين الإجماليين، أو بين قيم أحد العلمين مع قيم العلم الآخر. لكن قبل مناقشة هذه المسألة لا بد من ذكر الحالات التي تصدق عليها، فعلى رأي المفكر الصادر إن هناك حالتين يمكن أن تكونا مصداقا لها، وهما كالآتي :

الأولى : هو فيما لو كان لدينا علم إجمالي أول، كالعلم الإجمالي لفقدان جين ما، وكان هذا العلم يتصف بصفة معينة كصفة وجود جينات في (ن)، وكانت هذه الصفة تصدق على طرف مع الشك في الطرف الآخر – أي أنها لازمة أعم للطرف الأول – كأن نعلم أنها تصدق على عشرة جينات محددة ونشك في صدقها على الجين (هـ). ففي هذه الحالة إن أي عامل يضعف أو يقوي من قيمة احتمال اتصاف الطرف الآخر – الجين (هـ) – بتلك الصفة – وهي صفة الوجود في (ن) – فإنها تعتبر حاكمة على القيمة الاحتمالية التي تؤيد طرفيته في العلم الإجمالي الأول.

الثانية : فيما لو كان لدينا علم إجمالي أول لقضية ما يتصف بصفة نحتمل صدقها على أحد طرفين دون ترجيح، فإن أي عامل يضعف أو

يقوي أحد هذين الطرفين فإنه يعتبر حاكما له على طرفيته بالنسبة للعلم الإجمالي الأول .

فمثلا : لو أن الكروموسوم (ن) يحمل جينا واحدا قد فقد بالطفرة الوراثية، وكنا نتردد كون هذا الجين هو (أ) أو (هـ) من دون ترجيح، ففي هذه الحالة إن أي عامل يضعف أو يقوي من قيمة احتمال أن يكون الجين (هـ) هو الموجود في (ن) فإنه يعتبر حاكما على القيمة الاحتمالية لفقدانه بالطفرة ، أي أنه حاكم على طرفيته بالنسبة للعلم الإجمالي الأول.

والملاحظ في الحالتين السابقتين أنهما يختلفان شكليا من حيث علاقة القيمة الاحتمالية الحاكمة بالقيمة الاحتمالية المحكومة. ففي الحالة الثانية تكسب القيمة الاحتمالية المحكومة نفس القدر الذي عليه القيمة الاحتمالية الحاكمة، بينما في الحالة الأولى ليس الأمر كذلك.

لكن في كلا الحالتين نعتقد أن استخراج القيمة الاحتمالية تصدق عليها عملية الضرب، وهي العملية الخاصة بالقضايا المشروطة. فمثلا في الحالة الأولى يمكن استخراج قيمة احتمال أن يكون الجين (هـ) هو المفقود وذلك من خلال ضرب احتمال كونه في (ن) مع احتمال كونه هو المفقود على افتراض أنه فيها. فإذا كانت قيمة احتمال كونه في (ن) تساوي (١/٢) فإن قيمة احتمال أن يكون هو المفقود تساوي :

$$11/242 = 1/22 = 1/11 \times 1/2$$

أما قيمة احتمال أي جين من الجينات العشرة الباقية فهي (٢٤٢ / ١٠ و ٢٣) . وتعتبر كل القيم مجموعة متكاملة مساوية للواحد كما هو المفروض .

كذلك يمكن تفسير الحالة الثانية على أساس الضرب ، ففي مثالنا السابق لو كانت قيمة احتمال وجود (هـ) في (ن) هي (٣/٤)، ففي

ضربها في قيمة احتمال كونه هو المفقود على افتراض وجوده في
(ن) سيكون الناتج نفس القيمة، أي كالآتي :

$$3/4 = 1 \times 3/4$$

بهذا يثبت لنا أن الحكومة لا تعارض عملية الضرب ، ومن ثم لا
حاجة لافتراضها كمصادرة قبلية للاحتمال. وتأكيدا لهذا الأمر اعترف
المفكر الصدر بأن قضايا السببية التي تخضع إلى الحكومة يمكن
تفسيرها أيضا على أساس عملية الضرب، وإن لم يبين هذه الصورة •
ولإيضاحها يمكن المقارنة بين كلا العلميتين كالآتي :

فيما يخص خضوع السببية إلى الحكومة أوضح المفكر الصدر أنه
إذا كانت لدينا فئتان إحداها عبارة عن أطراف لعلم إجمالي خاص
بأسباب تستلزم أطراف فئة أخرى، فإن القيم الاحتمالية لفئة الأسباب
تعتبر حاکمة على القيم الاحتمالية لفئة المسببات.

فمثلا إذا كانت لدينا قطعتان من الزهر والنقد ، وفرضنا أن الآسات
الأربعة الأولى من الزهر لا يظهر أحدها إلا حين وقوع وجه الصورة
للنقد – عند رميها معا – كذلك لا يظهر أحد الآسين المتبقين للزهر
إلا مع ظهور وجه الكتابة. ففي هذه الحالة رغم أن ظهور وجه
الصورة يلزم عنه أربع حالات ممكنة لظهور الآسات الأربعة. فإن
قيمه الاحتمالية لا تتغير، بينما تتغير القيم الاحتمالية للآسات لكونها
محكومة بالنسبة إلى قيمتي وجهي النقد الحاكمين. وعليه إن القيم
الاحتمالية للآسات اللازمة لوجه الكتابة هي أكبر من قيم احتمالات
الآسات الأخرى التي تلزم عن وجه الصورة.

ولا شك أنه يمكن استخراج القيم الاحتمالية عن طريق عملية
الضرب، وذلك كالآتي :

لنفرض أننا نريد أن نعرف قيمة احتمال ظهور الأس (١) اللازم
عن وجه الصورة، ففي هذه الحالة نستخرج قيمة احتمال من بين

الأربعة آسات الممكنة والمتساوية الاحتمال على افتراض وقوع حادثة الصورة، أي كالاتي :

$$1/8 = 1/2 \times 1/4$$

وهذه القيمة تصدق على كل آس من الآسات الأربعة اللازمة عن وقوع حادثة الصورة.

كما أنه يمكن استخراج أي قيمة احتمالية للآسين (٥) و (٦)
اللازمين عن ظهور وجه الكتابة ، وذلك كما يلي : $1/2 \times 1/2 = 1/4$.

ولو جمعنا كافة الاحتمالات الممكنة للآسات لكانت تساوي واحدا
كما هو المفروض في مجموعة الاحتمالات المتنافية :

$$1 = 2 \times 1/4 + 4 \times 1/8$$

وبهذا فإن الحكومة في الأسباب والمسببات هي الأخرى لا تستغني
عن الضرب.

مهما يكن فإنه بخصوص هذه الحالة من الحكومة وضع المفكر
الصدر بديهة أخرى تتعلق بالتمييز بين التقييد المصطنع والتقييد
الحقيقي للعلم الإجمالي. فالعلم الإجمالي لفئة المسببات له معلوم كلي
مقيد تقييدا حقيقيا، وذلك لأن أطراف هذه الفئة متقيدة بأطراف فئة
الأسباب. فمثلا إن الآس (١) مقيد بظهور وجه الصورة حسب مثالنا
السابق، والآس رقم (٦) مقيد بظهور وجه الكتابة. أما العلم
الإجمالي لفئة الأسباب له معلوم كلي مقيد تقييدا مصطنعا، وذلك لأنه
وإن كان مقيدا بأحد الأطراف الممكنة، إلا أنه ليس بلازم عن أي
طرف منها على وجه التحديد.

وبهذا يصل المفكر الصدر إلى صياغة البديهة الرابعة كالاتي :
(إن التقييد المصطنع للكلي المعلوم بالعلم الإجمالي في قوة عدم التقييد
، والتقييد المصطنع يتمثل في كل قيد لا يحدد من انطباق الشيء المقيد

، لأن جميع احتمالات انطباق الشي تستلزم أو تستبطن توفر
القيد ((٧٠ (٧)

تعليقنا على مناقشة يحيى محمد لـ (بديهية الحكومة)

قبل أن نباشر بالتعليق على موقف يحيى محمد من بديهية الحكومة
عند الشهيد الصدر، أود أن أقول أن التمعن فيما تقدم يشير إلى أن
الموقف يبدو مربكا نوعا ما، ف :

أولا - أما بخصوص الشهيد الصدر : فعلى الرغم من كل
التبريرات التي قدمها من خلال مثاله - { المرضى العشرة الذين نعلم
بنزولهم في المستشفى (ج) ونعلم في نفس الوقت بموت أحد مرضى
المستشفى (ج) والمريض الآخر الذي نشك في أنه هل هو موجود
في المستشفى (ج) الذي مات فيه أحد المرضى، أو في المستشفى
(ب) الذي لم يمت فيه أحد } - لإثبات أن القيم الاحتمالية كلها - بما
فيها قيمة احتمال موت المريض الحادي عشر - تحدد بموجب أحد
العلمين دون الآخر، وبالتالي لا موجب لتحديد القيم الاحتمالية على
أساس قاعدة الضرب في العلوم الإجمالية، نجد أن الشهيد الصدر قد
لجأ في تحديد قيمة احتمال موت المريض الحادي عشر إلى قاعدة
الضرب في العلوم الإجمالية كما هو واضح من قوله - كما مر في ما
تقدم - :

((((وهذا يعني : أن القيمة الاحتمالية لموت هذا الشخص التي تستمد
من العلم الإجمالي الأول هي قيمة احتمال أن يكون المريض نزيلا في
المستشفى (ج) مضروبة في قيمة احتمال أن يكون هو الإنسان
الميت على افتراض أنه من نزلاء المستشفى (ج)))))؛ ف ضرب قيمة
احتمال أن يكون المريض نزيلا في المستشفى (ج) بقيمة احتمال أن
يكون هو الميت على افتراض كونه نزيلا في المستشفى (ج)،
لتحديد قيمة احتمال موت المريض الحادي عشر، لا يعني سوى أننا
ولأجل تحديد قيمة احتمال موت المريض الحادي عشر ضربنا

أطراف العلمين الإجماليين ببعضها على أساس قاعدة الضرب في العلوم الإجمالية لنحصل على علم إجمالي ثالث كبير نحدد في ضوءه تلك القيمة.

ثانيا - وأما بخصوص السيد عمار أبورغيف : فعلى الرغم من التبريرات التي قدمها - في سياق إيضاحه للمثال المتقدم - لإثبات أن قاعدة الضرب لا مجال لتطبيقها على هذا المثال، وبالتالي لا مجال لتحديد قيمة احتمال موت المريض الحادي عشر في ضوء قاعدة الضرب في العلوم الإجمالية، نجد أن السيد عمار أبو رغيف وبعد كل هذه التبريرات - شأنه في ذلك شأن الشهيد الصدر - لجأ إلى قاعدة الضرب في العلوم الإجمالية حينما أراد تحديد قيمة احتمال موت المريض الحادي عشر، فبعد أن سأل السيد عمار أبو رغيف السؤال التالي - كما مر بنا في ما تقدم - :

ولكن كيف نحدد قيمة احتمال موت المريض الحادي عشر ؟

أجاب بما يلي : ((إن قيمة هذا الاحتمال تتحدد أساسا تبعا لقيمة احتمال إثبات كونه عضوا من أعضاء العلم الإجمالي، فالقيمة الإحتمالية التي تحدد لنا درجة توفر الصفة (أنه راقد في المستشفى : (س) في المريض الحادي عشر، ومن ثم تحدد لنا قيمة احتمال كونه عضوا من أعضاء العلم الإجمالي بموت أحد الراقدين في المشفى (س)، هي التي يتم على أساسها تحديد قيمة احتمال موت المريض الحادي عشر.

وبعبارة أخرى : إننا ما دمنا نشك باتصاف المريض الحادي عشر بكونه راقدا في المشفى (س)، فهذا يعني أننا نملك علما إجماليا يمنح اتصاف المريض بتلك الصفة قيمة محددة، ونفس هذه القيمة تثبت لنا كونه طرفا من أطراف العلم الإجمالي الأول [العلم بموت أحد مرضى المشفى (س)]، وحينئذ ستكون قيمة احتمال موته تساوي قيمة احتمال دخوله (س) مضروبا في قيمة احتمال موته على تقدير دخوله المشفى (س) ((.

ثالثاً - أما بخصوص (يحيى محمد) : فعلى الرغم من أنه تجاوز كل التبريرات التي قدمها الشهيد الصدر في ضرورة عدم تقييم الاحتمالات - في المثال السابق - في ضوء قاعدة الضرب في العلوم الإجمالية، نجد أنه في مثاله - المشابه جدا لمثال الشهيد الصدر - حاول أن يحدد قيمة احتمال موت المريض الحادي عشر - استنادا إلى التشابه في المثالين - في ضوء قاعدة الضرب في العلوم الإجمالية. فقيمة احتمال موت المريض الحادي عشر في ضوء يحيى محمد تساوي قيمة احتمال كونه نزيلا في المستشفى (ج) مضروبة بقيمة احتمال موته على افتراض كون نزيلا في المستشفى (ج) ، فإذا كانت قيمة احتمال كونه نزيلا في المستشفى (س) تساوي (١/٢) فإن قيمة احتمال موته تساوي :

$$١/٢ \times ١/١١ = ١/٢٢ = ١/٢٤٢$$

هكذا وبالإضافة إلى تجاوز يحيى محمد التبريرات التي تؤكد على ضرورة عدم تقييم الاحتمالات - في المثال موضوع البحث - في ضوء قاعدة الضرب في العلوم الإجمالية، تجاوز يحيى محمد التعارض الموجود بين بعض أطراف العلمين، فالتأكيد على أن قيمة احتمال موت المريض الحادي عشر تساوي ١/٢٢ يعني أن هناك تجاوزا للتعارض بين موت المريض الحادي عشر - الطرف الحادي من العلم الإجمالي الأول - وبين كون المريض نزيلا في المستشفى (ب) - الطرف الثاني من العلم الإجمالي الثاني -.

والحق : ان تحديد قيمة احتمال موت المريض الحادي عشر في ضوء قاعدة الضرب في العلوم الإجمالية عند من يؤمن بذلك ينبغي أن يكون وفق الصورة التي أوضحها - مع ملاحظة رفضه لها - السيد عمار أبو رغيف في ما تقدم ، حيث أوضح السيد عمار أبو رغيف أننا إذا ضربنا أطراف العلم الإجمالي الأول بأطراف العلم الإجمالي الثاني - على أساس ما نلاحظه من تنافي بين الطرف الحادي عشر من العلم الأول والطرف الثاني من العلم الثاني - تطبيقا لقاعدة الضرب في العلوم الإجمالية سوف نحصل على علم إجمالي ثالث يشتمل (٢١)

طرفا بعد فرز الطرف الثاني والعشرين - { أن يموت المريض (١١) والمريض (١١) في المشفى (ب) } - غير المحتمل، وهكذا تكون قيمة احتمال موت المريض الحادي عشر تساوي ١/٢١ ، وليس ١/٢٢ كما ذهب إلى ذلك يحيى محمد.

وفي ضوء ما تقدم كله يلوح في خاطري نظرا :

أولا - لوجود مبررات - تستحق بالفعل الوقوف عندها - في ضرورة عدم الاستناد إلى قاعدة الضرب في العلوم الإجمالية في بعض المجالات كالتى أشرنا إليها فيما تقدم.

ثانيا - لأن تحديد القيم الاحتمالية لا يمكن أن يتم في ضوء أحد العلمين دون الآخر تطبيقا لبديهية الحكومة.

ضرورة وجود مقارنة يمكن من خلالها تجاوز الإشكالات السابقة. ولكن هذا مجرد خاطر، ولا أظنني - بالفعل - قادر في هذه المرحلة من البحث على بلورة هكذا مقارنة، ولعلنا نوفق إلى ذلك في وقت لاحق.

ولكن ، وعلى أية حال : نحن لا نتفق مع يحيى محمد في أن الحكومة لا تعارض الضرب، ومن ثم فلا حاجة لافتراضها كمصادرة قبلية للاحتمال؛ وذلك لأن هناك الكثير من الحالات التي تكون فيها القيمة الاحتمالية - الحاكمة - النافية أو المثبتة لمصادقية الكلي المعلوم بالعلم الإجمالي لطرف من أطراف ذلك العلم تستمد قيمتها بالكامل من العلم الإجمالي الحاكم، أي أن تحديد قيمتها الاحتمالية لا يتوقف إلا على ذلك العلم، ومن أمثلة تلك الحالات المثال الأول الذي سوف نستعرضه بالتفصيل - فيما سيأتي - تحت عنوان (أمثلة تطبيقية لبديهية الحكومة)، فالمحدد الوحيد للقيمة الاحتمالية في حالة المثال الأول هو العلم الإجمالي البعدي وحده.

ولتوضيح كيف أن القيمة الاحتمالية - الحاكمة - النافية أو المثبتة لمصادقية الكلي المعلوم بالعلم الإجمالي لطرف من أطراف ذلك العلم

تستمد - في بعض الحالات - قيمتها بالكامل من العلم الإجمالي الحاكم، نقول ما يلي :

أولا - هناك بعض الحالات التي يتوفر فيها لدينا علمان إجماليان، كتلك الحالات التي نتحدث فيها عن قضيتين مشكوكتين منفصلتين، كما إذا هممنا برمي قطعتين : إحداهما قطعة نقود والأخرى حجر نرد، وحاولنا أن نتوقع على أي وجه سوف تقع أي واحدة منهما، ففي هذه الحالة سوف نحصل على علمين إجماليين : أحدهما : العلم الإجمالي الذي يشتمل على الحالتين المحتملتين لوقوع قطعة النقد، والآخر : الذي يشتمل على الحالات الست المحتملة لوقوع حجر النرد.

ومن الواضح أننا في هذه الحالة سوف لن نحصل على علم إجمالي ثالث إلا إذا تحدثنا عن قضية مشكوكة تربط بعض أطراف العلم الأول ببعض أطراف العلم الثاني، كأن نتحدث عن احتمال ظهور وجه الصورة مع الرقم (٦) عند رمي القطعتين.

في هذه الحالة سوف لن يختلف أحد في أننا سوف نضرب أطراف العلم الأول بأطراف العلم الثاني لنحصل على علم ثالث كبير نقيم في ضوءه الاحتمال المطلوب. وبما أن أطراف كلا العلمين لا تأبى التعايش فيما بينها فإننا سوف نحصل على علم إجمالي يشتمل على (١٢) طرفا، وبما أن احتمال ظهور وجه الصورة مع الرقم (٦) يؤيده طرف واحد من الأطراف الإثنا عشر، فإن قيمة احتماله تساوي (١/١٢).

ثانيا - هناك بعض الحالات التي يتوفر فيها لدينا علمان إجماليان - أيضا - كتلك الحالات التي نتحدث فيها عن قضيتين مشكوكتين بينهما نوع من الربط، **الأولى :** نتحدث عن قضية معينة، ومثالها القضية التي نتحدث عن موت أحد نزلاء المستشفى (ج) البالغ عددهم عشرة مرضى، بحيث يكون احتمال موت أي واحد من هؤلاء المرضى ١/١٠، والقضية الثانية نتحدث عن قضية ذات صلة بالقضية

الأولى، بحيث أن الصلة التي تربط ما بين هاتين القضيتين تؤثر في جوهر ما كانت تتحدث عنه القضية الأولى، ومثالها القضية التي تتحدث - على أساس علم أو افتراض - عن أن هناك مريضاً عدا العشرة نشك في أنه هل هو موجود في المستشفى (ج)، أو في المستشفى (ب). ومن الواضح أن أحد أطراف هذه القضية الذي يتحدث عن احتمال أن يكون المريض الحادي عشر نزيراً في المستشفى (ج) يرتبط بصلة وثيقة بأطراف القضية الأولى، بحيث أن من شأن هذا الارتباط أن يحدث تغييراً في جوهر القضية الأولى بشكل يصبح فيه المريض الحادي عشر داخلياً بشكل ما في نطاق ما تتحدث عنه القضية الأولى، وبعبارة أخرى أن القضية الأولى وعلى أساس هذا الارتباط تحولت من الحديث عن موت أحد نزلاء المستشفى (ج) العشرة إلى الحديث عن موت أحد نزلاء المستشفى (ج) البالغ عددهم أحد عشر نزيراً، بحيث يكون احتمال موت أي واحد من نزلاء المستشفى (ج) يساوي ١/١١ بدلاً من ١/١٠ .

هذه الحالة كانت سبباً للاختلاف بين المفكرين في كيفية تحديد القيم الاحتمالية ، فمنهم من رأى أن هذا التحديد يتم في ضوء علم واحد هو العلم الحاكم على أساس بديهية الحكومة، ومنهم من رأى أن هذا التحديد يتم في ضوء قاعدة الضرب في العلوم الإجمالية، فاحتمال - مثلاً - موت المريض الحادي عشر يعني احتمال حادثتين معا - { حادثة كونه نزيراً في المستشفى (ج) وحادثة كونه هو الميت على افتراض كون نزيراً في المستشفى (ج) } - وهذا بدوره يعني تطبيق بديهية الاتصال والضرب ، وتكوين علم إجمالي ثالث، على أن لا يهمل - بعد الضرب - فرز الصور غير المحتملة الناتجة من التنافي بين بعض أطراف العلم الأول وأطراف العلم الثاني .

ثالثاً - في هذه النقطة سوف نتحدث عن حالات يتوفر لدينا فيها علمان إجماليان، ولكن لا على أساس الحديث عن قضيتين منفصلتين، ولا على أساس الحديث عن قضيتين بينهما نوع من الربط، بل على أساس الحديث عن قضية واحدة في مستويين مختلفين .

ففي ضوء المثال التطبيقي الأول لبدئية الحكومة الذي سنتحدث عنه بالتفصيل يوجد لدينا علمين إجمالين لقضية واحدة بمستويين مختلفين :

الأول – العلم الإجمالي القبلي الثابت قبل الاستقراء، أي العلم بأن لـ
(ب) سببا هو إما (أ) وإما (ت) . وتكون فيه قيمة احتمال سببية (أ) لـ (ب) تساوي $1/2$.

الثاني – العلم الإجمالي البعدي الناشئ على أساس الاستقراء، أي العلم بأن لـ (ب) سببا هو إما (أ) أو (ت) . وتكون فيه قيمة احتمال سببية (أ) لـ (ب) بعد تجربتين ناجحتين تساوي $7/8$.

أي أننا بعد تجربتين ناجحتين سوف نواجه علمين إجمالين : علم قبلي يحدد قيمة احتمال سببية (أ) لـ (ب) بـ $1/2$ ، وبعدي يحدد قيمة احتمال سببية (أ) لـ (ب) بـ $7/8$.

وفي هذه الحالة قد يتصور بعض الباحثين أن هناك تعارضا وتنافيا بين تقييم سببية (أ) لـ (ب) بين العلمين الإجمالين : القبلي والبعدي، وبالتالي لا بد من تطبيق قاعدة الضرب وتحديد قيمة احتمال سببية (أ) لـ (ب) في ضوء العلم الإجمالي الثالث.

ولكن هذا التصور خاطيء، فالعلمان الإجماليان لا يتحدثان عن قضيتين – سواء كانتا منفصلتين أو بينهما نوع من الربط – وإنما عن قضية واحدة في مستويين مختلفين، فلا منافاة، وما يبدو من منافاة فهو شكلي، بل لا وجود لعلمين أصلا حتى نقول أن هناك منافاة، إنما هو تطور علم إجمالي من مستوى معين إلى مستوى آخر.

بمعنى : أن هذه الثنائية بين العلمين الإجمالين شكلية وليست حقيقية، لأن الحقيقة أن العلم الإجمالي الأول هو الذي يتطور إلى العلم الإجمالي الثاني، ففي المثال المفترض كان لدينا علم إجمالي ذو طرفين : طرف واحد لصالح سببية (أ) لـ (ب) وطرف آخر

لصالح سببية (ت) لـ (ب)، وأصبح لدينا بفضل الاستقراء بعد تجربتين ناجحتين علم إجمالي بثمانية أطراف : سبعة أطراف منها لصالح سببية (أ) لـ (ب) وطرف واحد لصالح سببية (ت) لـ (ب)، وهذا يعني أن القيمة الاحتمالية التي كنا نمنحها لاحتمال سببية (ت) لـ (ب) أصبح بالإمكان تضعيفها على أساس الاستقراء.

وهكذا نستخلص أن الاستقراء يؤدي إلى الاقتراب باحتمالاتنا إلى الحقيقة، ولكن هذا لا يعني ربط الاحتمال بالتكرار مباشرة، بل إن الاحتمال دائما يقوم على أساس العلم الإجمالي والاستقراء يقرب الاحتمال من الحقيقة عن طريق تعميق العلم الإجمالي وإثرائه.

إذن، لامنافاة مطلقا بين العلمين الإجماليين إذ لا ثنائية حقيقة بينهما، فلا موضع للضرب، بل هي حكومة مطلقة للعلم الإجمالي الثاني على الأول.

وهكذا يتبين لنا أن هناك الكثير من الحالات التي تتعارض الحكومة فيها مع الضرب، الأمر الذي يجعل افتراضنا لبديهية الحكومة بشكل مسبق افتراض ضروري لا يمكن الاستغناء عنه.

نعم قد تكون – بحسب البعض – هناك حالات لا يمكن من خلالها تحديد القيمة الاحتمالية النافية أو المثبتة لمصادقية الكلي المعلوم لطرف من أطرافه ما لم يتم بشكل مسبق تحديد أطراف ذلك العلم، فكون طرف ما مصداق للكلي المعلوم يتوقف على تحديد كونه طرفا أولا، أي أن القيمة الاحتمالية لمصادقية الكلي المعلوم بالعلم الإجمالي لطرف – من أطراف ذلك العلم – مشكوك في طرفيته تساوي قيمة احتمال كونه طرفا مضروبا في قيمة احتمال مصادقيته للكلي المعلوم على افتراض طرفيته، ومن أمثلة هذه الحالات مثال المريض الحادي عشر الذي نشك في أنه هل هو نزيل في المشفى (ب) ولا يحتمل موته أم أنه نزيل في المشفى (ج) وموته – في هذه الحالة – أمر محتمل؛ باعتبار أننا نعلم بأن أحد النزلاء المرضى في المشفى (ج) قد مات، ففي هذه الحالة تكون قيمة احتمال موت المريض الحادي

عشر تساوي قيمة احتمال كونه نزيلا في المشفى (ج) مضروبة في قيمة احتمال موته على افتراض كونه نزيلا في المشفى (ج) .

وهكذا يتبين لنا أن هناك بالفعل حالات لا يمكن – بحسب البعض – للحكومة فيها أن تعارض الضرب، ولعل هذا الأمر هو الذي دعا الشهيد الصدر أن يكتب في أحد هوامشه على ما كتبه تحت عنوان (الحكومة في الأسباب والمسببات) ما يلي :

((هنالك اتجاه آخر لنا في تفسير الموقف في هذه الحالة ، لا يقوم على أساس بديهية الحومة، بل على أساس قاعدة الضرب))

ويبدو أن هذا الموقف من الشهيد الصدر قد تنبه له يحيى محمد، فكتب معلقا على ذلك – كما في ما كتبه حول بديهية الحكومة ونقلناه فيما تقدم – :

((وتأكيدا لهذا الأمر اعترف المفكر الصدر بأن قضايا السببية التي تخضع إلى الحكومة يمكن تفسيرها أيضا على أساس عملية الضرب، وإن لم يبين هذه الصورة. ولإيضاحها يمكن المقارنة بين كلا العمليتين كالآتي :

فيما يخص خضوع السببية إلى الحكومة أوضح المفكر الصدر : -
((--

وخلاصة ما تقدم : على الرغم من وجود حالات لا تعارض فيها بين الحكومة وعملية الضرب، إلا أن هذا لا يعني عدم الحاجة لافتراض الحكومة كمصادرة قبلية للاحتمال ما دامت هناك حالات لا يصح تفسيرها إلا على أساس الحكومة ومن الخطأ تفسيرها على أساس عملية الضرب – كما تقدم –، وهذا ما لاحظناه فعلا في العلم الإجمالي القبلي والعلم الإجمالي البعدي – كما في المثال الأول في ما سيأتي تحت عنوان أمثلة تطبيقية لبديهية الحكومة –، فإن القيمة الاحتمالية التي يحددها العلم الإجمالي البعدي لسببية (أ) – (ب)

حاکمة على القيمة الاحتمالية التي يحددها العلم الإجمالي القبلي لنفي سببية (أ) لـ (ب)، فلا موضع للضرب.

تطبيقات لبديهية الحكومة

التطبيق الأول : في الفصل الأول : (الدليل الاستقرائي في مرحلة التوالد الموضوعي) من باب : (تفسير الدليل الاستقرائي على ضوء نظرية الاحتمال) من القسم الثالث : (الاستقراء والمذهب الذاتي للمعرفة) من كتابه : (الأسس المنطقية للاستقراء) ، كتب الشهيد الصدر في التطبيق الأول من التطبيقات الأربع التي تمثلت بها طريقته في تفسير الدليل الاستقرائي ما نصه :

(((قاعدة الضرب أو الحكومة :

كما يوجد العلم الإجمالي البعدي كذلك يوجد علم إجمالي آخر، وهو العلم الإجمالي بأن شيئاً ما سبب لـ (ب)، وهذا العلم ثابت قبل الاستقراء . فإذا افترضنا أن (ب) له سبب واحد وهو إما (أ) وإما (ت) كان معنى ذلك : أن هذا العلم يضم في مجموعته عضوين فقط هما : (أ) و (ت)، ولنرمز إلى هذا العلم بـ (العلم ١)، وقد نعبر عنه بـ (العلم الإجمالي القبلي)؛ لأنه هو الذي يحدد قيمة احتمال سببية (أ) لـ (ب) قبل الاستقراء، إذ تكون قيمته بموجب هذا الافتراض $1/2$ ، كما أن قيمة نفي هذه السببية هو : $1/2$ أيضاً. ولنرمز إلى كل عضو من أعضائه بـ (ع ١)، وإلى مجموعة أعضائه بـ (ع ١٦)، وإلى مجموعة أعضائه باستثناء (أ) بـ (ع ١٦ - أ) . وهذا يعني : أنا سوف نواجه ، بعد تجربتين ناجحتين مثلاً، علمين إجماليين : (البعدي والقبلي) ولكل منهما تقييم لاحتمال سببية (أ) لـ (ب) يختلف عن تقييم الآخر. فالعلم الإجمالي البعدي - العلم ٢ - يقيمه - كما عرفنا - بـ $7/8$ ، والعلم الإجمالي القبلي - العلم ١ - يقيمه بـ $1/2$ ، ويقيم نفيه بـ $1/2$ أيضاً.

فإذا أردنا أن نطبق قاعدة الضرب بين العلمين الإجماليين، لتكوين علم إجمالي ثالث يحدد القيم الاحتمالية الحقيقية، فسوف نحصل بعد تجربتين على ثمان حالات، وهي ناتج ضرب عدد أعضاء العلم الإجمالي البعدي - وهو أربعة - بعدد أعضاء العلم الإجمالي القبلي - وهو ٢ -، أي أن كلا من الحالات الأربع المحتملة لـ (ت) خلال تجربتين، تنقسم إلى افتراض اقتران تلك الحالة لـ (ت) بسببية (أ) لـ (ب)، وافترض اقترانها بسببية (ت) لـ (ب)، فتنشأ ثمان احتمالات، وهي كما يلي :

١ - افتراض سببية (أ) لـ (ب) ، و (ت) موجودة مع كلا التجربتين.

٢ - افتراض سببية (أ) لـ (ب) ، و (ت) موجودة مع الأولى فقط.

٣ - افتراض سببية (أ) لـ (ب) ، و (ت) موجودة مع الثانية فقط.

٤ - افتراض سببية (أ) لـ (ب) ، و (ت) غير موجودة مع كل منهما.

٥ - افتراض سببية (ت) لـ (ب) ، و (ت) موجودة مع كلا التجربتين.

٦ - افتراض سببية (ت) لـ (ب) ، و (ت) موجودة مع الأولى فقط.

٧ - افتراض سببية (ت) لـ (ب) ، و (ت) موجودة مع الثانية فقط.

٨ - افتراض سببية (ت) لـ (ب) ، و (ت) غير موجودة إطلاقاً.

والحالات الثلاث الأخيرة غير ممكنة؛ لأنها تعني أن (ب) قد وجد بدون سبب ولو مرة واحدة على الأقل، فيكون أماننا خمس حالات فقط، فيتشكل علم إجمالي نعبر عنه بـ (العلم الإجمالي ٣) تضم مجموعته هذه الحالات الخمس. ولما كانت أربع منها تستبطن سببية (أ) لـ (ب)، فسوف تكون قيمة احتمال سببية (أ) لـ (ب) بعد تجربتين ناجحتين $\frac{4}{5}$ بدلا عن $\frac{7}{8}$ ، ونرمز إلى كل عضو في العلم الإجمالي ٣ بـ (٣٤) وإلى مجموعة أعضائه بـ (٣٤٣) .

وإذا كانت التجارب الناجحة ثلاثا، وكان العلم الإجمالي القبلي (العلم ١) ذا عضوين فقط ، فسوف تصبح قيمة احتمال سببية (أ) لـ (ب) على أساس العلم الإجمالي البعدي خاصة - العلم ٢ - $\frac{15}{16}$ ، وعلى أساس (العلم الإجمالي ٣) الحاصل من ضرب أحد العلمين بالآخر $\frac{8}{9}$ ؛ لأن أعضاء (العلم ٢) بعد ثلاث تجارب ثمانية، وإذا ضرب هذا العدد في عدد أعضاء (العلم ١) حصلنا على ستة عشرة حالة، وسبع من هذه الحالات غير ممكنة وهي : الحالات التي لا تفترض وجود (ت) في جميع التجارب الثلاث، ولا تفترض في نفس الوقت سببية (أ) لـ (ب) ، فتتكون مجموعة (العلم ٣) من تسع حالات، ثمان منها في صالح سببية (أ) لـ (ب) .

وإذا افترضنا عضوا ثالثا في مجموعة (العلم الإجمالي ١)، بأن كان سبب (ب) إما (أ) وإما (ت) وإما (ج)، فسوف تكون قيمة احتمال سببية (أ) لـ (ب) التي تحدد على أساس (العلم الإجمالي ٣) بعد تجربتين $\frac{16}{24}$ بدلا عن $\frac{4}{5}$ ، وذلك لأن عدد أعضاء (العلم ١) في هذا الافتراض ٣ ، وعدد أعضاء (العلم ٢) ١٦ ؛ لأن محتملات (ت) في تجربتين ٤ ، ومحتملات (ج) ٤ ، و $4 \times 4 = 16$ ، و $3 \times 16 = 48$. ويسقط من هذا العدد كل الحالات التي تفترض عدم تكرار (ت) في كلتا التجربتين، وتفترض في نفس الوقت سببيته، وكل الحالات التي تفترض عدم تكرار (ج) و تفترض

في نفس الوقت سببته، وكل الحالات التي تفترض عدم تكرر (ج) و(ت) في كلتا التجربتين، وتفترض في نفس الوقت سببية أحدهما؛ لأن هذه الحالات جميعا غير محتملة ٠ وبعد إسقاطها تبقى ٢٤ حالة محتملة تكون مجموعة أطراف (العلم ٣)، و ١٦ حالة منها في صالح سببية (أ) لـ (ب)، ولهذا يكون احتمال هذه السببية في الافتراض المذكور ١٦/٢٤ .

وهكذا نجد على أساس الضرب أن ازدياد عدد التجارب يؤدي إلى تنمية احتمال سببية (أ) لـ (ب)، وأن ازدياد عدد أعضاء العلم الإجمالي القبلي (العلم ١) يؤدي إلى إعاقه التنمية نسبيا.

ونحن إذا لاحظنا الكسر ١٦/٢٤ الذي كان يعبر عن قيمة احتمال السببية بعد تجربتين ووجود ثلاث احتمالات في (العلم ١) نجد أن البسط في هذا الكسر يعبر عن عدد أعضاء (العلم ٢) الذي يستوعب محتملات (ت) و (ج) في تجربتين، وأن المقام يعبر عن عدد أعضاء العلم الثالث.

وهكذا يمكن دائما أن نعبر عن قيمة احتمال السببية بعد أي عدد من التجارب، ومع افتراض أي عدد من الأعضاء لـ (العلم ١) بكسر محدد بسطه : عدد أعضاء (العلم ٢)، ومقامه عدد أعضاء (العلم ٣)، أي أن قيمة احتمال سببية (أ) لـ (ب) = $\frac{٢٤}{٣٤}$ ، وذلك لأن (٢٤) التي تعبر عن الحالات التي يضمها (العلم ٢) إما تتضمن سببية (أ) لـ (ب)، وإما حيادية ، فتشتق منها صورتان أو عدة صور تكون واحدة منها حتما لصالح سببية (أ) لـ (ب)، وبهذا يكون عدد الصور التي تعتبر في صالح سببية (أ) لـ (ب) مساويا دائما لـ (٢٤)، وأما (٣٤) فهي عبارة عن الحالات التي تتمثل في (العلم ٣)، وهي بمجموعها تعبر عن رقم اليقين ، وبذلك تجعل مقاما في ذلك الكسر الذي يحدد قيمة احتمال سببية (أ) لـ (ب) .

وبإمكاننا إذا رمزنا إلى عدد التجارب بـ (ن)، أن نستبدل المعادلة المتقدمة بما يلي :

قيمة احتمال سببية (أ) لـ (ب) بعد أي عدد من التجارب ومع أي عدد من (١٤ ن) =

$$\frac{2}{n}$$

$$\frac{2}{n} + (1 - \frac{2}{n})$$

٢ مضروباً في نفسه بعدد التجارب

أي $\frac{2}{n} + (1 - \frac{2}{n})$ مضروباً في نفسه بعدد التجارب + عدد الأعضاء المعاصرة لـ (أ) في العلم ١

والبرهان على التطابق بين المعادلتين يتضح من النقاط التالية : ---

وإذا قارنا النتائج التي انتهينا إليها في تحديد قيمة سببية (أ) لـ (ب)، على أساس ضرب أحد العلمين بالآخر، بمبدأ الاحتمال العكسي، نجد أنها متفقة تماماً مع المعادلة التي يمكن أن نحدد بموجبها قيمة احتمال السببية على أساس مبدأ الاحتمال العكسي؛ لأن مبدأ الاحتمال العكسي يقرر : إن قيمة احتمال حادثة على أساس تكشف حقيقة ذات صلة بها هي : قيمة الاحتمال القبلي للحادثة، مضروبة في قيمة احتمال تلك الحقيقة على افتراض وقوع الحادثة، مقسوماً على قيمة الاحتمال القبلي للحقيقة التي تكشف.

والحادثة هنا هي : سببية (أ) لـ (ب)، والحقيقة التي تكشفت هي اقتران (ب) بـ (أ) في التجربة. فإذا افترضنا القيام بتجربتين ناجحتين ، وتكون مجموعة العلم الإجمالي القبلي من عضوين فقط ، فسوف تكون معادلة الاحتمال العكسي كما يلي :

$$\frac{1}{4} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4} \times \frac{1}{2} + 1 \times \frac{1}{2}$$

لأن قيمة الاحتمال القبلي لسببية (أ) لـ (ب) $1/2$ ، وقيمة احتمال وجود (ب) في كلتا التجربتين على افتراض سببية (أ) لـ (ب) هي واحد صحيح. وقيمة الاحتمال المسبق لتكرر (ب) في كلتا التجربتين هو : ناتج الجمع بين احتمال سببية (أ) لـ (ب) ، واحتمال التكرر على افتراض سببية (ت) لـ (ب) .

وهكذا نعرف : أن مبدأ الاحتمال العكسي يقوم على أساس الضرب، وتحديد قيمة احتمال سببية (أ) لـ (ب) وفقا للعلم الإجمالي الثالث.

تطبيق البديهية الإضافية الثالثة :

ولكن مبدأ الاحتمال العكسي على خطأ في ذلك؛ لأن قاعدة الضرب إنما تنطبق في حالة التنافي بين تقيمين لعلمين إجملين إذا كانا متكافئين، ولا تنطبق إذا كانت القيمة التي يحددها أحد العلمين حاکمة على القيمة التي يحددها العلم الآخر ، وفقا للبديهية الإضافية الثالثة في نظرية الاحتمال.

وهذا ما نلاحظه فعلا في العلم الإجمالي القبلي والعلم الإجمالي البعدي، فإن القيمة الاحتمالية التي يحددها العلم الإجمالي البعدي لسببية (أ) لـ (ب) حاکمة على القيمة الاحتمالية التي يحددها العلم الإجمالي القبلي لنفي سببية (أ) لـ (ب) ، فلا موضع للضرب.

ويتضح تطبيق البديهية الإضافية الثالثة من البيان التالي :

إن المعلوم بالعلم الإجمالي القبلي كلي وهو سببية شيء غير محدد يحتمل أن يكون (أ) ، ويحتمل أن يكون (ت) . ولكن هذا الشيء الكلي يصبح – بعد القيام بتجربتين ناجحتين – مقيدا بقيد، وهو كونه موجودا في كلتا التجربتين، فسبب (ب) رغم أنه غير محدد شخصيا، ولكنه محدد وصفا بأنه موجود في كلتا التجربتين. فالعلم الإجمالي الأول – إذن – هو : علم بأن سبب (ب) شيء موجود في كلتا

التجربتين، والعلم الإجمالي الثاني ينفي - بقيمة احتمالية كبيرة - أن (ت) موجود في كلتا التجربتين، وهذه القيمة النافية لتكرر (ت) في كلتا المرتين، والمستمدة من العلم البعدي تنفي مصداقية (ت) للكلية المقيد المعلوم كونه سببا في العلم الإجمالي القبلي، وبالتالي طرفيته لذلك العلم؛ لأن ما يعلم أنه سبب في العلم القبلي شيء موجود في كلتا التجربتين، فإي قيمة احتمالية تنفي وجود (ت) في كلتا التجربتين، تنفي بنفس الدرجة مصداقيته للمعلوم بالعلم القبلي، وبذلك تكون حاکمة على القيمة الاحتمالية لسببية (ت) المستمدة من العلم القبلي تطبيقا للبديهية الإضافية الثالثة التي تقدم توضيحها وإثباتها في نظرية الاحتمال؛ لأننا نواجه في موقفنا هذا حالة من حالات الفرضية الأولى من الفرضيتين اللتين تفيان بالحكومة، وهي : أن يكون المعلوم في العلم الإجمالي مقيدا مقيدا بصفة هي لازم أعم لأحد طرفيه ، وليست كذلك للطرف الآخر، والصفة هنا هي : وجود الشيء في التجارب الناجحة، فإن هذه الصفة قيد في سبب (ب) ، وهي لازم أعم لـ (أ) ، وليست كذلك بالنسبة إلى (ت) .

وما ذكرناه يبرهن على أن قيمة احتمال سببية (أ) لـ (ب) بعد أي عدد من التجارب الناجحة تحدد على أساس العلم الإجمالي البعدي فقط، لا على أساس العلم الإجمالي الثالث الحاصل بالضرب، وسوف تكون قيمة احتمال سببية (أ) لـ (ب) على أساس الحكومة أكبر من قيمته على أساس الضرب الذي يفترضه مبدأ الاحتمال العكسي.

وللمقارنة بين القيمتين نفترض : أن (ع ١ ن) (أعضاء العلم الإجمالي القبلي) ثلاثة، وهي : (أ) و (ب) و (ج) ، ومعناه أن الاحتمال القبلي لسببية (أ) لـ (ب) هو : $1/2$. فإذا طبقنا معادلة مبدأ الاحتمال العكسي بعد تجربتين ناجحتين ، حصلنا على ما يلي :

$$\frac{2}{3} = \frac{1/3}{1/2} = \frac{1/3}{6/12} = \frac{1 \times 1/3}{(1/4 \times 1/3) + (1/4 \times 1/3) + (1 \times 1/3)}$$

وإذا طبقنا الكسر الذي وضعناه لتحديد قيمة احتمال سببية (أ) لـ (ب) على أساس الضرب حصلنا على ما يلي :

$$. \frac{2}{3} = \frac{4}{6} = \frac{2}{2+2}$$

وأما إذا حددنا قيمة احتمال سببية (أ) لـ (ب) على أساس الحكومة بدلا عن

$$12 \frac{1}{3}$$

الضرب، فسوف تكون $\frac{12}{16}$ ؛ لأن المحدد على هذا الأساس هو

العلم الإجمالي البعدي وحده، وهذا العلم تشتمل مجموعته على ست عشرة حالة هي ناتج ضرب محتملات (ت) في تجربتين بمحتملات (ج) فيهما، وتسع من هذه الحالات تفترض عدم التكرار لا في (ج) ولا في (ت)، وست تفترض التكرار في أحدهما ، وصورة واحدة تفترض تكررها معا، والتسع كلها في صالح سببية (أ) لـ (ب)، والست نصفها في صالح ذلك ، ونصفها الآخر في صالح سببية أحد الأمرين الآخرين، وأما الصورة التي تفترض تكرار (ت) و (ج) معا، فهي حيادية تجاه الثلاث ، وبذلك يكون ثلث قيمتها في صالح سببية (أ) لـ (ب) ، فتكون قيمة احتمال سببية

$$12, \frac{1}{3}$$

$$\frac{12}{16} = \frac{1}{3} \times \frac{1}{16} + \frac{1}{2} \times \frac{6}{16} + \frac{9}{16} \text{ (ب) لـ (أ)}$$

وهذه القيمة أكبر من القيمة التي تحدد على أساس الضرب.

والفارق بين القيمتين يعبر عن ذلك الجزء الذي يفنى بالضرب من القيمة الاحتمالية التي يحددها العلم الإجمالي البعدي لسببية (أ) لـ (ب) ؛ لأن الضرب يفرض تعارضا بين قيم العلمين، فتسبب قيم العلم الإجمالي القبلي من خلال الضرب تخفيضا في القيمة التي يفرضها

العلم الإجمالي البعدي لاحتمال سببية (أ) لـ (ب)، بينما لا يوجد تعارض على أساس الحكومة، ولا يمكن لقيم العلم القبلي أن تؤثر على القيمة الاحتمالية لسببية (أ) لـ (ب) المحددة بموجب العلم الإجمالي البعدي))) ٠ (٨)

التطبيق الثاني : وفي الفصل الأول – أيضا – : (الدليل الاستقرائي في مرحلة التوالد الموضوعي) من باب : (تفسير الدليل الاستقرائي على ضوء نظرية الاحتمال) من القسم الثالث : (الاستقراء والمذهب الذاتي للمعرفة) من كتابه : (الأسس المنطقية للاستقراء)، كتب الشهيد الصدر – أيضا – في التطبيق الأول من التطبيقات الأربع التي تمثلت بها طريقته في تفسير الدليل الاستقرائي ما نصه :

))) الحكومة تدفع مشكلة الاحتمال القبلي :

وبالحكومة – التي برهنا عليها يمكن التخلص من إحدى المشاكل المهمة التي تواجه تطبيق نظرية الاحتمال على الدليل الاستقرائي.

وهذه المشكلة تقوم على أساس تطبيق قاعدة الضرب ومبدأ الاحتمال العكسي؛ لأن هذا الأساس يفرض التعارض بين قيمة احتمال سببية (أ) لـ (ب) التي يحددها العلم الإجمالي البعدي، وقيمة احتمال نفي السببية التي يحددها العلم الإجمالي القبلي. وهذا التعارض يفرض على قيمة احتمال سببية (أ) لـ (ب) أن تنخفض نتيجة للضرب كما لاحظنا في مثال تجربتين ناجحتين مع وجود ثلاثة أعضاء في العلم القبلي، وكلما ازداد عدد الأعضاء في هذا العلم كلما ازدادت قيمة احتمال نفي سببية (أ) لـ (ب) المستمدة من هذا العلم، وبالتالي تزداد درجة انخفاض القيمة الاحتمالية للسببية التي يحددها العلم الإجمالي البعدي.

ومن الواضح أن العلم الإجمالي القبلي إذا لوحظ بصورة سابقة على أي استقراء، فلا مبرر لحصر أعضائه في (أ) و (ت)، أو في

(أ) و (ت) و (ج) ، بل لا بد من افتراض كمية كبيرة جدا من الأعضاء فيه؛ لأن سببية شيء لـ (ب) تكون محتملة إذا افترضنا مرحلة سابقة على أي استقراء وتجربة. وهذا يعني : إن قيمة احتمال نفي سببية (أ) لـ (ب) التي يحددها العلم القبلي سوف تصبح كبيرة جدا ومساوية لرقم العلم تقريبا. ولما كانت هذه القيمة معارضة لقيمة احتمال السببية التي يحددها العلم البعدي، فمن الطبيعي أن لا تسمح لها بالنمو المطلوب إذا كانت كبيرة جدا.

وهذه المشكلة تزول على أساس الحكومة؛ لأن الحكومة تبرهن على أن القيمة الاحتمالية لعدم سببية (أ) لـ (ب) التي يحددها العلم القبلي محكومة للقيمة الاحتمالية للسببية التي يحددها العلم البعدي، وليست معارضة لها، فلا أثر لها في تخفيضها أو المنع من نموها، وإنما تحدد قيمة احتمال السببية على أساس العلم الإجمالي البعدي فقط)) (٩)

التطبيق الثالث : وفي الحالة الثانية من حالات الشكل الثاني للمرحلة الاستنباطية من الدليل الاستقرائي، كتب الشهيد الصدر – ما يشير إلى إمكانية تطبيق بديهية الحكومة – :

((فكما أن العلم الإجمالي يثبت بقيمة احتمالية كبيرة وجود (أ) ، كذلك هذا العلم الثالث، غير أن ذاك العلم يثبت وجود (أ) عن طريق تخفيض قيمة احتمال وجود (ت) ، وهذا العلم يثبت وجود (أ) عن طريق تخفيض قيمة احتمال سببية ماهية (ت) لماهية (ب) .

والفارق الأساس بين العلمين : أن القيمة التي يحددها العلم الإجمالي الثاني ليست حاكمة على القيمة التي كان العلم الإجمالي القبلي يحددها، ولهذا كنا بحاجة إلى ضرب أحد العلمين بالآخر، وأما القيمة التي يحددها العلم الإجمالي الثالث فهي حاكمة على قيم العلم الإجمالي القبلي، تطبيقا لبديهية الحكومة؛ لأن المعلوم بالعلم الإجمالي القبلي وجود مصداق لماهية بينها وبين ماهية (ب) علاقة السببية، والعلم الإجمالي الثالث ينفي – بدرجة كبيرة من الاحتمال – أن يكون

بين ماهية (ب) وماهية (ت) علاقة السببية، وبهذا ينفي أن يكون أي فرد من أفراد (ت) مصداقا للمعلوم بالعلم الإجمالي القبلي.

ففي هذا المثال - إذن - يوجد عاملان مقويان لأحد طرفي العلم الإجمالي القبلي - وهو وجود مصداق لـ (أ) - أحدهما يضعف احتمال وجود (ت)، والآخر يضعف احتمال سببية (ت) لـ (ب). والأول ليس حاكما على القيمة الاحتمالية لذلك الطرف المستمدة من العلم القبلي، والثاني حاكم عليها ((١٠))

التطبيق الرابع : وفي الحالة الثالثة من حالات الشكل الثاني للمرحلة الاستنباطية من الدليل الاستقرائي، كتب الشهيد الصدر - ما يشير إلى إمكانية تطبيق بديهية الحكومة - :

(((ونلاحظ في هذه الحالة أن القيمة الاحتمالية المستمدة من العلم الإجمالي الثاني، حاكمة على القيمة الاحتمالية المستمدة من العلم الأول، النافية لدخول خالد والمثبتة لدخول زيد، التي كانت تساوي $\frac{1}{2}$ ؛ لأن المعلوم بالعلم الإجمالي الأول هو دخول شخص مقيد بصفة، وهي : أنه يمارس دراسة في القياس الأرسطي. والعلم الإجمالي الثاني ينفي - بدرجة كبيرة من الاحتمال - أن يكون زيدا متصفا بتلك الصفة، وبهذا ينفي مصداقيته للكل المعلوم بالعلم الإجمالي الأول، ويكون حاكما على قيم العلم الإجمالي القبلي ((١١))

التطبيق الخامس : وفي الفصل الثاني : (الدليل الاستقرائي في مرحلة التوالد الذاتي) من باب : (تفسير الدليل الاستقرائي على ضوء نظرية الاحتمال) من القسم الثالث : (الاستقراء والمذهب الذاتي للمعرفة) من كتابه : (الأسس المنطقية للاستقراء) كتب الشهيد الصدر ما نصه :

(((اعتراضات وأجوبة :

١ - هل السببية طرف للعلم الإجمالي ؟

وقد يثار اعتراض على تطبيق الشكل الأول للمصادرة على السببية على المثال المتقدم، ومؤدى هذا الاعتراض هو : أن السببية في هذا

المثال تفقد الشرط الرئيس للمصادرة المفترضة، وهو أن لا تكون القضية التي يراد إفناء احتمالها بتجمع أكثر القيم الاحتمالية للعلم الإجمالي ضدها طرفا للعلم الإجمالي نفسه، فإن القضية التي يراد إفناء احتمالها في مجال البحث هي القضية التي تتضمن نفي سببية (أ) لـ (ب)، ونفي السببية هذا بنفسه طرف للعلم الإجمالي فلا يمكن إفناء احتمالها بالعلم الإجمالي، وذلك لأننا إذا لاحظنا (العلم ٢) فنفي السببية وإن لم يكن طرفا له ولكن (العلم ٢) يجب أن يضرب بـ (العلم ١) لتكوين علم ثالث يضم جميع الحالات المحتملة الناتجة عن الضرب، وقد مر بنا أن حالة من الحالات المحتملة التي تكون أعضاء العلم الثالث تتضمن نفي سببية (أ) لـ (ب)، فكيف يمكن إفناء القيمة الاحتمالية لنفي السببية؟

وهذا الاعتراض يقوم على أساس قاعدة الضرب – التي يمثلها مبدأ الاحتمال العكسي -، ولا موضع له على أساس الحكومة تطبيقا للبدئية الإضافية الثالثة، فإن الحكومة تعني: (أن العلم ٢) وحده هو الأساس للقيم المتجمعة التي تنفي احتمال سببية (أ) لـ (ب)، وليس نفي هذه السببية طرفا من أطرافه (((٠ (١٢)

التطبيق السادس: في القسم الرابع: (المعرفة البشرية في ضوء المذهب الذاتي) من كتابه: (الأسس المنطقية للاستقراء) وتحت عنوان: (تفسير القضية المتواترة) كتب الشهيد الصدر ما نصه:

(((مشكلة الاحتمال القبلي للقضية المتواترة :

بقي علينا أن نعرف دور الاحتمال القبلي للقضية المتواترة، فقد تثار مشكلة هذا الاحتمال القبلي بالطريقة التالية :

إن العلم الإجمالي الذي يستوعب احتمالات دوافع الصدق والكذب وإن كان يسبب تجمع قيم احتمالية كبيرة حول محور واحد – وهو واحدا من المخبرين على الأقل لم يكن لديه مصلحة شخصية في أن يخبر بتلك القضية – ولكن لا يمكن تحديد القيمة النهائية للقضية

المتواترة على أساس هذا التجمع، بل يجب أن يؤخذ الاحتمال القبلي للقضية المتواترة المستمد من علم إجمالي سابق بعين الاعتبار، وتحدد القيمة النهائية على أساس ضرب أحد العلمين بالآخر.

فمثلا : إذا كانت ورقة ما تحتوي على كلمات مكونة من مائة حرف، ولا نملك أي فكرة عنها غير أنها مكونة من حروف عربية، فسوف يكون عدد الاحتمالات القبلية كبيرا جدا ؛ لأن هناك ثمانية وعشرين احتمالا في كل حرف من الحروف المائة، فمجموع الاحتمالات الممكنة بشأن تلك الاحتمالات هو ناتج ضرب ثمانية وعشرين في نفسه مائة مرة. وهذا عدد كبير جدا يتشكل على أساسه علم إجمالي – نطلق عليه ((العلم الإجمالي الأول)) أو ((العلم الإجمالي القبلي)) – يضم كل تلك الاحتمالات الممكنة، وبهذا يصبح الاحتمال القبلي لأي صورة محددة ضئيلا جدا.

فإذا أخبر مائة شخص جميعا : بصورة محددة لتلك الكلمات من بين الصور الكثيرة المحتملة، وكان كل واحد منهم ممن يحتمل في كل إخبار من إخباراته أن يكون مستندا إلى دافع مصلحي بدرجة $1/2$ ، فيحصل علم إجمالي بالصور الممكنة لوجود وعدم الدوافع المصلحية في مجموع المائة – ونطلق عليه اسم ((العلم الإجمالي الثاني)) أو ((العلم الإجمالي البعدي)) – وعدد هذه الصور هو حاصل ضرب 2 في 2 مائة مرة؛ لأن كل مخبر يوجد في إخباره – بحسب الافتراض المتقدم – احتمالان متساويان، وهما : أن يكون له دافع مصلحي ، وأن لا يكون له دافع مصلحي . وبضرب الاحتمالين في إخبار كل مخبر بالاحتمالين الثابتين في إخبار المخبر الآخر وهكذا ، نحصل على عدد كبير من الصور الممكنة.

وكل هذه الصور – باستثناء صورة وحيدة – تثبت أن واحدا على الأقل من المائة لا يوجد لديه دافع مصلحي، وهذا يعني أن القضية المتواترة ثابتة. وأما تلك الصورة الوحيدة فهي حيادية تجاه ثبوت القضية المتواترة.

وحيثما نقارن بين القيمة الاحتمالية المستمدة من هذا العلم الإجمالي المثبتة للقضية المتواترة، والقيمة الاحتمالية المستمدة من العلم القبلي النافية للقضية المتواترة، نجد أن القيمة النافية أكبر ؛ لأن القيمة الاحتمالية المثبتة مستمدة من تجمع القيم الاحتمالية لأطراف العلم الإجمالي الثاني – باستثناء نصف القيمة لأحد أطرافه – حول محور واحد، وهو صدق القضية المتواترة، والقيمة الاحتمالية النافية مستمدة من تجمع القيم الاحتمالية لأطراف العلم الإجمالي الأول – باستثناء القيمة الاحتمالية لطرف واحد – .

ومن الواضح أن عدد أطراف العلم الإجمالي الأول أكبر جدا من عدد أطراف العلم الإجمالي الثاني؛ لأن ذلك يساوي ناتج ضرب الثمانية والعشرين في نفسه مائة مرة، وهذا يساوي ناتج ضرب ٢ في نفسه مائة مرة. وهذا يعني أن القيمة الاحتمالية للقضية المتواترة سوف لن تكون – نتيجة لذلك – كبيرة، فلا يمكن للاستدلال الاستقرائي بالطريقة التي شرحناها أن يفسر ثبوت القضية بالتواتر .

حل مشكلة الاحتمال القبلي :

وحل هذه المشكلة يتم عن طريق تطبيق البديهية الإضافية الثالثة – بديهية الحكومة – بدلا عن مبدأ الاحتمال العكسي؛ وذلك أن القيمة الاحتمالية المثبتة للقضية المتواترة حاکمة على القيمة الاحتمالية النافية لها؛ لأن العلم الإجمالي الأول متعلق بكلي، وهو أحد التركيبات الممكنة للحروف المائة، وهذا الكلي قد تعلق به العلم بما هو مقيد بصفة معينة. فإننا نعلم بأن التركيب الثابت للحروف المائة على الورقة هو التركيب الذي لا يوجد أي إخبار غير مصلحي بسواه، فالتركيب الذي لا يوجد أي إخبار غير مصلحي بسواه هو الكلي الذي تعلق به العلم الأول.

وإذا درسنا – على هذا الأساس – أي قيمة احتمالية تثبت أن واحدا على الأقل من الإخبارات المائة التي شهدت بثبوت تركيب معين للحروف المائة ليس إخبارا مصلحيا ، نلاحظ أن هذه القيمة الاحتمالية

تتفي مصداقية سائر التركيبات الممكنة للكلّي المقيد الذي تعلق به العلم الإجمالي الأول؛ لأنها تثبت بأنها تركيبات قد وجد إخبار غير مصلحي بسواها.

وهذا يبرهن - وفقاً لمبدأ القيمة الاحتمالية الحاكمة - على أن القيمة الاحتمالية المثبتة للقضية المتواترة، حاكمة على القيمة الاحتمالية النافية لها المستمدة من العلم الإجمالي الأول. ويعني ذلك أن ضالة الاحتمال القبلي للقضية المتواترة ليس لها أي دور مضاد في سير الاستدلال الاستقرائي.

ونلاحظ أن ما نواجهه في هذا الموقف هو حالة من حالات الفرضية الثانية من الفرضيتين اللتين تفيان ببديهية الحكومة، وهي : أن يكون المعلوم بالعلم الإجمالي كلياً مقيداً بصفة، وهذه الصفة درجة احتمالها في أحد الطرفين أكبر من درجة احتمالها في الطرف الآخر، فتكون القيمة الاحتمالية المثبتة لتلك الصفة في طرف حاكمة على القيمة التي يحددها ذلك العلم الإجمالي لاحتماله. والصفة هنا هي : أنه لا يوجد أي إخبار غير مصلحي بسواها، وهذه الصفة محتملة بدرجة أكبر في الطرف الذي تظافرت الشهادات عليه.

وهكذا نعرف أن سير الاستدلال الاستقرائي لا يتأثر بضالة الاحتمال القبلي.

متى يكون لاحتمال القبلي دور معاكس ؟

ولكن ضالة الاحتمال القبلي للقضية المتواترة إنما لا يكون له دور مضاد في سير الاستدلال الاستقرائي فيما إذا كانت الضالة ناشئة عن كثرة البدائل الممكنة للقضية المتواترة، كما في المثال المتقدم الذي نشأت فيه ضالة الاحتمال القبلي للتركيب المعين الذي تظافرت الشهادات عليه بعد ذلك، عن كونه ناشئاً من ملايين التراكمات الممكنة لمائة حرف. ففي هذه الحالة تكون القيمة الاحتمالية المستمدة من العلم

الإجمالي الثاني المثبتة للقضية المتواترة حاکمة على القيمة الاحتمالية المستمدة من العلم الإجمالي الأول النافية للقضية المتواترة.

وأما إذا كانت ضالة الاحتمال القبلي للقضية المتواترة غير ناشئة عن كثرة البدائل المحتملة للقضية المتواترة، بل عن حساب الاحتمالات في مرحلة أسباب تلك القضية المتواترة، فسوف يكون لها دور إيجابي مضاد في سير الاستدلال الاستقرائي.

ومثال ذلك : أن يكتب إنسان عربي مائة حرف على ورقة ، فيخبر عدد كبير من الشهود – الذين افترضناهم في المثال السابق – بأنه قد كتب مائة حرف من حروف اللغة الصينية. ففي هذه الفرضية نلاحظ أن الاحتمال القبلي لكتابة مائة حرف صيني ضئيل جداً، لا من أجل كثرة اللغات الأخرى البديلة فحسب، بل من أجل حساب الاحتمالات في مرحلة الأسباب، فإن كتابة مائة حرف صيني تتوقف على تعلم اللغة الصينية، وتعلم اللغة الصينية ظاهرة نادرة بين العرب.

فإذا افترضنا أن في كل عشرة ملايين عربي يوجد إنسان واحد تهيأت له ظروف تعلم هذه اللغة ، فهذا يعني أن احتمال معرفة الإنسان الكاتب للحروف الصينية المائة للغة الصينية يساوي واحد على عشرة ملايين، وأن هناك عشرة ملايين احتمالاً يتكون منها علم إجمالي، وأكثر القيم الإحصائية في هذا العلم الإجمالي تنفي معرفة الكاتب باللغة الصينية، وبالتالي تولد قيمة احتمالية كبيرة نافية لكونه قد كتب حروفاً صينية على الورقة.

وفي هذه الحالة تكون لدينا علوم إحصائية ثلاثة :

١ – العلم الإجمالي بأن الكاتب إما كتب حروفاً صينية أو عربية،
– ولنفترض من أجل التسهيل : انحصار اللغات في هاتين اللغتين – .

٢ – العلم الإجمالي بأن الشهود الذين شهدوا بأنه كتب حروفاً صينية إما أن يكون الدافع المصلحي متوفراً في كل واحد منهم، أو في

اثنين أو في ثلاثة --- إلى آخرهم. وعدد أطراف هذا العلم هو ناتج ضرب اثنين في نفسه مرات عديدة بعدد الشهود، مع افتراض أن كلا من احتمال الدافع المصلحي واحتمال عدمه يساوي $1/2$.

٣ - العلم الإجمالي بأن هذا الإنسان الذي كتب الورقة هو واحد من عشرة ملايين، وهذا العلم له عشرة ملايين طرف، وواحد من أطرافه يتضمن المعرفة باللغة الصينية، والأطراف الأخرى تتضمن الجهل بها.

فإذا لاحظنا قيمة احتمال أن يكون الكاتب قد كتب حروفا صينية على أساس العلم الأول ، فسوف نجد أنها $1/2$ في حالة استبعاد سائر اللغات الأخرى سوى العربية والصينية ؛ لأن العلم الأول يضم طرفين فقط.

وإذا لاحظنا قيمة ذلك الاحتمال على ضوء العلم الثاني فسوف نجد أنها كبيرة جداً؛ لأن أكثر القيم الاحتمالية في العلم الثاني تنفي وجود دوافع مصلحية عند جميع الشهود.

وإذا لاحظنا قيمة ذلك الاحتمال على ضوء العلم الثالث فسوف نجد أنها ضئيلة جداً؛ لأن أكثر القيم الاحتمالية في العلم الثالث تنفي معرفة الكاتب باللغة الصينية، وهذا يعني أن القيمة الاحتمالية المستمدة من العلم الأول واقعة بين جذبين متعاكسين.

وقد عرفنا سابقاً أن القيمة الاحتمالية الكبيرة المثبتة للقضية المتواترة المشهود بها والمستمدة من العلم الإجمالي الثاني، حاکمة على القيمة الاحتمالية النافية لها المستمدة من العلم الإجمالي الأول. ونفس الشيء نقوله الآن عن القيمة الاحتمالية الكبيرة النافية للقضية المشهود بها والمستمدة من العلم الإجمالي الثالث، فإنها حاکمة على القيمة الاحتمالية المثبتة لها المستمدة من العلم الإجمالي الأول.

وفي سبيل البرهنة على هذه الحكومة نحاول تطبيق نفس البرهان الذي أثبتنا به حكومة القيمة الاحتمالية المثبتة للقضية المتواترة على القيمة الاحتمالية النافية لها التي يولدها العلم الإجمالي الأول، وذلك عن طريق القول بأن العلم الإجمالي الأول تعلق بكلي مقيد، وهو أن الكاتب قد كتب حروف لغة يعرفها. والقيمة الاحتمالية الكبيرة النافية للقضية المشهود بها والمستمدة من العلم الثالث تنفي أن يكون الكاتب عارفا باللغة الصينية، وبذلك تنفي - بنفس الدرجة - مصداقية كتابة الحروف الصينية على الورقة للكلي الذي تعلق به العلم في العلم الإجمالي الأول، وبالتالي تنفي طرفية ذلك لهذا العلم.

وهذا واضح في حالة ما إذا كنا على علم مسبق بأن الكاتب يعرف اللغة العربية، ونشك في معرفته باللغة الصينية. ففي هذه الحالة تكون القيمة الاحتمالية النافية لمعرفة الكاتب باللغة الصينية والمستمدة من العلم الثالث، نافية لصدق الكلي المقيد الذي تعلق به العلم الأول على كتابة الكاتب للحروف الصينية؛ لأنها تنفي معرفة الكاتب باللغة الصينية. وإذا لم يكن الكاتب عارفا باللغة الصينية فلا تكون كتابة الحروف الصينية على الورقة كتابة لحروف لغة يعرفها الكاتب، وبذلك تخرج عن كونها مصداقا للكلي المقيد الذي تعلق به العلم الأول، وهو أن الكاتب قد كتب حروفا بلغة يعرفها.

ونتيجة ذلك أن القيمة الاحتمالية المثبتة لكتابة الحروف الصينية والمستمدة من العلم الأول محكومة للقيمة الاحتمالية النافية لمعرفة الكاتب باللغة الصينية المستمدة من العلم الإجمالي الثالث. والقيمة الاحتمالية النافية لكتابة الحروف الصينية والمستمدة من العلم الأول محكومة للقيمة الاحتمالية المستمدة من العلم الإجمالي الثاني، والتي تؤكد أن واحدا على الأقل من الشهادات لم تنشأ عن داع مصلحة.

وبذلك يظهر الدور الإيجابي المضاد الذي يلعبه الاحتمال القبلي في هذه الحالة.

وأما إذا كنا لا نعلم مسبقاً بأن الكاتب يعرف اللغة العربية، بل نعرف إجمالاً بأنه يعرف لغة واحدة هي : إما العربية وإما الصينية، وكان احتمال معرفته بالصينية واحداً على عشرة ملايين بموجب العلم الثالث.

ففي هذه الحالة قد يقال : إن تفسير حكومة القيمة الاحتمالية المستمدة من العلم الثالث على القيمة الاحتمالية المستمدة من العلم الأول على أساس البديهية الإضافية الثالثة غير ممكن؛ لأن كلا من القيمتين في هذه الحالة تسبب نفي الكلي المقيد الذي تعلق به العلم الآخر، فإن الكلي المقيد الذي تعلق به العلم الأول هو كتابة حروف لغة يعرفها الكاتب، والكلي المقيد الذي تعلق به العلم الثالث هو أن الكاتب يعرف لغة هي اللغة التي كتب حروفها على الورقة. والقيمة الاحتمالية المستمدة من العلم الثالث – والتي تنفي معرفة الكاتب باللغة الصينية – تدل على أن كتابة الحروف الصينية ليست مصداقاً للكلي المقيد الذي تعلق به العلم الأول ، أي أنها ليست مصداقاً لكتابة حروف لغة يعرفها الكاتب، كما أن القيمة الاحتمالية المستمدة من العلم الأول – والتي تثبت بأن الكاتب كتب حروفاً بلغة صينية – تدل على أن اللغة العربية ليست مصداقاً للكلي الذي تعلق به العلم الثالث، أي أنها ليست مصداقاً للغة التي كتب الكاتب حروفها على الورقة.

وهذا القول يمكننا الرد عليه عن طريق البديهية الإضافية الرابعة التي تعلمنا أن التقييد المصطنع لا يحقق الحكومة، وإنما يحققها التقييد الحقيقي ، وتقرر – على هذا الأساس – : أن القيمة الاحتمالية التي يحددها العلم الإجمالي في مرحلة الأسباب حاكمة على القيمة الاحتمالية التي يحددها العلم الإجمالي في مرحلة المسببات؛ لأن تقييد المسبب بسببه حقيقي ، وتقييد السبب بمسببه مصطنع.

والحالة التي ندرسها الآن هي حالة من حالات البديهية الإضافية الرابعة؛ لأن العلم الإجمالي الثالث علم في مرحلة الأسباب ، نظراً إلى أن معرفة اللغة شرط أساس في كتابة حروفها ، والعلم الإجمالي الأول علم في مرحلة المسببات. وعلى هذا الأساس يكون المعلوم بالعلم

الإجمالي الأول مقيدا تقييدا حقيقيا، وهو الكتابة بلغة يعرفها الكاتب ؛ لأن هذا يعبر عن تقييد المسبب بسببه. وأما المعلوم في العلم الإجمالي الثالث فهو وإن أمكن إبرازه بوصفه كليا مقيدا عن طريق القول بأنه عبارة عن اللغة التي قد كتب بها، ولكن هذا التقييد مصطنع ؛ لأنه تقييد للسبب بمسببه، فلا يحقق الحكومة تطبيقا للبديهية الإضافية (الرابعة) ٠ (١٣)

تعليق السيد الحائري على بعض ما جاء في المثال السادس

يبدو أن السيد الحائري لا يعتقد بان يكون لاحتمال القبلي دورا إيجابيا مضادا في سير الدليل الاستقرائي حتى في الحالة التي أشار إليها الشهيد الصدر .

يقول السيد الحائري بهذا الصدد : ((يمكن المناقشة في هذا الكلام بأن العلم الإجمالي الثاني يكون حسابه حاكما على حساب العلم الإجمالي الثالث بنفس نكتة حكومته على حساب العلم الإجمالي الأول؛ لأن متعلق العلم الإجمالي الثالث هو أن هذا الانسان واحد من عشرة ملايين مقيدا بعدم وجود إخبار غير مصلحي بسواه ولو بالملازمة، والعلم الإجمالي الثاني يثبت بدرجة كبيرة أن من عدا ذاك الشخص الذي يعرف اللغة الصينية يوجد إخبار غير مصلحي بسواه ولو بالملازمة، إذ قد أخبر هؤلاء الشهود بكتابة شخص معين الحروف الصينية الملزمة لمعرفة الحروف الصينية، ومن المرجح قويا بحسب العلم الثاني أن هؤلاء الشهود يوجد فيهم من لا يكون خبره على اساس مصلحة شخصية.

ولولا ما ذكرناه للزم الفرق بين ما لو أخبر المخبرون بكتابة الحروف الصينية وما لو أخبروا صريحا بسبب معرفة هذا الشخص للغة الصينية الذي هو واحد من عشرة ملايين من أسباب معرفة اللغة الصينية وعدمها بالنسبة للانسان العربي، إذ من الواضح في الفرض الثاني تمامية الحكومة؛ لأن ضالة فرض سبب معرفة اللغة الصينية ناشئة عن كثرة البدائل الممكنة لا عن حساب الاحتمالات في مرحلة الأسباب، لأننا نقلنا الخبر رأسا من عالم المسببات إلى عالم الأسباب،

ومن الواضح وجدانا عدم الفرق في الحساب بين الفرضين، وأن
المخبر لو أخبر بشيء نادر الوجود لندرة سببه بين الأسباب فمجرد أن
يبدل إخباره عن المسبب بالإخبار بالسبب لا يوجب تقوية احتمال
صدقه ((١٤)

هوامش الإضاءة السادسة عشر :

- ١ - الأسس المنطقية للاستقراء، مصدر سابق، ص ٢٧٠-٢٧٨.
- ٢ - منطق الاستقراء، مصدر سابق، ص ٢٦٦-٢٧٤ .
- ٣ - الأسس المنطقية للاستقراء، مصدر سابق، ص ٢٧٨-٢٧٩.
- ٤ - نفس المصدر، ص ٢٧٩-٢٨٢.
- ٥- نفس المصدر، ص ٢٨٢-٢٨٦.
- ٦ - نفس المصدر، ص ٢٨٦ .
- ٧ - الاستقراء والمنطق الذاتي، مصدر سابق، ص ٢٢٢-٢٢٩.
- ٨ - الأسس المنطقية للاستقراء، مصدر سابق، ص ٣١٥-٣٢٦.
- ٩ - نفس المصدر، ص ٣٢٦-٣٢٧ .
- ١٠ - نفس المصدر، ص ٣٩١-٣٩٢ .
- ١١ - نفس المصدر، ص ٣٩٤ .
- ١٢ - نفس المصدر، ص ٤٣٦-٤٣٧ .
- ١٣ - نفس المصدر، ص ٤٩٠-٤٩٨ .
- ١٤ - لاحظ تعليق السيد الحائري في هامش الأسس المنطقية للاستقراء ، ص ٤٩٧ .

الإضاءة السابعة عشر
نظرية الاحتمال في ضوء المذهب الذاتي
(تفسير الاحتمال)

(و)

تعريف الشهيد الصدر لاحتمال

(٨)

التعريف والعلم الإجمالي الشرطي

((العلوم الإجمالية الحملية والشرطية :

تنقسم القضية إلى قضية حملية وقضية شرطية، فالحملية تتحدث عن وقوع شيء أو نفيه، من قبيل ((الشمس طالعة)) و ((الإنسان ليس بخالد))، والشرطية تتحدث عن العلاقة الشرطية بين شيئين ، من قبيل : ((إذا كانت الشمس طالعة فالنهار مضيء))، وعلى هذا الأساس ينقسم العلم الإجمالي إلى علم إجمالي حملي وعلم إجمالي شرطي.

فالعلم الإجمالي الحملي مثاله : أن تعلم إجمالاً بأن أحد أخويك سوف يزورك، أو تقذف قطعة ذات أوجه ستة مرقمة فتعلم إجمالاً بأن أحد الأرقام الستة سوف يصيب الأرض. والعلم الإجمالي الشرطي مثاله : أن تعلم بأن أخاك إذا لم يكن مريضاً فسوف يزورك خلال عشرة أيام مرة واحدة ، أو تعلم بأنه إذا حل وباء بالبلد فسوف يموت بعض الناس.

وكما أن كل علم إجمالي حملي يضم مجموعة من الأطراف هي مصاديق وأفراد للكلي المعلوم ، كذلك يضم العلم الإجمالي الشرطي مجموعة من القضايا الشرطية وتعتبر كل واحدة من هذه القضايا

الشرطية طرفا للعلم الإجمالي الشرطي، أي أنها قضية شرطية محتملة بوصفها مصداقا وفردا للقضية الشرطية الكلية المعلومة.

ففي مثال العلم بأن فلانا إذا لم يكن مريضا فسوف يزور أخاه في أحد الأيام العشرة، نجد أننا نواجه عشرة قضايا شرطية محتملة وهي :

١ - أن فلانا إذا لم يكن مريضا فسوف يزور أخاه في اليوم الأول .

٢ - أن فلانا إذا لم يكن مريضا فسوف يزور أخاه في اليوم الثاني .

--- --- --- --- ---

١٠ - أن فلانا إذا لم يكن مريضا فسوف يزور أخاه في اليوم العاشر .

وكل واحدة من هذه القضايا محتملة، وهي أفراد لقضية شرطية كلية معلومة، وهي أنه إذا لم يكن مريضا فسوف يزور أخاه في أحد الأيام العشرة، وتعتبر كل واحدة من هذه القضايا الشرطية المحتملة طرفا للعلم الإجمالي الشرطي.

وقد لاحظنا سابقا أن العلم الإجمالي الحتمي يعتبر أساسا لتحديد القيمة الاحتمالية، ففي مثال القطعة ذات الأوجه الستة، نحدد - على أساس العلم الإجمالي - قيمة إصابة فرد للأرض بـ $1/2$ ، وإصابة رقم (٦) للأرض بـ $1/6$ ---- وهكذا.

ونفس الشيء نقوله عن العلم الإجمالي الشرطي، فإن قيمة احتمال أي واحد من القضايا الشرطية العشر في المثال المتقدم، تساوي $1/10$ ، وإذا كان هناك شيء واحد تدل عليه مجموعة من القضايا الشرطية

التي يضمها العلم الإجمالي الشرطي، أمكن تحديد قيمة احتمال ذلك الشيء – على أساس هذا العلم – بأنها تساوي قيمة الجامع بين تلك القضايا الشرطية التي تدل على ذلك الشيء.

ونصل هنا إلى تطبيق في غاية الأهمية للفكرة، وهو : أن العلم الإجمالي الشرطي الذي كان يمثل شرطه واقعة محتملة وغير مؤكدة، وكان جزاؤه مرددا بين عشر حالات كل واحدة منها تعتبر جزاء في إحدى القضايا الشرطية المحتملة التي يضمها ذلك العلم، وكنا نعلم بأن عدد جزاءات تلك القضايا الشرطية المحتملة غير ثابت، فإن ذلك يؤدي إلى الحصول على قيمة احتمالية نافية لتلك الواقعة المحتملة التي يمثلها الشرط في العلم الإجمالي الشرطي، وهذه القيمة تساوي قيمة الجامع بين القضايا الشرطية المحتملة التي نعلم بأن جزاءاتها غير ثابتة.

ولنطبق ذلك على المثال المتقدم : إن العلم الإجمالي الشرطي في هذا المثال يحتوي على شرط يمثل واقعة محتملة، وهي : أن فلانا ليس مريضا ، وعلى عشر قضايا محتملة تتفق جميعا في شرطها، وتختلف في جزائها، فالشرط فيها جميعا هو افتراض أن فلانا ليس مريضا، والجزاء هو في القضية الشرطية المحتملة الأولى : زيارته لأخيه في اليوم الأول، وفي القضية الثانية : زيارته لأخيه في اليوم الثاني، وهكذا، فإذا كنا نعلم بأن فلانا لم يأت إلى بيت أخيه في التسعة الأيام الأولى، ولا نعلم شيئا عن اليوم العاشر ، فسوف تصبح كل القضايا الشرطية التسع المحتملة التي علمنا بأن جزاءها غير ثابت قوى نافية للشرط المشترك بينها، أي مثبتة لمرض فلان؛ وذلك لأن كل قضية شرطية يعلم بأن جزاءها غير ثابت لا يمكن أن تكون صادقة إذا كان شرطها ثابتا، وبالإمكان أن تكون صادقة إذا كان شرطها غير ثابت.

فالقيمة الاحتمالية لصدق تلك القضايا الشرطية التي نعلم بأن جزاءها غير ثابت، تفرض أن شرطها غير موجود ، وبهذا نستطيع أن نحدد قيمة احتمال أن فلانا مريض – في الافتراض المتقدم – بـ $9/10$ خلال الأيام التسعة الأولى، ولكننا لا نعلم عن مجيئه في اليوم

العاشر شيئاً، ففي هذه الحالة يمكن للعلم الإجمالي الشرطي أن يثبت بدرجة ٩/١٠ أن فلانا مريض؛ لأن تسعا من القضايا الشرطية المحتملة التي يضمها ذلك العلم تثبت أنها مريض.

ولنأخذ - مثلاً - القضية الشرطية المحتملة الأولى وهي : ((إذا لم يكن فلان مريضاً، فسوف يزور أخاه في اليوم الأول))، إن هذه القضية الشرطية محتملة ودرجة احتمالها : ١/١٠ ؛ لأنها واحدة من عشر قضايا شرطية محتملة في ذلك العلم الإجمالي الشرطي، ونحن نعلم بأن جزاءها غير صادق؛ لأننا متأكدون من عدم زيارة فلان لأخيه في الأيام التسعة الأولى، فلو كان فلان سليماً لكانت تلك القضية الشرطية كاذبة، إذ يكون شرطها ثابتاً وجزاؤها غير ثابت، وهو معنى كذب القضية الشرطية. وأما إذا كان فلان مريضاً فبالإمكان أن تكون القضية الشرطية صادقة رغم عدم ثبوت جزائها؛ لأن القضية الشرطية لا تكذب إلا إذا كان شرطها ثابتاً وجزاؤها غير ثابت.

وعلى هذا الأساس تثبت الشرطية المحتملة الأولى - بقيمتها الاحتمالية - أن شرطها غير ثابت أي أن فلانا مريض، لكي لا تصبح كاذبة. ونفس الشيء يقال عن القضية الشرطية المحتملة الثانية ، وهكذا إلى التاسعة. وهذا يعني : أن تسع قضايا شرطية محتملة تثبت أن فلانا مريض، وتصبح قيمة احتمال أنه مريض - على أساس العلم الإجمالي الشرطي - : ٩/١٠ .

وهكذا يمكن أن نضع هذه الحقيقة بالصيغة التالية :

كل علم إجمالي شرطي يضم مجموعة من القضايا الشرطية المحتملة التي تشترك جميعاً في شرط واحد محتمل وتختلف في جزاءاتها، فهو ينفي ذلك الشرط المشترك بقيمة احتمالية تساوي القيمة الاحتمالية للجامع بين القضايا المحتملة التي نعلم بأن جزاءها غير ثابت، من مجموعة القضايا الشرطية المحتملة التي يضمها ذلك العلم.

العلوم الشرطية ذات الواقع المحدد :

والعلوم الإجمالية الشرطية تنقسم إلى قسمين :

أحدهما : العلم الإجمالي الشرطي الذي يكون لشرطه جزاء معين في الواقع، غير أن جهلنا به يؤدي إلى تشكيل قضية شرطية إجمالية نعبر عن جزائها ببدائل متعددة كلها محتملة ، ولكن واحد منها هو الجزاء المرتبط بالشرط في الواقع.

وبكلمة أخرى : إنا إذا سألنا ذاتا كلية العلم (الله سبحانه وتعالى) : ما هو الجزاء الذي يرتبط بالشرط في علمنا الإجمالي، لأمكن لتلك الذات أن تحدد لنا ذلك الجزاء.

ومثاله : أن أعلم علما إجماليا شرطيا بأني إذا استعملت هذه المادة المعينة فسوف تحدث في جسمي : حالة ١ ، حالة ٢ ، حالة ٣ ---- ، ففي هذه الحالة يكون بإمكانني أن أرجع إلى إنسان خبير بخصائص تلك المادة فيحدد لي الجزاء الحقيقي الذي يرتبط بالشرط.

ومثال آخر وهو : أنا نعلم بأننا إذا ذهبنا في ساعة كذا إلى المستشفى لوجدنا إما فلانا وإما فلانا --- إلى الأخير، فإن بالإمكان أن نرجع إلى من كان في تلك الساعة مشرفا على المستشفى ونسأله عن تحديد نوع الأشخاص الذين كانوا في المستشفى وقتئذ ، والذين كنا سنراهم لو ذهبنا في تلك الساعة.

وهذا يعني : أن الجزاء في القضية الشرطية الإجمالية التي يمثلها العلم الإجمالي محدد في الواقع وإن كنت أجهله، بدليل أن من هو أكثر معرفة مني بالموضوع قادر على تعيينه لي.

الثاني : العلم الإجمالي الشرطي الذي نفترض في جزائه بدائل متعددة، ولا يوجد له في الواقع جزاء محدد من تلك البدائل، حتى أنا لو سألنا ذاتا كلية العلم لما استطاعت أن تحدد واحدا من تلك البدائل

باعتباره الجزاء الواقعي ، لا لأن تلك الذات تجهل الواقع، بل لأن الجزاء غير محدد في الواقع ، ونوضح ذلك بالمثال التالي :

إذا كانت حقيقة تضم عشر كرات بيضاء ، ونحن لا نشك فعلا – بحكم رؤيتنا لهذه الكرات – في أن الكرة ١ ، والكرة ٢ ، و --- و --- والكرة عشرة بيضاء، ولكن بإمكاننا أن نلقي على انفسنا هذا السؤال : إذا كان في حقيقة (ن) كرة واحدة على الأقل سوداء، فإي واحدة من هذه الكرات تكون سوداء ؟ ونظرا إلى أنا لا نستطيع أن نعين الكرة السوداء، على افتراض أن في الحقيقة كرة سوداء، فسوف نواجه علما إجماليا شرطيا، شرطه : افتراض أن واحدة من الكرات العشر البيض سوداء، وجزاءه مردد بين عشرة بدائل، إذ على هذا الافتراض قد تكون الكرة ١ سوداء ، وقد تكون الكرة ٢ سوداء، وهكذا.

وهذا الجزاء في القضية الشرطية التي يمثلها العلم الإجمالي الشرطي غير محدد، لا في خبرتي فقط، بل في الواقع أيضا، ولا يمكن حتى لذات كلية العلم أن تعين الكرة التي كانت تتصف بالسواد لو كان في الكرات البيض العشر كرة سوداء.

وهذان القسمان من العلم الإجمالي الشرطي يختلفان اختلافا جوهريا، فالقضية الشرطية التي يمثلها العلم الإجمالي من القسم الثاني تتحدث عن جزاء لا يمكن تعيينه في الواقع حتى لذات كلية العلم، وهذا يعني : أنها لا تتحدث في الحقيقة عن الواقع ولا تنبئ بنبأ عنه، وإنما تعبر عن استحالة التناقض، فما دمنا قد افترضنا – في مثال الكرات البيض – أن إحدى الكرات العشر سوداء فإن مما يناقض هذا الفرض أن تكون الكرة ١ بيضاء، والكرة ٢ بيضاء ، و --- و --- والكرة ١٠ بيضاء، فلا بد – على أساس مبدأ عدم التناقض – أن يكون افتراضنا للسواد في إحدى الكرات البيض ، يتضمن أن تكون الكرة ١ سوداء، أو الكرة ٢ سوداء ، وهكذا.

وخلافا لذلك العلم الإجمالي الشرطي من القسم الأول فإنه ينبئ عن الواقع ويتحدث عنه بلغة يشوبها الشك والترديد، ولهذا كان بإمكان

ذات أكثر علما منا أن نتحدث عن ذلك الواقع نفسه بلغة سليمة من الشك والترديد.

وهذا الفارق الجوهرى بين القسمين يؤدي إلى القول : بأن القسم الثانى من العلم الإجمالى لا يمكن أن يكون أساسا لتقييم الاحتمال؛ لأنه مادام لا يتحدث عن الواقع ولا يكشف عنه، فلا يمكن أن تحدد على أساسه قيمة الاحتمال الذى ينبئ عن الواقع . خلافا للقسم الأول من العلم الإجمالى الشرطى فإنه – نظرا إلى إخباره عن الواقع – يصلح أن يتخذ أساسا لتقييم الاحتمالات وتحديد درجتها.

وعلى هذا الأساس نكتشف الخطأ فى تطبيق نظرية الاحتمال على المثال التالى : إذا كانت حقيقة (ن) تحتوي على عشر كرات مجهولة اللون مرقمة من ١ إلى عشرة قد جمعت دون أن يكون للونها أى اعتبار فى جمعها فى تلك الحقيقة، وسحبنا منها تسع كرات من ١ إلى ٩ ، ورأيناها بيضاء، فقد تطبق نظرية الاحتمال بطريقة تؤدي إلى إعطاء احتمال أن تكون الكرة العاشرة بيضاء قيمة احتمالية كبيرة على أساس علم إجمالى شرطى، وهو العلم الإجمالى بأن الحقيقة لو كان فيها كرة غير بيضاء لكانت إما الكرة ١ وإما الكرة ٢ وإما الكرة ٣ وإما ---- وإما الكرة ١٠ .

وهذا العلم الإجمالى الشرطى يحتوى على عشر قضايا شرطية محتملة، وكلها تشترك فى شرط واحد وهو افتراض أن يكون فى الحقيقة كرة واحدة غير بيضاء ، وتختلف فى الجزاء، فالقضية الشرطية الأولى تعين الكرة السوداء المفترضة فى الكرة ١ ، والقضية الثانية تعينها فى الكرة ٢ ، وهكذا.

ونحن نعلم بأن الجزاء فى القضايا الشرطية المحتملة التسع التى ترتبط بالكرة ١ إلى ٩ غير ثابت فى الواقع؛ لأننا رأينا أن الكرات التسع كلها بيضاء، وهذا يعنى : أن القيمة الاحتمالية لتلك القضايا الشرطية التسع تبرهن على نفي الشرط بدرجة احتمال الجامع بين تلك القضايا التسع؛ لأن الطريق الوحيد للحفاظ على صدق الشرطية التى

نعلم أن جزائها غير ثابت، هو افتراض أن شرطها غير ثابت. وبهذا يصبح احتمال أن تكون الكرة العاشرة بيضاء كبيراً، نتيجة تجمع القيم الاحتمالية للقضايا الشرطية التسع المحتملة.

إن هذا التطبيق يعتبر خطأ ؛ لأنه يحدد قيمة احتمال بياض الكرة ١٠ على أساس القيم المستمدة من العلم الإجمالي الشرطي بأنه لو كان في الحقيقة كرة غير بيضاء فهي إما الكرة ١ ، وإما الكرة ٢ --- إلى آخرها. وهذا العلم الإجمالي الشرطي يدخل في القسم الثاني ؛ لأن الجزاء فيه غير محدد في الواقع، فهو لا ينبئ عن واقع وإنما يعبر فقط عن عدم إمكان التناقض في الافتراضات، فلا يصلح أساساً لتحديد القيمة الاحتمالية.

ويمكن أن نقرر الحقيقة التي شرحناها، بوصفها البديهية الإضافية الخامسة، ونضع صيغتها كما يلي :

كلما كان العلم الإجمالي الشرطي يتحدث عن جزاء غير محدد في الواقع، فلا يصلح أن يكون أساساً لتنمية الاحتمال بتجمع عدد من قيمه الاحتمالية في محور واحد. وهذا يعني : أن الشرط الأساس لهذه التنمية – على أساس العلم الإجمالي الشرطي – أن يكون معبراً عن جزاء محدد في الواقع (((٠ (١)

ولمزيد من الإيضاح : كتب السيد عمار أبو رغيف في كتابه (منطق الاستقراء) تحت عنوان (مشكلات العلوم الإجمالية الشرطية) ما نصه :

((**مشكلات العلوم الإجمالية الشرطية :** ينصب العلم الإجمالي على قضية حملية أحياناً ، وينصب أحياناً أخرى على قضية شرطية ، فقد أعلم بزيارة وزير لمدينتنا وأشك في كونه الوزير (أ) ، (ب) --- ، فالعلم هنا ينصب على قضية حملية (أن وزيراً سيزور مدينتنا) ،

وقد لا أعلم ولا أجزم بتحقيق زيارة أحد الوزراء ، ولكنني أعلم أنه إذا زار مدينتنا أحد الوزراء فهو إما (أ) أو (ب) --- .

فالعلم هنا منصب على قضية شرطية ، ونطلق على العلم الإجمالي الأول (العلم الإجمالي الحملي) ، وعلى الثاني (العلم الإجمالي الشرطي) .

والعلم الإجمالي الشرطي يثير أماننا مشكلتين رئيسيتين ، نستطيع أن نفيد من معالجة إحداها قاعدة، وتلزمنا الثانية باتخاذ بديهية، تكون أساسا لنظرية الاحتمال، وسنأتي هنا على عرض كلتا المشكلتين ودراستهما :

المشكلة الأولى : إذا كنا في يوم ١٠ / ١ نعلم بأن (س) لديه امتحان دراسي يحصل في ضوئه على درجة الدكتوراه في القاهرة يوم ٢٠ / ١ ، وكنا نحتمل مرضه خلال هذه الأيام بدرجة ١/٢ ، لكننا نعلم أيضا أنه إذا لم يكن مريضا فسوف يسافر حتما أما في يوم ١٤ / ١ أو ١٥ / ١ --- أو ١٨ / ١ ، أي أننا نعلم بإحدى القضايا الشرطية التالية :

١ - إذا لم يكن (س) مريضا فسوف يسافر إلى القاهرة يوم ١٤ / ١ .

٢ - إذا لم يكن (س) مريضا فسوف يسافر إلى القاهرة يوم ١٥ / ١ .

٣ - إذا لم يكن (س) مريضا فسوف يسافر إلى القاهرة يوم ١٦ / ١ .

٤ - إذا لم يكن (س) مريضا فسوف يسافر إلى القاهرة يوم ١٧ / ١ .

٥ - إذا لم يكن (س) مريضا فسوف يسافر إلى القاهرة يوم
١٨ / ١ .

ومن الواضح أن كل قضية من هذه القضايا القضائية
تشكل طرفا من أطراف العلم الإجمالي ، ومن ثم فهي محتملة بدجة
١/٥ .

لكن اجتماع هذا العلم الشرطي مع العلم الإجمالي الحملي الذي
حددنا في ضوءه قيمة احتمال مرض (س) بـ (١/٢) يضعنا أمام
مشكلة تقييم درجة الاحتمال الحملي ، في حال اكتشافنا كذب الجزاء
في بعض القضايا الشرطية المحتملة ، فإذا علمنا بأن (س) لم يسافر
في اليوم ١٤ / ١ واليوم ١٥ / ١ ، وكنا في اليوم ١٦ / ١ قبل إقلاع
الطائرة . فهل أن قيمة احتمال أن يكون (س) مريضا ستبقى على
(١/٢) أم ستتغير ؟

نلاحظ القضية الشرطية التالية :

(إذا كان مسيلمة نبيا فهو حسن الأخلاق) .

هذه القضية الشرطية لها شرط، وهو (نبوة مسيلمة)، ولها جزاء،
وهو (حسن أخلاقه) .

ومن الواضح أن هذه القضية الشرطية قضية متيقنة لدينا؛ لأن
النبي لا بد أن يكون حسن الخلق، فإذا ثبت لدينا أن مسيلمة سيء
الخلق فسوف يثبت لدينا حتما أن مسيلمة ليس نبيا.

نلاحظ هنا أننا على يقين بصدق القضية الشرطية (إذا كان مسيلمة
نبيا فهو حسن الأخلاق)، أي أننا نحتمل صدق هذه القضية بدرجة
(١/١)، والسر في ذلك أن صدق القضية الشرطية أمر ثابت، وكذب
الجزاء أمر ثابت أيضا ، ولكي تحافظ القضية الشرطية على صدقها
فسوف تدل على كذب الشرط بنفس الدرجة التي تثبت فيها صدقها؛

لأن القضية الشرطية التي كذب جزاؤها لا تحافظ على صدقها إلا
بثبوت كذب شرطها.

نعود إلى القضايا الشرطية المحتملة :

إذا لم يكن (س) مريضا فسوف يسافر إلى القاهرة يوم ١٤ / ١ .

إذا لم يكن (س) مريضا فسوف يسافر إلى القاهرة يوم ١٥ / ١ .

إذا لم يكن (س) مريضا فسوف يسافر إلى القاهرة يوم ١٦ / ١ .

إذا لم يكن (س) مريضا فسوف يسافر إلى القاهرة يوم ١٧ / ١ .

إذا لم يكن (س) مريضا فسوف يسافر إلى القاهرة يوم ١٨ / ١ .

نلاحظ هنا أن كل واحدة من هذه القضايا الشرطية قضية محتملة
بدرجة ١/٥ ، لأن كل واحدة منها طرف من أطراف العلم الإجمالي
الشرطي.

وبما أن القضية الشرطية صادقة بدرجة ١/٥ ، وقد كذب جزاؤها ،
أي ثبت أن (س) لم يسافر إلى القاهرة يوم ١٤ / ١ ، حينئذ ستثبت
الشرط بنفس درجة صدقها ، أي بدرجة ١/٥ ، هذا إذا ثبت كذب
الجزاء في قضية شرطية واحدة، أما إذا ثبت كذب الجزاء في قضيتين
شرطيتين من قضايا العلم الإجمالي، فهذا يعني أن كل واحدة من
القضيتين الشرطيتين تثبت (مرض س) أي كذب الشرط بدرجة
١/٥ ، حينئذ سيكون احتمال مرض (س) مساويا لـ $1/5 + 1/5 = 2/5$.

في هذا الضوء يمكن أن نستنتج قاعدة تفيدنا في حساب احتمال
قيمة احتمال الحوادث، وهي أن :

كل علم إجمالي شرطي - يضم مجموعة من القضايا الشرطية المحتملة، التي تشترك في شرط واحد، وتختلف في جزاءاتها - ينفي الشرط المشترك بقيمة احتمالية تساوي حاصل جمع القيم الاحتمالية للقضايا الاحتمالية التي علمنا بكذب جزاؤها، في إطار مجموعة أطراف العلم الإجمالي الشرطي.

المشكلة الثانية : إن العلوم الإجمالية الشرطية يمكن أن نقسمها إلى قسمين، تبعا لطبيعة جزاءها :

أولا - العلوم الإجمالية ذات الواقع المحدد.

ثانيا - العلوم الإجمالية التي ليس لها واقع محدد.

فالعلم الإجمالي قد يكون جزاؤه مشيرا إلى أمر محدد في لوح الواقع ولكن جهلنا وعدم اطلاعنا يجعلنا نتردد ونعدد بدائل الجزاء، كما في المثال التالي :

إذا ذهبنا إلى المستشفى هذه الساعة فسوف أجد الدكتور (س) أو (ص) أو (ع) --- .

لنلاحظ الجزاء في هذه القضية الشرطية (سأجد الدكتور (س) أو (ص) أو (ع) ---) نجد أن الجزاء يتحدث عن أمر لا نستطيع تحديده بحكم عدم اطلاعنا ، لكن الجزاء محدد في الواقع؛ إذ لو سألنا استعلامات المستشفى فسوف نخبرنا بالدكتور المناسب في تلك الساعة، ونحن نطلق على هذا العلم الإجمالي (العلم الإجمالي ذو الواقع المحدد).

ويمكن أن يكون لدينا علم إجمالي شرطي ليس لجزاءه واقع محدد، أي أن جزاءه لا يتحدث عن الواقع كما هو الحال في المثال التالي :

لو علمنا أن المستشفى (س)، الذي نريد مراجعته ليلا لا يتوفر على جهاز للتصوير الشعاعي، ونعلم أيضا أن أجهزة التصوير

الشعاعي المتوفرة فعلا في مستشفيات البلاد محصورة في الأنواع التالية (أ)، (ب)، (ج)، حينئذ سيكون لدينا العلم الإجمالي التالي :

إذا كان هناك جهاز تصوير في المستشفى (س) فهو إما أن يكون من النوع (أ) أو (ب) أو (ج) .

وعند تحليل هذا العلم الإجمالي الشرطي نجده متمثلا في ثلاث قضايا شرطية محتملة :

١ - إذا كان في المستشفى (س) جهاز تصوير فهو من النوع (أ) .

٢ - إذا كان في المستشفى (س) جهاز تصوير فهو من النوع (ب) .

٣ - إذا كان في المستشفى (س) جهاز تصوير فهو من النوع (ج) .

ولكن لو راجعنا مسؤول المشتريات في المستشفى فهل يستطيع أن يحدد لنا نوع الجهاز المفترض وجوده في المستشفى (س) ؟

طبعاً لا يستطيع أن يحدد، بل لا يحدد نوعية هذا الجهاز حتى علام الغيوب، والسر في ذلك أن الجزاء في العلم الإجمالي لا يتحدث عن الواقع، فتعدد البدائل في الجزاء لا لعدم اطلاعنا الكامل ، بل تتعدد البدائل في الجزاء لكي نتجنب الوقوع في التناقض بين الافتراضات، فما دما قد افترضنا وجود الجهاز، وافترضنا انحصاره في النوع (أ) أو (ب) أو (ج)، فلا بد أن تتعدد بدائل الجزاء المترتب على الافتراض الأول .

السؤال المطروح هنا : هل يمكننا أن نقيم درجة احتمال الحوادث على أساس هذا العلم الإجمالي أم لا ؟

طبعاً لا نستطيع أن نقيم درجة احتمال الحوادث في ضوء هذا العلم الإجمالي الشرطي؛ لأن الاحتمال يرتبط بتقييم الواقع، ونحن نريد بتمية درجة الاحتمال أن نقرب من تحديد الواقع المردد بين بدائل متعددة، بينما ليس لهذا العلم الإجمالي الشرطي واقع يتحدث عنه، بل واقعه على افتراض الشرط يبقى مردداً إلى ما لا نهاية، ولذا لا يستطيع أحد مهما بلغت درجة معلوماته على رفع التردد، الذي يلف هذا العلم الإجمالي.

ومن هنا يمكننا أن نتخذ هذا المفهوم كمبدأ من مبادئ نظرية الاحتمال، ونقول :

(إن الشرط الأساس للإفادة من العلوم الإجمالية الشرطية في تقييم درجة الحوادث أن تكون هذه العلوم ذات واقع محدد).

وهذه هي البديهية الإضافية الرابعة – الخامسة بحسب الشهيد الصدر – التي ينبغي إضافتها إلى قائمة البديهيات التي تركز عليها نظرية الاحتمال المختارة ((٠ (٢)

التعريف والعلم الإجمالي الشرطي
في ضوء دراسة (يحيى محمد) :

في كتابه (الاستقراء والمنطق الذاتي) كتب يحيى محمد ما نصه :

((قسم المفكر الصدر العلم الإجمالي إلى نوعين :

أحدهما : حملي كقولنا : أن أحد هذين الإناءين متنجس ، على افتراض جهلنا بتحديد المتنجس منهما.

والآخر شرطي : كقولنا : إذا علمنا بأن الحامض النووي RNA ، فلا بد أن يكون إما m RNA أو tRNA أو rRNA .

وفي المثال الأخير الخاص بالعلم الإجمالي الشرطي نلاحظ وجود ثلاثة أطراف شرطية محتملة كالاتي :

- ١ - إن الحامض النووي إذا كان RNA ، فهو mRNA .
- ٢ - إن الحامض النووي إذا كان RNA ، فهو tRNA .
- ٣ - إن الحامض النووي إذا كان RNA ، فهو rRNA .

وتعبر هذه الأطراف عن وجود شرط واحد مشترك مع ثلاث جزاءات، يتحتم أن يكون واحدا منها صحيحا.

ولكن حين نتردد في وجود الشرط بين أن يكون عبارة عن الحامض النووي RNA أو DNA ، فإن الجزاءات الثلاثة السابقة ستفقد صفة القطع واليقين الخاص بالمجمل الذي يمثل المعلوم الكلي للعلم الإجمالي السابق ، إذ يمكن أن تكون جميع الجزاءات غير صادقة في الواقع.

وإذا عرفنا يقينا أن الحامض النووي ليس mRNA ولا tRNA ، فإن هذا العلم سيصبح مصدر قوة لاحتمال كبير في نفي أن يكون الحامض هو RNA ، وبذلك تكبر قيمة احتمال وجود الحامض DNA ، حيث أنها ستكسب الجامع من قيمتي الحامضين المنفيين mRNA و tRNA .

وقد ميز المفكر الصدر بين هذا العلم الشرطي الذي يتصف بوجود جزاء معين في الواقع لا نعلمه إجمالا، وبين علم شرطي آخر يتصف بأن جزاءه غير محدد في الواقع. فمثلا لو كنا نعلم حقيقة وجود ثلاث كرات بيض في حقيبة، ثم طرحنا على أنفسنا هذا السؤال : إذا كان في الحقيبة كرة سوداء فأى من تلك الكرات يحتمل لها أن تكون ؟ فهذا العلم لا يحدد لنا جزاءا محددا للواقع، لأننا نعلم مسبقا بأنه لا توجد

كرة سوداء، ومن ثم ليس باستطاعته أن ينمي أي درجة احتمالية،
بخلاف العلم السابق الذي له جزاء محدد في الواقع.

لكن يلاحظ أن المفكر الصدر طبق هذا العلم الأخير على نوع من
الأمثلة الهامة في نظرية الاحتمال فخرج بنتيجة غير متوقعة، إذ ذكر
يقول :

« إذا كانت حقيقية (ن) تحتوي على عشر كرات مجهولة اللون
مرقمة من (١) إلى (١٠) قد جمعت دون أن يكون للونها أي
اعتبار في جمعها في تلك الحقيقية ، وسحبنا منها تسع كرات من (١)
إلى (٩)، ورأيناها بيضاء، فقد تطبق نظرية الاحتمال بطريقة تؤدي
إلى إعطاء احتمال أن تكون الكرة العاشرة بيضاء قيمة احتمالية كبيرة
على أساس علم إجمالي شرطي، وهو العلم الإجمالي بأن الحقيقة لو
كان فيها كرة غير بيضاء لكانت إما الكرة (١) وإما الكرة (٢) وإما
الكرة (٣) وإما --- وإما الكرة (١٠)، وهذا العلم الإجمالي
الشرطي يحتوي على عشر قضايا شرطية محتملة، وكلها تشترك في
شرط واحد وهو افتراض أن يكون في الحقيقة كرة واحدة غير
بيضاء، وتختلف في الجزاء : فالقضية الشرطية الأولى تعين الكرة
السوداء المفترضة في الكرة (١)، والقضية الثانية تعينها في الكرة
(٢)، وهكذا --- ونحن نعلم بأن الجزاء في القضايا الشرطية
المحتملة التسع التي ترتبط بالكرة (١) إلى (٩) غير ثابت في
الواقع، لأننا رأينا أن الكرات التسع كلها بيضاء، وهذا يعني : أن
القيمة الاحتمالية لتلك القضايا الشرطية التسع تبرهن على نفي الشرط
بدرجة احتمال الجامع بين تلك القضايا التسع؛ لأن الطريق الوحيد
للحفاظ على صدق القضية الشرطية التي نعلم أن جزاءها غير ثابت،
هو افتراض أن شرطها غير ثابت. وبهذا يصبح احتمال أن تكون
الكرة العاشرة بيضاء كبيراً جداً نتيجة تجمع القيم الاحتمالية للقضايا
الشرطية التسع المحتملة . إن هذا التطبيق يعتبر خطأ ، لأنه يحدد قيمة
احتمال بياض الكرة (١٠) على أساس القيم المستمدة من العلم
الإجمالي الشرطي بأنه لو كان في الحقيقة كرة غير بيضاء فهي إما
الكرة (١)، وإما الكرة (٢) --- الخ. وهذا العلم الإجمالي الشرطي

يدخل في القسم الثاني؛ لأن الجزاء فيه غير محدد، فهو لا ينبئ عن واقع وإنما يعبر فقط عن عدم إمكان التناقض في الافتراضات، فلا يصلح أساساً لتحديد القيمة الاحتمالية .»

والواقع أنه لو صدقت النتيجة التي أدلى بها المفكر الصادر لكان يعني أنه لا يمكننا مثلاً أن نتنبأ باحتمال قوي لحدوث النهار في اليوم التالي نتيجة ما كسبناه من مشاهدات سابقة كثيرة، كما لا يمكننا التنبؤ بقيمة عالية أن تكون الكرة المسحوبة الأخيرة بيضاء اللون حين نسحب عشوائياً مليون كرة يظهر جميعها بنفس ذلك اللون. وهذا خلاف الوجدان.

وأما سبب الخطأ فهو الظن بأن المثال السابق لا يملك جزاء محددًا بالنسبة للعلم الإجمالي الشرطي، مع أن الحقيقة هو أنه عند سحب الكرات التسع ما زال ينتابنا التردد الواقعي في حقيقة لون الكرة الأخيرة التي يحتمل أن تكون بيضاء، بينما العلم الإجمالي الذي يفتقر إلى الجزاء الواقعي لا يملك احتمالاً أو تردداً حقيقياً، وإنما هو يعبر عن افتراض كاذب لا رابط له بالواقع إطلاقاً. لهذا فالمثال السابق لا يمكن فصله عن العلم الشرطي ذي الجزاء المحدد، وهو يشابه المثال المذكور بخصوص هذا العلم، ويختلف كلياً عن المثال المذكور بخصوص العلم الشرطي ذي الجزاء غير المحدد في الواقع.

وأهمية هذا المثال ترتبط بمسألة تنمية احتمال القضايا المستقلة عن افتراض العلم بالسببية، ولو نجحت المحاولة السابقة لكانت تنمية احتمال هذه القضايا مستحيلة. ففي بعض المناسبات حاول المفكر أن يثبت هذا المدعى بمثل ما ذكره في المثال السابق. وكرر هذه النتيجة حين أراد تحديد بعض القيم الاحتمالية الخاصة بمثال حقيقة لابلاس الذي افترض وجود حقيقة ذات خمس كرات، ونملك حولها ثلاثة احتمالات متساوية، فهي إما تحتوي على أربع كرات بيض، أو ثلاث كرات بيض أو جميعها بيض، وقد صادف أن سحبنا عشوائياً ثلاث منها فظهرت كلها بيضاء. ولعله من الطبيعي في هذه الحالة أن نتوقع أن تكون الحقيقة ذات خمس كرات بيض، ولو سحبنا كرة رابعة لكننا

نتوقع أيضا أن تكون بيضاء. لكن ما رآه المفكر الصدر هو أن سحب الكرات البيض من تلك الحقيبة لا يؤثر على قيمة احتمال سحب كرة بيضاء رابعة. وهذا يعني أنه لو كانت لدينا حقيبة تحوي ألف كرة وكنا نتردد باحتمالين متساويين فيما إذا كانت الكرات كلها بيضاء أو أن واحدة منها – فقط – سوداء، فعلى هذا الرأي يفترض أنه لو سحبنا – عشوائيا – كل الكرات عدا واحدة، وتبين أنها بيض جميعا، فسوف لا يؤثر ذلك على احتمال لون الأخير المقدّر بـ $(1/2)$ ، وهو خلاف الوجدان والواقع.

على أن الطريقة التي اعتمدت في تحديد النتيجة السابقة هي طريقة شائعة لدى عدد من المفكرين الغربيين الذين لم يعولوا على مبدأ التعلم من التجارب السابقة في الحسابات الاحتمالية المستقلة، وقد ذهب إليها فلاسفة مشهورون من أمثال بيرس (١٨٨٣) وفتجنشتاين (سنة ١٩٢١)، بل وحتى كينز في أحد فصول كتابه (رسالة في الاحتمال)، رغم أنه في الفصول الأخرى أكد ببلاغة تامة ضرورة التعلم من التجربة والخبرة، وهي طريقة طرحت لأجل حل مشكلة الاستقراء والتنبؤ، وقد أطلق عليها كارناب الطريقة الفردية في قبال تلك التي تعتمد على مبدأ التعلم من التجارب السابقة والتي أوسمها الطريقة الإحصائية كالذي مر معنا من قبل. وقد ذهب أحد الباحثين إلى أن هناك اختلافا حول نتائج هذه الحسابات الاحتمالية بين صاحب النظر الموضوعي للاحتمال وصاحب النظر الذاتي له. فمثلا لو كانت لدينا جرة فيها كرات غير معلومة اللون، فإن سحب واحدة منها عشوائيا ومن ثم إرجاعها سيجعل من احتمال سحب الأخرى موضع اختلاف في تحديد القيمة الاحتمالية لها. ذلك أن صاحب النظر الموضوعي للاحتمال يرى أن احتمال سحب الثانية مستقل عن حقيقة سحب الأولى، ولنفرضها كانت سوداء، وذلك لأنه لا يوجد علاقة سببية بين لوني الكرتين، أو أنه لا يوجد اتصال سببي أو تجريبي بين الحادثتين للسحب، وبالتالي فإن احتمال سحب الثانية لا يختلف عن احتمال سحب الأولى. لكن الأمر مع صاحب النظر الذاتي للاحتمال مختلف، كما هي الحال مع فنتي الذي يعتبر أن الحوادث في تعاقب السحب ليست مستقلة كليا، ذلك أنها ليست مستقلة بالنسبة إلى

المعرفة، أو إلى درجات الاعتقاد. فتتابع الحوادث يزودنا بالدليل على نتائج الحوادث المستقبلية. ومع أننا نرى أن مبررات الاعتماد على مبدأ التجارب السابقة قوية لا يمكن إغفالها، وأنها قابلة للتموضع موضعاً منطقياً يكفل صحة الاعتماد على الحسابات المتأثرة بتلك التجارب، إلا أنه ليس من المعلوم أن تكون هناك طريقة أحادية يمكن ترجيحها على غيرها من الطرق الكفيلة في الحسابات الاحتمالية، رغم أنه لا غنى في جميع الأحوال من الاعتماد على مبدأ عدم التمييز.

من جهة أخرى عارض المفكر الصدر اعتبار الحقائق الثلاث المفترضة متساوية الاحتمال قبل السحب، رغم أن هذه القيمة يفرضها مبدأ عدم التمييز الذي اتخذه أساساً لبناء نظرية الاحتمال، على منوال طريقة لابلاس. وقد قدم لذلك تبريراً مستبعداً، حيث ردها إلى حساب التردد في احتمالات اللون للكرات الموجودة في الحقيبة، مع أنه مهما بلغ هذا التردد فسيستحيل عليه أن يؤثر على قيم افتراضات الحقيبة قبل السحب.

مهما يكن، هناك بديهية تفرق بين العلوم الشرطية من خلال معرفة حقيقة الجزاء، وهي البديهية الخامسة والأخيرة التي أضافها المفكر الصدر إلى سائر بديهاته السابقة. وهي تنص بأنه :

" كلما كان العلم الإجمالي الشرطي يتحدث عن جزاء غير محدد في الواقع، فلا يصلح أن يكون أساساً لتنمية الاحتمال بتجمع عدد من قيمه الاحتمالية في محور واحد. وهذا يعني : أن الشرط الأساس لهذه التنمية – على أساس العلم الإجمالي الشرطي – أن يكون معبراً عن جزاء محدد في الواقع " ((٠ (٣)

تعليقتنا على موقف يحيى محمد من التعريف والعلم الإجمالي الشرطي

أولاً : إن النقد الذي سجله يحيى محمد على ما كتبه الشهيد الصدر عن العلوم الإجمالية الشرطية لم يكن موجهاً إلى مضمون البديهية الخامسة وإنما كان موجهاً إلى الأمثلة التي ساقها الشهيد الصدر لإيضاح هذه البديهية ؛ فيحيى محمد يرى أن الأمثلة التي ساقها الشهيد الصدر لإيضاح البديهية الخامسة لا تصلح كأمثلة لهذه البديهية ؛ ولهذا السبب كتب - كما مر بنا فيما تقدم - : « لكن يلاحظ أن المفكر الصدر طبق هذا العلم الأخير على نوع من الأمثلة الهامة في نظرية الاحتمال فخرج بنتيجة غير متوقعة --- »

ثانياً : يبدو أن يحيى محمد يعتقد أن مثال الحقيبة ذات الكرات العشر - التي نعلم بأن كراتها المرقمة من (١) إلى (٩) بيضاء اللون، ولا نعلم عن لون الكرة العاشرة شيئاً -، لا يمكن أن يكون مثلاً للعلم الإجمالي الشرطي ذي الجزاء غير المحدد في الواقع - كما يرى الشهيد الصدر -، بل هو مثال لا يمكن فصله عن العلم الإجمالي ذي الجزاء المحدد.

أما نحن فنعتقد أن مثال الحقيبة ذات الكرات العشر - السابق - كما أنه لا يصلح لأن يكون مثلاً للعلم الإجمالي الشرطي ذي الجزاء غير المحدد في الواقع ، كذلك لا يصلح أن ينظر إليه على أنه مثال لا يمكن فصله عن العلم الإجمالي الشرطي ذي الجزاء المحدد ؛ إذ أننا نعتقد أن العلوم الإجمالية الشرطية تنقسم إلى ثلاثة أقسام :

القسم الأول : العلوم الإجمالية الشرطية التي يكون لشرطها جزاء محدد في الواقع، ولا يمكن أن تكون جميع الجزاءات غير صادقة في الواقع ومثاله : إذا علمنا بأن الحامض النووي هو RNA ، فلا بد أن يكون إما mRNA أو tRNA أو rRNA .

ومن الواضح أن هذا العلم الإجمالي الشرطي يشتمل على ثلاثة أطراف شرطية محتملة، وتعتبر هذه الأطراف عن شرط واحد مشترك مع ثلاثة جزاءات، يتحتم أن يكون واحدا منها صحيحا.

ويمتاز هذا القسم من العلوم الإجمالية الشرطية بأن الشرط في هذه العلوم واقعة مؤكدة – كما هو واضح من المثال فالعلم بأن الحامض هو RNA ثابت – والجزاء مررد بين حالات متعددة.

القسم الثاني : العلوم الشرطية التي يكون لشرطها جزاء غير محدد في الواقع، ومثاله : الحقيقة ذات الكرات العشر التي نعلم بأن جميع كراتها بيضاء، ومع ذلك بإمكاننا أن نلقي على أنفسنا هذا السؤال : إذا كان في حقيقة (ن) كرة واحدة على الأقل سوداء ، فأني واحدة من هذه الكرات سوف تكون سوداء ؟ ونظرا إلى أنا لا نستطيع أن نعين الكرة السوداء، على افتراض أن في الحقيقة كرة سوداء، فسوف نواجه علما إجماليا شرطيا، شرطه : افتراض أن واحدة من الكرات العشر البيض سوداء، وجزاءه مررد بين عشرة بدائل، إذ على هذا الافتراض قد تكون الكرة ١ سوداء، وقد تكون الكرة ٢ سوداء، وهكذا.

وهذا الجزاء في القضية الشرطية غير محدد ، لا في خبرتي فقط ، بل في الواقع أيضا ، ولا يمكن حتى لذات كلية العلم أن تعين الكرة التي كانت تتصف بالسواد لو كان في الكرات البيض العشر كرة سوداء .

القسم الثالث : العلوم الشرطية التي قد يكون لجزائها واقع محدد وقد لا يكون، أي أنه من المحتمل أن يكون لها جزاء في الواقع. ومثاله : أن تعلم بأن أخاك إذا لم يكن مريضا فسوف يزورك خلال عشرة أيام مرة واحدة.

وعلى أساس ما تقدم يتضح :

أ – إن (يحيى محمد) قد استطاع أن يميز بشكل واضح بين الأقسام الثلاثة للعلوم الإجمالية الشرطية، ولكن المؤسف في الأمر أنه

لم يوظف ذلك بشكل لا يؤدي إلى الإرباك، ولعل أحد نتائج هذا الإرباك هو أن (يحيى محمد) قد تصور أن الشهيد الصدر قد ميز بين القسم الثالث وبين القسم الثاني، كما هو واضح من قوله : ((وقد ميز المفكر الصدر بين هذا العلم الشرطي الذي يتصف بوجود جزاء معين في الواقع لا نعلمه إلا إجمالاً، وبين علم شرطي آخر يتصف بأن جزاءه غير محدد في الواقع)) .

ولكن الحقيقة – كما سيتضح بجلاء – أن الشهيد الصدر وإن كان مدركا إدراكا عميقا للقسم الثالث من أقسام العلوم الإجمالية ولقيمتة ودوره في تنمية الاحتمال – كما هو واضح مما كتبه فيما تقدم تحت عنوان (العلوم الإجمالية الحملية والشرطية) –، إلا أنه حينما أراد تمييز العلم الإجمالي الشرطي ذي الجزاء غير المحدد في الواقع عن غيره من العلوم الإجمالية الشرطية، ركز بشكل أساس على تمييزه عن القسم الأول (العلم الإجمالي الشرطي ذو الجزاء المحدد في الواقع)، ولم نجد من الشهيد الصدر تمييزا صريحا للقسم الثاني من العلوم الإجمالية الشرطية عن القسم الثالث من هذه العلوم (العلم الإجمالي الشرطي الذي نحتمل أنه قد يكون له جزاء محدد في الواقع وقد لا يكون) .

ثم أن عبارة (يحيى محمد) التالية : [وقد ميز المفكر الصدر بين هذا العلم الذي يتصف بوجود جزاء معين في الواقع لا نعلمه إلا إجمالاً] لا تخلو من أن تؤدي إلى إرباك، فالمقصود بالعبارة – بحسب (يحيى محمد) – هو القسم الثالث من أقسام العلوم الإجمالية الشرطية بينما العبارة تصدق على القسم الأول من هذه العلوم، إذ أن العلوم الإجمالية من القسم الأول هي التي تتصف بأن لها جزاء معيناً في الواقع لا نعلمه إلا إجمالاً، أما العلوم الإجمالية من القسم الثالث فهي تتصف بأنها من المحتمل أن يكون لها جزاء معيناً في الواقع، [إذ يمكن أن تكون جميع الجزاءات غير صادقة في الواقع] .

ب – أن مثال الحقيقة ذات الكرات العشر – التي نعلم بأن تسعا منها بيضاء والعاشرة لا نعلم عن لونها شيئاً – لا يصلح أن يكون مثالا

للعلم الإجمالي الشرطي ذي الجزاء غير المحدد؛ لأن هناك تردد واقعي في حقيقة لون الكرة الأخيرة، فقد يكون لونها بيضاء فعلا، والعلم الإجمالي الشرطي ذي الجزاء غير المحدد في الواقع لا يملك احتمالا أو ترددا واقعيا وحقيقيا، وإنما هو يعبر عن افتراض كاذب لا رابط له بالواقع إطلاقا.

ج - أن المثال المذكور لا يصلح لأن يكون مثالا للعلم الإجمالي الشرطي ذي الجزاء المحدد؛ لأن هناك تردد واقعي في حقيقة لون الكرة الأخيرة، فقد يكون لونها ليس بأبيض فعلا ، وهذا يعني أن هناك احتمال بأن العلم الإجمالي الشرطي - في هذه الحالة - لا يمتلك جزاء ثابتا ومحددا في الواقع ، والعلم الإجمالي الشرطي ذي الجزاء المحدد لا بد وأن يكون أحد جزاءاته ثابتا ومحددا في الواقع، ولا يحتمل فيه عدم امتلاكه لجزاء ثابت ومحدد في الواقع.

د - هكذا يتبين أن المثال المذكور هو مثال للعلم الإجمالي الشرطي من القسم الثالث.

ثالثا : لقد ركز الشهيد الصدر بشكل كبير على العلوم الإجمالية الشرطية من القسم الثالث ؛ ولذلك ذكر في كتابه (الأسس المنطقية للاستقراء) - في ما نقلناه عنه فيما تقدم - :

((ونصل هنا إلى تطبيق في غاية الأهمية للفكرة ، وهو أن العلم الإجمالي الشرطي إذا كان يمثل شرطه واقعة محتملة وغير مؤكدة، وكان جزؤه مترددا بين عشر حالات كل واحدة منها تعتبر جزاء في إحدى القضايا الشرطية المحتملة التي يضمها ذلك العلم، وكنا نعلم بأن عددا من جزاءات تلك القضايا الشرطية المحتملة غير ثابت، فإن ذلك يؤدي إلى الحصول على قيمة احتمالية نافية لتلك الواقعة المحتملة التي يمثلها الشرط في العلم الإجمالي الشرطي، وهذه القيمة تساوي قيمة الجامع بين القضايا الشرطية المحتملة التي نعلم بأن جزاءاتها غير ثابتة)) .

وقد حاول الشهيد الصدر في كتابه المذكور أعلاه الاستفادة من هذا النوع من العلوم الإجمالية الشرطية في تنمية قيمة احتمال العديد من القضايا ، وفيما يلي بعض الأمثلة على ذلك :

المثال الأول : في الفصل الأول من القسم الثالث من كتابه (الأسس المنطقية للاستقراء) ، وتحت عنوان (التطبيق الثاني) كتب الشهيد الصدر ما نصه : (((في هذا التطبيق نفترض : أنه لا مبرر قبلي للإيمان بنفي علاقة السببية الوجودية – بمفهومها العقلي – بين (أ) و (ب) ، ولا للإيمان باستحالة الصدفة المطلقة ، وهذا يعني : أن من المحتمل أن يكون لـ (ب) سبب توجد حتما عند وجوده ، ومن المحتمل في نفس الوقت أن توجد أحيانا بدون سبب أيضا ، وهو معنى الصدفة المطلقة .

والعامل الجديد في هذا الموقف هو الاحتمال القبلي للصدفة المطلقة ، وهذا الاحتمال لا يسمح للمستقرىء أن يستنتج من اقتران (أ) و (ب) في التجربة ، سببية (أ) لـ (ب) ، حتى إذا لم يوجد احتمال لسببية (ت) أو (ج) أو شيء آخر لـ (ب) ؛ لأن الصدفة المطلقة محتملة ، وما دامت محتملة فقد يكون (ب) موجودا صدفة .

فلنفرض – مثلا – أن (أ) هو الشيء الوحيد المحتمل كونه سببا لـ (ب) ، لنعرف ما هو الطريق لتنمية احتمال هذه السببية ونفي احتمال الصدفة المطلقة ، وعلى أساس أي علم إجمالي يمكن أن ننمي احتمال الصدفة المطلقة ، وبالتالي احتمال سببية (أ) لـ (ب) ، بعد أن كان من الواضح عجز العلم الإجمالي البعدي الذي كنا نتخذه أساسا لتنمية احتمال السببية في التطبيق السابق للقيام بهذا الدور ؛ لأن ذلك العلم لا يمكنه أن يعمل شيئا ، سوى أن يثبت – بقيمة احتمالية كبيرة – أن (ت) لم يتكرر في التجارب الناجحة . ولا ينفع ذلك في هذا التطبيق ؛ لأننا نشك هنا في استحالة الصدفة المطلقة ، وافترض أن (ت) غير موجود لا يمكنه أن ينفي احتمال وجود (ب) كصدفة مطلقة .

والواقع أن طريقتنا في تفسير الدليل الاستقرائي تتيح لنا أن نطبق نظرية الاحتمال على نفس استحالة الصدفة المطلقة، فننميه باستمرار من خلال التجارب الناجحة على أساس علم إجمالي فنحصل على درجة كبيرة من التصيق باستحالة الصدفة المطلقة، ويكون هذا التصديق بنفسه استقرائيا ، وتوضيح ذلك كما يلي :

إن استحالة الصدفة المطلقة معناه – كما تقدم - : السببية العدمية، أي عدم السبب سبب لعدم المسبب ، فالشك في استحالة الصدفة المطلقة شك في السببية العدمية، أي في سببية عدم السبب لعدم المسبب، وهو من قبيل الشك في سببية (أ) لـ (ب) ، ويمكننا أن نحصل على علم إجمالي شرطي نطبق عليه نظرية الاحتمال لتنمية احتمال سببية عدم السبب لعدم المسبب، وذلك حينما نلاحظ جميع حالات عدم وجود ما يمكن أن يكون سببا فنجد أنها تقتزن دائما بعدم المسبب، كما كنا نلاحظ جميع حالات وجود (أ) فنجد أنها تقتزن دائما بـ (ب) . وهذا الاقتران أمر ضروري وحتمي إذا كان عدم السبب سببا لعدم المسبب ، وأما إذا لم تكن السببية العدمية ثابتة فليس من الضروري أن يكون عدم المسبب ثابتا في حالات عدم السبب، وهذا يعني أننا نحتمل ارتباط عدم المسبب بعدم السبب، وكون الأعدام ملحوظ ثبوتها للمسبب نتيجة لأعدام مماثلة للمسبب، ونحتمل في مقابل ذلك : أنه لا ارتباط بين عدم السبب وعدم المسبب، فلو افترضنا أننا لاحظنا حالتين اقتزن فيهما عدم المسبب بعدم السبب، أمكننا القول بأن عدم السبب إذا كان سببا لعدم المسبب فهذا الاقتران في كلتا الحالتين ضروري، وأما إذا لم يكن عدم السبب سببا لعدم المسبب فليس من المعلوم أن عدم السبب – على هذا الافتراض – كان يقتزن بعدم السبب، إذ توجد احتمالات أربعة على هذا الافتراض، وهي :

أولا : أن لا يثبت عدم المسبب في كلتا الحالتين .

ثانيا : أن لا يثبت في الحالة الأولى فقط .

ثالثا : أن لا يثبت في الحالة الثانية فقط .

رابعاً : أن يثبت في كلتا الحالتين .

وهذه الاحتمالات الأربعة تمثل أربع قضايا شرطية محتملة فعلاً، كلها تشترك في شرط واحد وهو : افتراض نفي السببية العدمية، وتتميز كل واحدة منها بجزء خاص ، وهي كلها محتملة – كما قلنا – رغم أن الجزء في الثلاث الأولى منها غير صحيح؛ لأن صدق الشرطية ليس بصدق جزائها فعلاً، بل بصدق العلاقة فيها بين الشرط والجزء. وهذه القضايا الشرطية الأربع تكون مجموعة متكاملة يتألف منها علم إجمالي شرطي شرطه هو : افتراض نفي السببية العدمية، وجزأؤه مردد بين الجزاءات الأربعة التي تتمايز بها القضايا الشرطية المحتملة. وبهذا تكتسب كل قضية شرطية محتملة قيمتها الاحتمالية من هذا العلم الإجمالي الشرطي. ولما كان الجزء غير صحيح فعلاً في القضايا الشرطية الثلاث الأولى، فالطريقة الوحيدة للحفاظ على صدق تلك القضايا الشرطية الثلاث هي افتراض أن شرطها غير ثابت، كما تقدم في نظرية الاحتمال عندما درسنا تطبيق النظرية على العلوم الشرطية، ويؤدي ذلك إلى أن تلك القضايا الثلاث سوف تدل – بما تملك من قيم احتمالية – على نفي شرطها، ونفي شرطها تعبير آخر عن ثبوت السببية العدمية ، فتصبح السببية العدمية – التي تساوي استحالة الصدفة المطلقة – محورا لتجمع قيم احتمالية مستمدة من ذلك العلم الإجمالي الشرطي، وكلما ازدادت الحالات التي لوحظ فيها الاقتران بين عدم السبب وعدم المسبب ازدادت تلك القيم الاحتمالية.

واحتمال السببية العدمية (استحالة الصدفة المطلقة) سوف يمتص كل القيم الاحتمالية التي يضمها العلم الإجمالي الشرطي، باستثناء القيمة الاحتمالية للقضية الشرطية القائلة : ((لو لم يكن عدم السبب سببا لعدم المسبب لثبت عدم المسبب في كل الحالات)) ؛ لأن تلك القيم كلها تبرهن على نفي الشرط ، وبذلك تبرهن على السببية العدمية. وأما القيمة الاحتمالية لتلك القضية الشرطية فهي حيادية تجاه السببية، وبذلك يحصل احتمال السببية على نصفها، وتكون قيمته مساوية لقيمة العلم الإجمالي الشرطي ، باستثناء نصف قيمة من قيم أطرافه (((٠ (٤)

المثال الثاني : في الفصل الأول من القسم الثالث – أيضا – من كتابه (الأسس المنطقية للاستقراء) كتب الشهيد الصدر تحت عنوان (التطبيق الثالث) ما نصه : (((وفي التطبيق الثالث نفترض عدم وجود مبرر قبلي للإيمان بنفي سببية (أ) لـ (ب) بمفهومها العقلي، ونفترض إلى جانب ذلك مبررا قبلي للاعتقاد بإمكان الصدفة المطلقة.

وافترض موقف قبلي على هذا النحو يؤدي إلى العجز عن تنمية احتمال السببية العدمية على أساس العلم الإجمالي الشرطي المتقدم في التطبيق الثاني؛ لأن هذه التنمية تتوقف على أن تكون هذه السببية محتملة في الموقف القبلي، فإذا افترضنا الاعتقاد المسبق بإمكان الصدفة المطلقة ونفي السببية العدمية، فلا مجال لتلك التنمية. كما أن تنمية احتمال السببية الوجودية بين (أ) و (ب) على أساس العلم الإجمالي البعدي المتقدم في التطبيق الأول غير ممكنة أيضا؛ لأن ذلك العلم كان يستوعب محتملات وجود (ت) في التجارب الناجحة، وكانت كل الاحتمالات التي تفترض عدم تكرار (ت) في كل التجارب في صالح سببية (أ) لـ (ب).

وأما في هذا التطبيق فليست المشكلة التي يواجهها سببية (أ) لـ (ب) هي احتمالات أسباب أخرى من قبيل (ت)، بل احتمال أن يكون (ب) صدفة مطلقة؛ لأن المفروض الاعتقاد المسبق بإمكانها، فلنفرض – من أجل حصر المشكلة – أن الشيء الوحيد المحتمل كونه سببا لـ (ب) هو (أ)، ورغم هذا لا يمكننا أن نستدل على سببية (أ) لـ (ب) باقترانهما في التجارب الناجحة؛ لأن هذا الاقتران كما قد يكون نتيجة لسببية (أ)، قد يكون صدفة ما دمنا قد افترضنا مسبقا الاعتقاد بإمكانها.

وهكذا نجد : أن العلمين الإجماليين البعديين في التطبيقين السابقين لا يمكن الاستفادة منهما في هذا التطبيق لتنمية احتمال السببية بين (أ) و (ب)، فلا بد من إبراز علم إجمالي آخر.

046

رابعاً : على الرغم من أن الشهيد الصدر قد استفاد فعلاً من القسم الثالث من العلوم الإجمالية الشرطية في تنمية احتمال العديد من القضايا، إلا أن المؤسف في الأمر أن هناك مجالات أخرى كان من الممكن أن يستفيد الشهيد الصدر فيها من هذا النوع من العلوم الإجمالية الشرطية، ولكنه لم يفعل، فلقد تصور الشهيد الصدر في بعض الأمثلة التي كان من الممكن أن يستفيد فيها من هذا النوع من العلوم الإجمالية الشرطية أن العلوم الإجمالية الشرطية في هذه الأمثلة هي من نوع العلوم الإجمالية الشرطية ذات الجزاء غير المحدد في الواقع، وبالتالي فهي تقشّل في تنمية احتمال القضايا الواردة في تلك الأمثلة، لأن هذا النوع من العلوم الإجمالية الشرطية لا ينبئ عن الواقع، وإنما يعبر فقط عن عدم إمكان التناقض في الافتراضات.

ففي مثال حقيبة (لابلأس) – الذي يفترض وجود حقيبة ذات خمس كرات، ونملك حولها ثلاثة احتمالات متساوية، فهي إما أن تحتوي على أربع كرات بيض ، أو ثلاث كرات بيض، أو جميعها بيض – إذا صادف أن سحبنا عشوائياً ثلاث منها فظهرت كلها بيضاء، يرى الشهيد الصدر أن من الخطأ أن يتصور البعض – بعد العجز عن الحصول على علم إجمالي حملي يمكن أن نفسر على أساسه زيادة قيمة احتمال أن تكون الكرات كلها بيض – أن العلم الإجمالي الشرطي الذي يمكننا اكتشافه – بعد التدقيق – في فرضية حقيبة (ن) يمكننا أن نفسر على أساسه زيادة قيمة احتمال أن تكون الكرات كلها بيض؛ لأن هذا العلم الإجمالي الشرطي لا يمكن أن يكون أساساً لتنمية الاحتمال؛ لأن الجزاء فيه غير محدد في الواقع.

انظر إلى ما يقوله الشهيد الصدر بهذا الصدد :))) وإذا دققنا في الموقف أكثر من هذا، فسوف نستطيع أن نكتشف في فرضية حقيبة (ن) علماً إجمالياً شرطياً بدلاً عن العلم الإجمالي الحملي الذي كنا نقصر حديثنا عليه ، غير أن هذا العلم الإجمالي لا يفي بحاجة (لابلأس).

فنحن حينما نستخرج من حقيبة (ن) ثلاث كرات فتبدو بيضاء، لا يمكننا أن نحصل على علم إجمالي حملي فعلا يحقق لاحتمال التعميم قيمة أكبر، ولكن بالإمكان الكشف عن علم إجمالي شرطي يتمثل في القضية الشرطية التالية :

لو كان في حقيبة (ن) كرة واحدة سوداء على الأقل لكانت :

- ١ - إما الكرة التي سحبناها أولا .
- ٢ - إما الكرة التي سحبناها ثانيا .
- ٣ - إما الكرة التي سحبناها ثالثا .
- ٤ - وإما الكرة التي سوف نسحبها رابعا .
- ٥ - وإما الكرة التي سوف لن تسحب في المرات الأربع .

وهذا العلم الإجمالي الشرطي يضم خمس قضايا شرطية محتملة؛ لأن كل واحد من الاحتمالات الخمسة للجزاء يشكل جزءا في قضية شرطية محتملة. ورغم أن هذه القضايا الشرطية الخمس كلها محتملة، نعلم بأن الجزاء غير واقع فعلا في ثلاث قضايا منها، وهي : القضايا التي يكون جزاؤها : ١ أو ٢ أو ٣ من الاحتمالات الخمسة المتقدمة؛ لأننا على يقين بأن الكرات التي سحبناها ليست سوداء .

وهذه القضايا الشرطية الثلاث إذا أضفنا إليها العلم بأن الجزاء فيها غير واقع فعلا، تصبح برهانا على نفي الشرط فيها بدرجة قوتها الاحتمالية، وبهذا نحصل على ثلاثة احتمالات نافية للشرط من مجموع خمسة احتمالات ، أي تنفي وجود كرة سوداء في حقيبة (ن)، وهذا يعني : أن احتمال كل كرات (ن) بيضاء $\frac{3}{5}$.

وهذه القيمة تختلف عن القيمة التي يحددها تفسير (لابلاس) للاحتمال البعدي للتعميم، وهي $4/6$ ؛ لأن $3/5$ أصغر من $4/6$ ، ولهذا قلنا : إن هذا العلم الشرطي لا يفي بحاجة (لابلاس) لأنه لا يبرر القيمة التي افترضها للاحتمال.

ولكن إذا اعترفنا بهذا العلم الشرطي أساسا لتقييم الاحتمال ، فسوف نحصل على هدف (لابلاس) ، وهو أن نفسر المرحلة الاستنباطية من الدليل الاستقرائي تفسيراً رياضياً على أساس نظرية الاحتمال، بدون حاجة إلى مصادرات عن قضايا السببية وافترض قبلي لها ولو على مستوى الاحتمال. والمعادلة التي يمكن أن تستنبط من هذا التفسير هي : أن قيمة الاحتمال البعدي للتعميم تساوي n/m ، إذا كنا نرمز بـ (م) إلى عدد الأفراد التي تم اختبارها، وبـ (ن) إلى مجموع الأفراد، بدلاً عن $n + 1 / m + 1$ كما افترض (لابلاس).

ولكن هذا العلم الشرطي لا يمكن أن يكون أساساً لتنمية الاحتمال؛ لأن الجزاء فيه غير محدد في الواقع. وقد عرفنا في البديهية الإضافية الخامسة لنظرية الاحتمال : أن العلوم الإجمالية الشرطية التي تملك جزاء غير محدد حتى في الواقع لا تصلح أساساً لتنمية الاحتمال ((((٦)

إذن : يتضح في ضوء ما تقدم أن الشهيد الصدر قد تصور أن العلم الإجمالي الشرطي الذي يمكننا اكتشافه في فرضية حقيقية (ن) هو علم إجمالي ذي جزاء غير محدد في الواقع، وبالتالي هو غير صالح لكي نفسر على أساسه زيادة قيمة احتمال أن تكون كل الكرات بيضاء.

أما نحن فنعتقد أن هذا العلم الإجمالي الشرطي الذي تصور الشهيد الصدر أنه من قسم العلوم الإجمالية الشرطية ذات الجزاء غير المحدد في الواقع، هو ليس كما تصور الشهيد الصدر، بل هو علم إجمالي شرطي من القسم الثالث، أي من قسم العلوم الإجمالية الشرطية التي من المحتمل أن يكون لجزائها واقع محدد، وهذا القسم من العلوم

يصلح لكي نفسر على أساسه زيادة قيمة احتمال أن تكون كل الكرات بيضاء.

على أن نشير أن ما تقدم لا يعني أننا نعتقد - فعلا - في فرضية حقيقية (ن) أننا بحاجة إلى هذا العلم الإجمالي الشرطي لكي نفسر على أساسه زيادة قيمة احتمال أن تكون كل الكرات بيضاء ؛ لأننا نعتقد كما يعتقد السيد الحائري - فيما أشرنا إليه في الإضاءة العاشرة التي جاءت تحت عنوان (فشل طريقة لابلاس في تفسير الاستقراء على أساس نظرية الاحتمال لعدم الاستناد إلى أي علاقة مفهومية) من المقالة الأولى من الجزء الأول من كتابنا هذا - أننا لسنا بحاجة إلى مثل هذا العلم الإجمالي الشرطي لكي نفسر على أساسه زيادة قيمة احتمال أن تكون كل الكرات بيضاء ؛ لأننا نمتلك - فعلا - علما إجماليا حمليا يمكننا أن نفسر على أساسه زيادة قيمة ذلك الاحتمال.

إن مثال حقيقية (لابلاس) الذي تقدم الكلام عنه ليس هو المثال الوحيد الذي حصل فيه الخلط بين العلوم الإجمالية الشرطية ذات الجزاء غير المحدد في الواقع وبين العلوم الإجمالية الشرطية التي يحتمل أن يكون لجزائها واقع محدد.

ففي مناقشة الشهيد الصدر للدليل الاستقرائي عند (كينز) ذهب الشهيد الصدر إلى أن كينز - في محاولته تفسير الدليل الاستقرائي - قد استنبط قيمة الاحتمال البعدي للتعميم من علم إجمالي شرطي هو من قسم العلوم الإجمالية الشرطية التي لا يمكن أن تكون أساسا لتقييم الاحتمال ؛ لأنها علوم لا تملك جزاءا في الواقع.

انظر إلى ما يقوله الشهيد الصدر بهذا الصدد :))) وقد حاول (كينز) أيضا إقامة التعميمات الاستقرائية على أساس رياضي، مستنبطاً قيمة الاحتمال البعدي من قوانين حساب الاحتمال ، كما حاول (لابلاس) من قبل.

ويفترض (كينز) في هذه المحاولة أن التعميم الاستقرائي له قيمة احتمالية محددة قبل الاستقراء، ولنرمز إلى قيمة هذا الاحتمال القبلي للتعميم بـ (ح)، وبعد الاستقراء والحصول على شواهد في صالح التعميم يصبح احتمال التعميم بعد الحصول على الشاهد الأول : (ح) + قوة الشاهد الأول – ولنرمز إلى ناتج الجمع بـ (ح ١) –، ويصبح بعد الحصول على الشاهد الثاني : (ح) + قوة الشاهد الأول + قوة الشاهد الثاني – ولنرمز إلى ناتج الجمع بـ (ح ٢) –، وبعد (ن) من الشواهد يصبح احتمال التعميم : (ح) + قوة (ن) من الشواهد – ولنرمز إليه بـ (ح ن) –.

فإذا أردنا أن نعرف ما إذا كانت (ح ن) تتجه باستمرار نحو الواحد الصحيح (أي رقم اليقين) كلما ازدادت (ن)، فبالإمكان معرفة ذلك عن طريق تحديد قيمة لاحتمال أن توجد (ن) من الشواهد على افتراض أن التعميم كاذب، ولنرمز إلى قيمة هذا الاحتمال بـ (ك ن)، فمتى كان (ك ن) يتجه نحو الصفر كلما ازدادت (ن) كان (ح ن) يتجه نحو الواحد كلما ازدادت (ن) .

وقيمة (ك ن) – التي يعتبر اتجاهها نحو الصفر برهانا على اتجاه (ح ن) نحو الواحد – بالإمكان تحديدها عن طريق ضرب قيمة احتمال وجود الشاهد الأول على افتراض أن التعميم كاذب، بقيمة احتمال وجود الشاهد الثاني على افتراض أن التعميم كاذب، إلى أن نصل إلى آخر الشواهد في مجموعة (ن) . فإذا كانت (ن) أربعة شواهد مثلا، وكنا نرمز إلى قيم احتمالات هذه الشواهد على افتراض أن التعميم كاذب بـ (ك ١)، (ك ٢)، (ك ٣)، (ك ٤)، فيمكننا القول بأن قيمة (ك ن) = $ك١ \times ك٢ \times ك٣ \times ك٤$ ، وكلما ازدادت (ن) ازدادت عوامل الضرب، وبالتالي اقتربت قيمة (ك ن) من الصفر، وفي مقابل ذلك تقترب (ح ن) من الواحد.

وتتلخص مجاولة (كينز) في الحصول أولا على قيمة محددة لاحتمال القبلي للتعميم، وتنمية هذه القيمة وتقريبها باستمرار من اليقين كلما ازدادت الشواهد الاستقرائية، بنفس الدرجة التي تقترب

فيها قيمة احتمال وجود تلك الشواهد على افتراض كذب التعميم من الصفر.

فإذا كنا نواجه مثلا قانونا سببيا ، أي تعميما من قبيل : (كل بقرة مجترة)، فلا بد أن نحصل – أولا - على قيمة محددة لاحتمال أن كل بقرة مجترة قبل الاستقراء، وليس قبل استقراء فئة الأبقار خاصة، بل قبل جميع المعلومات الاستقرائية ككل . ثم نكشف خلال الاستقراء الشواهد على صدق التعميم ، إذ نجد أن هذه البقرة مجترة، وهذه مجترة، وهكذا. وكشف هذه الشواهد يؤدي إلى اقتراب ذلك الاحتمال القبلي للتعميم إلى اليقين كلما اقترب احتمال اجترار البقرات التي اختبرناها – على افتراض أن التعميم كاذب – من الصفر، ---

من الواضح مما تقدم أن (كينز) يفترض احتمالين هما (ح ن)، (ك ن)، وأن (ح ن) يقترب من الواحد كلما اقترب (ك ن) من الصفر، ومؤدى الارتباط بين هذين الاحتمالين أنه : كلما ضعف احتمال وجود (ن) « عدد من الشواهد لصالح التعميم نرسم إليها ب (ن) » على افتراض كذب التعميم ، كبر احتمال أن التعميم صادق استنادا إلى وجود (ن) فعلا. فتلك الشواهد لصالح التعميم التي نرسم إليها ب (ن) تستخدم لإثبات التعميم، وإعطائه قيمة بقدر القيمة الاحتمالية التي تنفي وجود تلك الشواهد على افتراض كذب التعميم.

وهذا في الحقيقة استنباط لقيمة الاحتمال البعدي للتعميم من العلم الإجمالي الشرطي، فإذا كنا نعالج تعميما يقول : « كل (أ) هي (ب) »، وافترضنا أن فئة (أ) تضم ستة أفراد نرسم إليها بما يلي : ١، ٢، ٣، ٤، ٥، ٦، كما نرسم إلى (أ) التي ليست (ب) ب (أ)، ووجدنا بالاختبار أن الألفات : ١، ٢، ٣، ٤، هي باءات، ونرسم إلى مجموعة الاختبارات المنجزة التي تثبت ذلك ب (ن)، وإلى احتمال التعميم بعد الحصول على هذه الاختبارات ب (ح ن) وإلى احتمال أن يوجد أربع ألفات هي باءات على افتراض كذب التعميم هي (ك ن)، فبإمكاننا القول بأن (ك ن) يستمد قيمته من علم إجمالي شرطي، وهو العلم بأنه إذا كان التعميم كاذبا (أي إذا كان

५५३

وبالإضافة إلى مثال حقيبة (لابلاس) وما ورد في مناقشة الشهيد الصدر لمحاولة (كينز) في تفسير الدليل الاستقرائي، هناك موضع آخر حصل فيه خلط بين العلوم الإجمالية الشرطية ذات الجزاء غير المحدد في الواقع والعلوم الإجمالية الشرطية التي يحتمل أن يكون لجزائها واقع محدد.

ففي التطبيق الرابع من التطبيقات الأربعة المختلفة التي تتمثل بها طريقة الشهيد الصدر في تفسير الدليل الاستقرائي، ذهب الشهيد الصدر إلى أن العلم الإجمالي الشرطي الذي يمكننا أن نحصل عليه في ضوء هذا التطبيق لكي نفسر على أساسه تنمية احتمال القانون السببي هو من قسم العلوم الإجمالية الشرطية ذات الجزاء غير المحدد في الواقع، والتي لا تصلح أن تكون أساسا لتقييم الاحتمال.

كتب الشهيد الصدر في (الأسس المنطقية للاستقراء) تحت عنوان (دور العلم الشرطي في إثبات القانون السببي) ما نصه :

(((وهناك علم شرطي قد يوحي بإمكان اتخاذه أساسا لتنمية احتمال القانون السببي، حتى مع رفض مسبق لاحتمال السببية العقلية.

ولنمهد له بمثال الحقيبة التي تحتوي على عدد من الكرات :

إذا كانت حقيبة (ن) تضم عشر كرات بيضاء ، فنحن لا نشك فعلا – بحكم رؤيتنا لهذه الكرات – في أن الكرة ١ والكرة ٢ --- إلى الكرة ١٠ بيضاء. ففي حدود الواقع الفعلي لا شك في لون هذه الكرات، ولكن بإمكاننا أن نلقي على أنفسنا هذا السؤال : إذا كانت في حقيبة (ن) كرة واحدة على الأقل سوداء، فأى واحدة من هذه الكرات سوف تكون سوداء ؟ ومن الواضح أننا لا نستطيع أن نعين الكرة السوداء على افتراض أن في الحقيبة كرة سوداء، أي أن من المحتمل إذا افترضنا في الحقيبة كرة سوداء أن تكون الكرة ١ سوداء، كما أن من المحتمل أن تكون الكرة ٢ هي السوداء، وهكذا إلى الكرة ١٠ . وهذا يعني : أنا حينما نحاول أن نتحدث على مستوى قضية شرطية

نفترض في مقدمتها وجود كرة سوداء، نواجه عشرة احتمالات في الجزء بعدد الكرات في الحقيقية، بينما لا يوجد لدينا أي احتمال أو شك في حدود الواقع الفعلي.

وعلى ضوء هذا المثال نفترض في استقراءنا لـ (أ) و (ب) : أن أفراد (أ) عشرة مثلا، فالقانون السببي القائل : إن (أ) يقترن بها (ب) بصورة مطردة، يعبر عن عشرة اقترانات بعدد الأفراد التي افترضناها لـ (أ)، ونحن نريد أن نثبت القانون السببي الذي يعبر عن مجموعة هذه الاقترانات بالدليل الاستقرائي ، ونفترض أنا استقراءنا (أ) و (ب) ----إلى (أ) فوجدنا أن (ب) قد اقترن بها جميعا ، فنحن نعلم فعلا بأن (ب) قد اقترن بـ (أ) إلى (أ)، ونشك في وجوده مقترنا بالآلاف الخمسة الأخرى.

هذه هي احتمالاتنا سلبا وإيجابا في حدود الواقع الفعلي ، ولكن بإمكاننا أن نلقي هذا السؤال على أنفسنا – كما ألقيناه في المثال التمهيدي - : إذا كان القانون السببي غير ثابت، بمعنى أن واحدا على الأقل من الآلاف العشرة لم يقترن به (ب)، فأي (أ) هو ؟

وإذا واجهنا هذا السؤال فليس هناك من طريقة نستطيع أن نبرهن بها على أن هذا الألف المفترض هو أحد الآلاف الخمسة التي لم نستقرئها – من (أ) إلى (أ) –؛ لأن من المحتمل أن تكون الآلاف العشرة كلها مقترنة بـ (ب) في الواقع فعلا ، وفي هذه الحالة تكون صلاحية أي (أ) من (أ) إلى (أ) لتمثيل ذلك الألف المفترض بدرجة واحدة ، وهذا يعني أننا لا نملك مبررا للجواب على السؤال الذي وجهناه على أنفسنا بأن هذا الألف المفترض هو في الآلاف التي لم يشملها الاستقراء؛ لأن هذا التعيين لا يقوم على أساس إذا كانت الآلاف التي لم يشملها الاستقراء مقترنة بالباء تماما كالآلاف التي استقرأناها، بل أن الآلاف كلها في هذه الحالة متساوية في صلاحيتها لتطبيق ذلك الألف عليها ، ويؤدي ذلك إلى نشوء عشرة احتمالات بعدد أفراد (أ) .

وبهذا نحصل على علم إجمالي شرطي يضم عشر قضايا محتملة، وهو العلم بأن الألفات إذا كان فيها ألف واحد - على الأقل - ليس مقترنا بالباء فهو إما (١أ) أو (٢أ) أو (٣أ) أو (٤أ) أو (٥أ) أو (٦أ) أو (٧أ) أو (٨أ) أو (٩أ) أو (١٠أ). وبعد الاحتمالات في الجزاء توجد قضايا شرطية محتملة، المقدم فيها جميعا هو افتراض أن الفا واحدا على الأقل ليس مقترنا بالباء، وهو يعني افتراض نفي القانون السببي. وتختص كل قضية شرطية بجزاء معين. وخمس من تلك القضايا الشرطية المحتملة نعلم فعلا بأن التالي فيها غير ثابت، وهي القضايا التي تتضمن جزاءاتها تعيين الألف المفترض في (١أ) أو (٢أ) إلى (٥أ)، من قبيل القضية القائلة : إذا كان هناك ألف غير مقترن بالباء فهو (١أ)، فإن هذه القضية الشرطية لا نحتمل جزاءها بالفعل، وإن كانت القضية الشرطية نفسها محتملة، وهذا يعني أن هذه القضايا الشرطية الخمس المحتملة التي نعلم فعلا بأن التالي فيها غير ثابت، تشكل قيما احتمالية خمسا لنفي المقدم، أي نفي وجود ألف لا تقترن به الباء (وهذا النفي تعبير آخر عن إثبات القانون السببي)، وذلك لأن كل قضية شرطية إذا كنا نعلم بأن التالي فيها غير موجود فتكون برهانا على نفي المقدم ، بنفس الدرجة التي تحظى بها القضية الشرطية من الإثبات.

وبهذا تصبح خمس قضايا شرطية في هذا العلم الشرطي لصالح إثبات القانون السببي، وخمس قضايا أخرى حيادية تجاه القانون السببي. وكلما ازدادت الألفات التي ثبت بالاستقراء اقترانها بالباء ازداد عدد القضايا الشرطية التي نعلم فعلا بأن التالي فيها غير ثابت، وبذلك تزداد القيم الاحتمالية لنفي المقدم ، أي لإثبات القانون السببي. وإذا كان هذا العلم الشرطي أساسا صالحا لتنمية الاحتمال بدرجة معقولة، فهذا يعني : نجاح الطريقة العامة التي حددناها، وقدرة الدليل الاستقرائي على استعمالها في التطبيق الرابع، رغم رفضه القبلي لعلاقات السببية، ولإيمانه المطلق بالصدفة، فلا يحتاج الدليل الاستقرائي - على هذا الأساس - حتى إلى احتمال قبلي لعلاقات السببية بمفهومها العقلي.

ولكن الواقع : أن هذا العلم الشرطي لا يمكن أن يكون أساسا لتنمية احتمال القانون السببي بدرجة معقولة ، وذلك لنقطتين :

النقطة الأولى : أن البديهية الإضافية الخامسة في نظرية الاحتمال تميز بين العلوم الإجمالية الشرطية التي يكون جزاؤها محددا في الواقع على تقدير صدق الشرط، والعلوم الإجمالية الشرطية التي لا يكون لجزائها واقع محدد على تقدير صدق الشرط.

وتقرر البديهية المذكورة : أن القسم الثاني من العلوم الشرطية لا يمكن أن يكون أساسا لتنمية الاحتمال، وتطبيق نظرية الاحتمال عليها.

وعلى أساس هذه البديهية نعرف : أن العلم الإجمالي الشرطي الذي أبرزناه لا يمكن أن يتخذ أساسا لتنمية احتمال القانون السببي ؛ لأنه من القسم الثاني ، بدليل أن الألفات إذا كانت كلها مقترنة فعلا بالباء، وأردنا أن نعرف ما هو الألف الذي لا يقترن بالباء على افتراض نفي القانون السببي، فسوف لن يتاح تعيين ذلك الألف حتى لذات كلية العلم، كما رأينا في مثال الحقيبة والكرات المتقدم عند دراسة البديهية الإضافية الخامسة.

وعلى العكس من ذلك العلم الإجمالي الشرطي الذي اتخذناه أساسا لتنمية احتمال السببية العدمية في التطبيق الثاني، والعلم الإجمالي الشرطي الذي اتخذناه أساسا لتنمية احتمال سببية (أ) - (ب) في التطبيق الثالث ، فإن الجزاء فيهما محدد في الواقع.

النقطة الثانية : لو تجاوزنا الفارق الأساس الذي أبرزناه بين القسمين من العلوم الإجمالية الشرطية، وقبلنا كلا العلمين كأساس صالح لتنمية الاحتمال، فهناك نقطة أخرى تثبت أن العلم الإجمالي الشرطي الذي أبرزناه لا يكفي لإعطاء قيمة احتمالية ملحوظة للقانون السببي في التطبيق الرابع.

وهذه النقطة هي : --- ((((٨)

إذن : في ضوء ما تقدم يتضح أن الشهيد الصدر يعتقد أن العلم الإجمالي الشرطي الذي يمكننا الحصول عليه في ضوء التطبيق الرابع لتنمية احتمال القانون السببي هو من قسم العلوم الإجمالية الشرطية ذات الواقع غير المحدد ، والتي لا تصلح أن تكون أساسا لتنمية أي احتمال .

أما نحن فنعتقد : أن العلم الإجمالي الشرطي الذي يمكننا الحصول عليه في ضوء التطبيق الرابع هو من قسم العلوم الإجمالية الشرطية التي يحتمل أن يكون لجزائها واقع محدد؛ إذ أن هناك شك حقيقي وواقعي في أن يكون هناك ألف واحد على الأقل غير مقترن بالباء، فنحن لا نمتلك علما يقينيا بأن جميع الألفات قد اقترنت بالباء فعلا، وإنما امتلكننا علما يقينيا بأن الألفات الخمسة الأولى قد اقترنت بالباء، وما زلنا لا نعلم شيئا ولدينا تردد بشأن اقتران الألفات الخمس الأخيرة بالباء . وهكذا فإن هذا العلم الإجمالي الشرطي صالح لكي يكون أساسا لتنمية الاحتمال شأنه شأن العلم الإجمالي الشرطي الذي اتخذناه أساسا لتنمية احتمال السببية العدمية في التطبيق الثاني، وشأن العلم الإجمالي الشرطي الذي اتخذناه أساسا لتنمية احتمال سببية (أ) لـ (ب) في التطبيق الثالث.

خامسا : أما بالنسبة لقول (يحيى محمد) : ((على أن الطريقة التي اعتمدت في تحديد النتيجة السابقة هي شائعة ---)) ، فقد علقنا عليه في (الإضاءة الخامسة) من هذا الكتاب .

هوامش الإضاءة السابعة عشر

- ١- الأسس المنطقية للاستقراء، مصدر سابق ، ص ٢٨٦-٢٩٤.
- ٢- منطق الاستقراء، مصدر سابق ، ص ٢٧٤-٢٨٠ .
- ٣- الاستقراء والمنطق الذاتي ، مصدر سابق، ص ٣٢٩-٣٣٤ .
- ٤- الأسس المنطقية للاستقراء، مصدر سابق ، ص ٣٣٤-٣٣٨.
- نفس المصدر، ص ٣٣٩-٣٤١ .
- ٦ - نفس المصدر، ص ٣٦٥-٣٦٧ .
- ٧ - نفس المصدر، ص ٣٧١-٣٧٨ .
- ٨ - نفس المصدر، ص ٣٤٥-٣٤٩ .

الإضاءة الثامنة عشر
نظرية الاحتمال في ضوء المذهب الذاتي
(تفسير الاحتمال)

(٩)

تعريف الشهيد الصدر للاحتمال

(٩)

بديهيات نظرية الاحتمال في ضوء المذهب الذاتي

بديهيات الاحتمال في ضوء المذهب الذاتي :

في ضوء ما تقدم من بحوث في نظرية الاحتمال عند الشهيد الصدر يتضح : أن هذه النظرية التي ترى أولاً : أن الاحتمال يقوم دائماً على أساس علم إجمالي، وثانياً : أن القيمة الاحتمالية – لأية قضية – تحددها نسبة عدد الأعضاء التي تستلزم تلك القضية من مجموعة أطراف العلم الإجمالي إلى عددها الكلي، تشتمل إلى جانب بديهيات الحساب الأولية التي أشرنا إليها في (الإضاءة الثالثة) على خمس بديهيات إضافية وهي :

١ – إن العلم الإجمالي ينقسم بالتساوي على أعضاء مجموعة الأطراف التي تتمثل فيه.

٢ – إذا أمكن تقسيم أحد أطراف العلم الإجمالي دون أن يناظره تقسيم للأطراف الأخرى، فهذه الأقسام إما أن تكون أصلية وإما أن تكون فرعية، فإذا كانت أصلية كان كل قسم من أقسام الطرف عضواً في مجموعة أطراف العلم الإجمالي، وإذا كانت الأقسام فرعية فالطرف عضو واحد.

٣- إذا وجدت قيمتان احتماليتان مستمدتان من علمين إجماليين، إحداهما مثبتة لقضية ما والأخرى نافية لها، وكانت إحدى القيمتين الاحتماليتين - في إثباتها أو نفيها للقضية - تنفي طرفية تلك القضية للعلم الإجمالي الآخر، دون العكس، فهي حاكمة على الأخرى ولا تصلح للتعارض معها.

٤- إن التقييد المصطنع للكلي المعلوم بالعلم الإجمالي في قوة عدم التقييد، وهو يتمثل في كل قيد لا يحدد من انطباقات الشيء المقيد؛ لأن جميع احتمالات انطباق الشيء تستلزم أو تستبطن توفر القيد.

٥- كلما كان العلم الإجمالي الشرطي يتحدث عن جزاء غير محدد في الواقع، فلا يصلح أن يكون أساساً لتنمية الاحتمال بتجميع عدد من قيمه الاحتمالية في محور واحد.

ويلاحظ : أن البديهية الإضافية الثانية هي تحديد وتفسير لموضوع البديهية الإضافية الأولى، أي لأطراف العلم الإجمالي التي ينقسم عليها العلم بالتساوي. فالبديهيتان مردهما إلى قضية واحدة، كما أن البديهية الإضافية الرابعة تقوم بتحقيق مصداق للبديهية الإضافية الثالثة. (١)

هوامش الإضاءة الثامنة عشر :

١ - الأسس المنطقية للاستقراء، مصدر سابق، ص ٢٩٤-٢٩٥.

الإضاءة التاسعة عشر

نظرية الاحتمال في ضوء المذهب الذاتي

(تفسير الاحتمال)

(٩)

تعريف الشهيد الصدر للاحتمال

(١٠)

تلخيص لما تقدم

انتهينا الآن من دراسة نظرية الاحتمال في ضوء تعريف الشهيد الصدر للاحتمال ، وقد خرجنا من هذه الدراسة بنتائج في غاية الأهمية، وفيما يلي من النقاط سوف نقدم تلخيصاً لأهم النتائج التي خلصت إليها بحوث هذه المقالة في نظرية الاحتمال عند الشهيد الصدر :

النقطة الأولى : لقد تبين لنا أن الشهيد الصدر قد اعتمد – في الأساس – بديهيات نظرية الاحتمال التي لخصها (براتراند راسل) نقلاً عن (سي • دي • برود) .

النقطة الثانية : لقد استعرضنا موقف الشهيد الصدر من حساب الاحتمالات مع إيضاحه بشكل مفصل، وقد ركزنا – بشكل كبير – على موقفه من نظرية التوزيع لبرنولي، وقد وفقنا بهذا الصدد إلى توضيح عدة أمور، كان أهمها : أن الشهيد الصدر يعتقد : أن بالإمكان على أساس نظرية برنولي أن نقول : أن عدد المرات الأكثر احتمالاً وما يقرب منها من مرات يساوي (١) ، وليس من الصحيح أن يعتقد البعض أن الشهيد الصدر لم يقل بذلك .

النقطة الثالثة : لم يرتض الشهيد الصدر تفسير (لابلاس) لاحتمال، باعتباره يفترض التساوي بين الحالات الممكنة بشكل مسبق، مما يعني أنه يفسر الاحتمال بالاحتمال، ولقد بين الشهيد الصدر أن تفسير (لابلاس) للتساوي المفترض مسبقا على أنه ليس تساويا في الاحتمال وإنما تساوي في الإمكان، وإن كان يخلصه من الاعتراض السابق إلا أنه سوف يجعله يواجه صعوبات أخرى لا يمكنه تفاديها.

وهكذا نجد في النهاية أنفسنا أمام علاقيتين – علاقة الاحتمال وعلاقة الإمكان – لا يمكن أن نفسر التساوي المفترض في التعريف على أساس أي واحدة منهما، فلا علاقة الاحتمال الذاتية تصلح أساسا للتساوي المفترض؛ لأن هذا يجعل التعريف يفترض الاحتمال بصورة مسبقة، ولا علاقة الإمكان الموضوعية تصلح أساسا للتساوي المفترض لأن هذه العلاقة ليس لها درجات. (١)

النقطة الرابعة : لم يرتض الشهيد الصدر تعريف الاحتمال على أساس التكرار المتناهي؛ باعتبار أن هذا التعريف كما أنه لا يشمل الحوادث الفردية نظير (كان زرادشت موجودا)، فهو لا يشمل أيضا احتمالات تدرج في فئات، وهي عضو في مجموعات.

النقطة الخامسة : في إطار تقويم الشهيد الصدر لتعريف الاحتمال على أساس التكرار المتناهي، على أساس التفرقة بين الاحتمال الواقعي والاحتمال الافتراضي، حاولنا أن نبين تحديد الشهيد الصدر لمعنى الاحتمال الرياضي وتمييزه بين الاحتمال الرياضي و الاحتمال الواقعي. وأن نرفع بعض الالتباسات التي قد تثيرها بحوث الشهيد الصدر في تحديد معنى الاحتمال الرياضي وتمييزه عن الاحتمال الواقعي.

النقطة السادسة : لم يرتض الشهيد الصدر – أيضا – تعريف الاحتمال على أساس التكرار الامتناهي، وذلك للأسباب التالية :

أولاً – عدم شمول التعريف لكل الاحتمالات المتصورة ، كاحتمال وجود حياة على المريخ، وكذلك الأمر حينما نتناول الاحتمال في النظريات والفروض والأحداث الخاصة.

ثانياً : أن هذا التعريف يقوم على أساس قبلي رغم دعواه بأنه تجريبي، فهو يستند على مصادرة قبلية هي فكرة الحد، ثم أن ترتيب الحوادث والأفراد في سلاسل عددية ليس عملاً تجريبياً خالصاً.

ثالثاً : عجز هذا التعريف عن تفسير بعض قوانين الاحتمال.

النقطة السابعة : وأيضاً : لم يرتض الشهيد الصدر تفسير الاحتمال على أساس النظرية المنطقية في الاحتمال؛ باعتبار أن هذا التفسير لا يشمل جميع الاحتمالات، فليس الاحتمال معلقاً دائماً بوجود مجموعة القضايا التي تتمثل بالبيانات، فهناك نوع منه لا يتضمن وجود بيئة إطلاقاً، من قبيل احتمال وجود عالم آخر يختلف نظامه عن نظام عالمنا الكوني.

النقطة الثامنة : وكما أن الشهيد الصدر لم يرتض التفسيرات السابقة للاحتمال، كذلك لم يرتض المفهوم التعددي للاحتمال؛ باعتبار أن الشهيد الصدر يتبنى مفهوماً عن الاحتمال يختلف اختلافاً جوهرياً عن هذا المفهوم، لأنه يعتقد أن للاحتمال مفهوماً واحداً، وهذا المفهوم يمكن تعريفه بشكل يمكن على أساسه أن يشمل جميع الاحتمالات.

النقطة التاسعة : لقد تبين لنا أن الشهيد الصدر يعتقد أن الاحتمال يقوم دائماً على أساس علم إجمالي.

النقطة العاشرة : لقد تبين لنا – أيضاً – أن القيمة الاحتمالية – لأية قضية – تحددّها نسبة عدد الأعضاء التي تستلزم تلك القضية من مجموعة أطراف العلم الإجمالي إلى عددها الكلي.

النقطة الحادية عشر : لقد تبين لنا – كما تقدم في الإضاءة السابقة – أن نظرية الاحتمال عند الشهيد الصدر تشتمل إلى جانب بديهيات الحساب الأولية على خمس بديهيات إضافية.

النقطة الثانية عشر : لقد تبين لنا أن الشهيد الصدر قد عرف الاحتمال في صيغتين : **الأولى :** ترى : أن الاحتمال الذي يمكن تحديد قيمته هو دائما عضو في مجموعة الاحتمالات التي تتمثل في علم من العلوم الإجمالية، وقيمته تساوي دائما ناتج قسمة رقم اليقين على عدد أعضاء مجموعة الأطراف التي تتمثل في ذلك العلم الإجمالي ، فإذا رمزنا إلى كل عضو في مجموعة الاحتمالات بـ (س) وإلى رقم اليقين بـ (ل) وإلى عدد أعضاء مجموعة الأطراف بـ (ح) فإن قيمة (س) هي ناتج قسمة (ل) على (ح) أي H/L ، **والثانية :** ترى : أننا لو تصورنا أن مجموعة أطراف العلم الإجمالي تشتمل على مراكز، بحيث أن كل عضو من هذه الأطراف يحتل مركزا واحدا من تلك المراكز ، فسيكون احتمال (س) عبارة عن نسبة ما تحتله من مراكز إلى مجموعة أطراف ذلك العلم.

على أن نشير إلى ما يلي :

أولا – لقد أوضحنا أن تعريف الشهيد الصدر للاحتمال بصيغته الأولى ، يواجه – بالفعل – بعض الصعوبات التي لا يمكن تفاديها إلا بشيء من التكلف في التبرير .

ثانيا – لقد أوضحنا – أيضا – أن ما تصوره بعض الباحثين في أن تعريف الشهيد الصدر – بكلا صيغتيه – يشتمل على مصادرة على المطلوب ؛ باعتباره يفسر الاحتمال باحتمال آخر ، هو تصور غير دقيق وبحاجة إلى إعادة نظر .

ثالثا – على الرغم من الشهيد الصدر قد وضع التعريف في صيغتين إلا أنه ركز بشكل أساسي على التعريف بصيغته الثانية ، كما هو واضح من النقطة العاشرة – أعلاه – فما ورد في هذه النقطة هو

نصا ما كتبه الشهيد الصدر تحت عنوان : (تلخيص) في نهاية بحوثه في نظرية الاحتمال . (٢)

النقطة الثالثة عشر : لقد أوضح الشهيد الصدر ان الصيغة الثانية من التعريف تفي بكل البديهيات الأولية للحساب وإن كانت لا تحتاج إلى افتراض بعضها كمصادرات قبلية، وأما الصيغة الأولى فلا تصدق عليها بعض البديهيات المفترضة سلفاً.

وبهذا الصدد أوضح الشهيد الصدر : أن الصيغة الأولى التي لا تصدق عليها بعض البديهيات هي بحاجة إلى بديهية إضافية – أسماها الشهيد الصدر (البديهية الإضافية الأولى) – : تنص على أن العلم الإجمالي ينقسم بالتساوي على أعضاء مجموعة الأطراف التي تتمثل فيه. وأما الصيغة الثانية فلا تحتاج إلى إضافة تلك البديهية ؛ لأنها لا تعرف الاحتمال الرياضي بما هو تصديق ناقص بل بما هو نسبة المراكز التي يحتلها في مجموعة الأطراف إلى عدد أعضاء هذه المجموعة فيكون ح/ل محددًا للاحتمال الرياضي بدون حاجة إلى افتراض تلك البديهية ، فإذا أردنا بعد ذلك أن نحدد درجة التصديق على أساس تلك النسبة احتجنا إلى تلك البديهية. (٣)

النقطة الرابعة عشر : لقد أبدينا رفضنا للموقف الذي يرى عدم وجود فرق في معنى الاحتمال بين نظرية الشهيد الصدر ونظرية (لابلاس) ؛ لأن هذا الموقف لم يأخذ بنظر الاعتبار ما في تعريف الشهيد الصدر للاحتمال على أساس العلم الإجمالي من اقتناص وإبداع في اكتشاف طبيعة الاحتمال والاحتمال الرياضي على وجه الخصوص.

النقطة الخامسة عشر : لقد بينا أن تحديد درجة الاحتمال في ضوء نظرية الاحتمال عند الشهيد الصدر يجب أن تحدد على أساس العلم الإجمالي الذي يكشفه الاستقراء والذي يتعلق بالعوامل والأسباب، وأنه لمن الخطأ تحديد درجة الاحتمال على أساس العلم الإجمالي القبلي الثابت قبل الاستقراء.

على أن نشير إلى استناد نظرية الشهيد الصدر في تحديد درجة الاحتمال على أساس الاستقراء، لا يعني ربط تحديد درجة الاحتمال بالتكرار، بل أن الاحتمال دائماً يقوم على أساس العلم الإجمالي، والاستقراء يقرب الاحتمال من الحقيقة عن طريق تعميق العلم الإجمالي وإثرائه.

النقطة السادسة عشر : لقد بينا أن نظرية الاحتمال عند الشهيد الصدر تنظر إلى الاحتمال على أنه أمر موضوع خارج عن ذات الإنسان الذي يقوم بقياسه، وليس أمر عقيدة شخصية لا سند لها إلا ما نظنه صواباً.

النقطة السابعة عشر : لقد أبدينا رفضنا للموقف الذي يرى وجود نوع تشابه بين نظرية الشهيد الصدر والنظرية المنطقية للاحتمال؛ باعتبار أن كلاهما يرى أن الاحتمال درجة من درجات الاعتقاد العقلي.

لقد أوضحنا أن تعريف الشهيد الصدر للاحتمال – بكلا صيغتيه – لا يمكن أن نفهم منه أن الاحتمال درجة من درجات الاعتقاد العقلي بالمعنى الذي تتبناه النظرية المنطقية في الاحتمال عن الاعتقاد العقلي.

النقطة الثامنة عشر : لقد أوضحنا أننا نؤيد وجهة النظر التي ترى أن نظرية الشهيد الصدر في الاحتمال قد استفادت من النظريات الأخرى، لكننا رأينا أنها استفادت لا بنحو الترقيع بين النظريات والخروج بخليط مجرد عن أي إبداع – كما قد يوحي كلام البعض – بل بنحو التطوير والتغلب على الصعوبات والإبداع في الكثير من المجالات.

النقطة التاسعة عشر : لقد تبين لنا أن نظرية الاحتمال عند الشهيد الصدر تنسجم مع الجانب الحسابي للاحتمال، ونتيجة لتصور بعض الباحثين – استناداً إلى ما في عبارات الشهيد الصدر من ظهور يؤيد

هذا التصور – أن الشهيد الصدر لم يقدم تفسيراً مقنعاً لانسجام التعريف الإجمالي مع نظرية برنولي رغم وجود هكذا تفسير ، فقد ركزنا بهذا الصدد على بيان أننا نستطيع أن نستنتج من واقع بعض الأمثلة التطبيقية التي أوردها الشهيد الصدر في (الأسس المنطقية للاستقراء) أنه قد قدم تفسيراً مقنعاً لانسجام تعريفه مع نظرية برنولي، وأن عباراته التي قد تدل على عكس ذلك يجب أن تؤول بالشكل الذي ينسجم مع موقفه الفعلي.

النقطة العشرون : لقد أوضحنا أن للشهيد الصدر موقفاً متميزاً من مبدأ التعلم من التجارب أو الخبرة السابقة في الاحتمالات المستقلة، فهو يرى أن الخبرة السابقة يمكن الاعتماد عليها فيما لو كان هناك مبرراً يمكن على أساسه تنمية الاحتمال على أساس هذه الخبرة. أما مع عدم وجود مثل هذا المبرر فلا فائدة من الخبرة.

النقطة الحادية والعشرون : لقد تبين لنا أن تعريف الشهيد الصدر على أساس العلم الإجمالي، جعله تعريفاً شاملاً لأي احتمال يمكن تصوره.

النقطة الثانية والعشرون : لقد تبين لنا أن نظرية الشهيد الصدر في الاحتمال تمكنت من التغلب على الصعوبات التي تواجهها في أسلوب تعيين أعضاء المجموعة عن طريق إضافة بديهية – أسماها الشهيد الصدر البديهية الإضافية الثانية –، وقد أوضحنا بهذا الصدد أن طريقة الشهيد الصدر في التغلب على هذه الصعوبات هي من إبداعاته، وليس كما تصور بعض الباحثين أنه كان متأثراً بـ (كينز).

النقطة الثالثة والعشرون : لقد تبين لنا أن هناك بعض الباحثين الذين لم ينتبهوا إلى أن الشهيد الصدر لا يعتقد بأن من الممكن دائماً أن نحدد أطراف العلم الإجمالي بشكل جامع ودقيق ، فقد أكد الشهيد الصدر على أننا قد نواجه أحياناً صعوبة كبيرة في التعرف على عدد أطراف العلم الإجمالي ، وبالتالي يصعب علينا تحديد القيمة النهائية.

وعلى أساس هذا الفهم حاول الشهيد الصدر أن يضع قاعدة لتقييم احتمال العضو الواحد في العلوم الإجمالية التي لا نملك أي فكرة عن عددها.

النقطة الرابعة والعشرون : لقد تبين لنا في ضوء نظرية الاحتمال عند الشهيد الصدر : أنه كلما وجد علمان إجماليان تتعارض بعض القيم الاحتمالية في أحدهما مع بعض القيم الاحتمالية في الآخر ولم تنطبق عليهما البديهية الإضافية الثالثة، فلا بد - لتحديد القيم الاحتمالية الحقيقية - من ضرب عدد أعضاء كل من العلمين بعدد أعضاء الآخر، لنحصل على علم إجمالي كبير، ونحدد على أساسه القيم الاحتمالية لأعضاء العلمين الأولين. وهذا ما نسميه بقاعدة الضرب وهي ليست بدئية بل مستنتجة من البديهيات السابقة. (٤)

النقطة الخامسة والعشرون : لقد تبين لنا أن الشهيد الصدر يعتقد أنه وعلى الرغم من أننا في بعض الحالات نواجه علميين ونجد تعارضاً بين القيم الاحتمالية لأحدهما وبعض القيم الاحتمالية للآخر، نلاحظ أن القيم الاحتمالية كلها تحدد بموجب أحد هذين العلمين دون الآخر، وهذا يعني أن أحد العلمين سوف يستأثر وحده بأعضاء القيم النهائية، وفي حالة من هذا القبيل لا مبرر للضرب، بل تصدق بدلاً عن قاعدة الضرب قاعدة أخرى نطلق عليها اسم حكومة بعض العلوم الإجمالية على بعض. (٥)

وهذه الحكومة يمكن أن نقدمها بوصفها البديهية الإضافية الثالثة --
- وأهم نتيجة تؤدي إليها هذه البديهية الإضافية الثالثة أنها تبرهن على الخطأ في تطبيق مبدأ الاحتمال العكسي؛ باعتباره يستبطن قاعدة الضرب، فلا يصح تطبيقه في الحالات التي تنطبق عليها بدئية الحكومة. (٦)

على أن نشير إلى أن بعض الباحثين قد حاول أن يثبت : أن لا تعارض بين الحكومة والضرب، ومن ثم فلا حاجة لافتراضها كمصادرة قبلية. ولكننا أوضحنا أن هذه المحاولة لم تكن موفقة

باعتبار أن هناك العديد من الحالات التي تتعارض فيها الحكومة مع الضرب، الأمر الذي يجعل افتراضنا لبديهية الحكومة كمصادرة افتراض ضروري لا يمكن الاستغناء عنه.

النقطة السادسة والعشرون : لقد أوضحنا أنه ليس صحيحا أن نقسم العلوم الإجمالية الشرطية إلى القسمين التاليين فقط :

القسم الأول : العلوم الإجمالية الشرطية التي يكون لشرطها جزاء محدد في الواقع، غير أن جهلنا به يؤدي إلى تشكيل قضية شرطية.

القسم الثاني : العلوم الإجمالية الشرطية التي نفترض في جزاءاتها بدائل متعددة، ولا يوجد لها في الواقع جزاءات محددة من تلك البدائل.

والصحيح هو : أن هناك قسما ثالثا من العلوم الإجمالية الشرطية، وهي العلوم التي لا نعلم ما إذا كان لجزاءاتها واقع محدد أم لا يوجد لها مثل هذا الواقع.

ولقد أوضحنا – بهذا الصدد – أن الشهيد الصدر قد استفاد كثيرا – {وإن لم يميز بشكل أساس بين الأقسام الثلاثة من العلوم الإجمالية الشرطية} – من القسم الثالث من العلوم الإجمالية الشرطية في تنمية احتمال العديد من القضايا.

ولقد أوضحنا – أيضا – أنه من المؤسف حقا أن هناك مجالات أخرى كان من الممكن أن يستفيد فيها الشهيد الصدر من هذا القسم من العلوم الإجمالية الشرطية، ولكنه لم يفعل ذلك ، فقد تصور الشهيد الصدر في بعض الأمثلة التي كان من الممكن أن يستفيد فيها من هذا النوع من العلوم أن هذه العلوم في هذه الأمثلة هي من نوع العلوم الإجمالية الشرطية ذات الجزاء غير المحدد في الواقع، وبالتالي فهي تفشل في تنمية احتمال القضايا الواردة في تلك الأمثلة؛ لأن هذا النوع من العلوم الإجمالية الشرطية – بحسب الشهيد الصدر كما تقدم – لا ينبىء عن الواقع، وإنما يعبر فقط عن عدم إمكان التناقض.

هوامش المقالة التاسعة عشر

١ - لاحظ الأسس المنطقية للاستقراء، مصدر سابق، ص ٢١٧.

٢ - نفسه، ص ٢٩٤ .

٣ - نفسه، ص ٢٤١ .

٤ - نفسه، ٢٩٦ .

٥ - نفسه، ص ٢٧١ .

٦ - نفسه، ص ٢٧٨ .

الإضاءة العشرون

بحوث إضافية ذات صلة بموضوع المقالة

تمهيد :

لا شك في أن هناك العديد من البحوث ذات الصلة بالبحث في نظرية الاحتمال عند الشهيد الصدر؛ إذ أن كل بحث يرتبط بصلة بنظرية الاحتمال بشكل عام لابد وأن يرتبط بشكل أو بآخر بنظرية الاحتمال عند الشهيد الصدر، ولما كان تناول جميع هذه البحوث متعذرا، فلا بأس بتناول ما نراه من هذه البحوث يساهم في إيضاح بعض مفاصل البحث في هذه المقالة، أو يسد حاجة قد تتولد لدى بعض قراء هذه المقالة، أو لتسليط الضوء على بعض مفاصل نظرية الاحتمال عند الشهيد الصدر التي نرى أن من الضروري تسليط الضوء عليها.

البحث الأول

المزيد من الإيضاح لمفهوم العلم الإجمالي

من الواضح أن هناك بعض المفاهيم قد تكررت كثيرا في هذه المقالة؛ باعتبار أنها تقع في صلب موضوعها، كمفهوم (العلم الإجمالي) ومفهوم (تحديد الصور الممكنة لأطراف العلم الإجمالي) ومفهوم (أن القيمة الاحتمالية – لأية قضية – تحددها نسبة الأعضاء التي تستلزم تلك القضية من مجموعة أطراف العلم الإجمالي إلى عددها الكلي).

وعلى أساس ما تقدم، فإننا بالإضافة إلى الإيضاحات التي اشتملت عليها هذه المقالة لمفهوم (العلم الإجمالي)، سوف نقوم هنا بتعميق إيضاح هذا المفهوم :

أولا : من خلال إيضاح الشكل النموذجي الذي ينبغي ان تحدد وفقا له الصور الممكنة لأطراف أي علم إجمالي.

ثانيا : ومن خلال إيضاح الكيفية التي يتم على أساسها تحديد القيمة الاحتمالية لأي قضية على أساس العلم الإجمالي.

ثالثا : من خلال الكشف عن معادلتين رياضيتين، يمكننا باستعمالهما أن نستدل على تسلسل أي صورة من الصور الممكنة في أي علم إجمالي مهما بلغت عدد صورته.

أما فيما يتعلق بالنقطتين الأولى والثانية، فيمكن بيانهما فيما يأتي من خلال إيضاح الإجابة التي أجابها (جاليلو) على سؤال من صديق له يستشيريه في هذه المسألة (١) :

بثلاث زهرات من زهرات اللعب كم نسبة ظهور العدد (١٠) إلى العدد (٩) في ٦ ارتباطات مختلفة ؟ ولقد أشار صديق (جاليلو) إلى أن التجربة تكشف عن أن العدد (١٠) يظهر عادة أكثر من العدد (٩). وقام (جاليلو) بتحليل دقيق لكافة الحالات التي يمكن أن تحدث وبين أنه بين (٢١٦) حالة هناك (٢٧) حالة ملائمة لظهور العدد (١٠)، و (٢٥) حالة لظهور العدد (٩).

وفي ضوء مفهومنا الذي نرى فيه أن الاحتمال يقوم على أساس العلم الإجمالي، فإن جاليلو قد قام بالخطوات التالية :

الخطوة الأولى : قام بتحليل دقيق انتهى من خلاله إلى تحديد كافة الصور الممكنة لأطراف العلم الإجمالي والبالغ عددها (٢١٦) صورة، وهي – وفق الصورة النموذجية لتحديد الصور الممكنة للعلم الإجمالي – كالآتي :

١ – ١ ، ١ ، ١

٢ – ٢ ، ١ ، ١

٣ – ٣ ، ١ ، ١

٤ – ٤ ، ١ ، ١

٥ – ٥ ، ١ ، ١

٦ – ٦ ، ١ ، ١

٧ – ١ ، ٢ ، ١

٨ – ٢ ، ٢ ، ١

٩ – ٣ ، ٢ ، ١

١٠ – ٤ ، ٢ ، ١

١١ – ٥ ، ٢ ، ١

١٢ – ٦ ، ٢ ، ١

١٣ – ١ ، ٣ ، ١

١٤ – ٢ ، ٣ ، ١

١٥ – ٣ ، ٣ ، ١

١٦ – ٤ ، ٣ ، ١

୦, ୩, ୧ – ୧୭
 ୬, ୩, ୧ – ୧୮
 ୧, ୧, ୧ – ୧୯
 ୨, ୧, ୧ – ୨୦
 ୩, ୧, ୧ – ୨୧
 ୧, ୧, ୧ – ୨୨
 ୦, ୧, ୧ – ୨୩
 ୬, ୧, ୧ – ୨୧
 ୧, ୦, ୧ – ୨୦
 ୨, ୦, ୧ – ୨୬
 ୩, ୦, ୧ – ୨୭
 ୧, ୦, ୧ – ୨୮
 ୦, ୦, ୧ – ୨୯
 ୬, ୦, ୧ – ୩୦
 ୧, ୬, ୧ – ୩୧
 ୨, ୬, ୧ – ୩୨
 ୩, ୬, ୧ – ୩୩
 ୧, ୬, ୧ – ୩୧
 ୦, ୬, ୧ – ୩୦
 ୬, ୬, ୧ – ୩୬
 ୧, ୧, ୨ – ୩୭
 ୨, ୧, ୨ – ୩୮
 ୩, ୧, ୨ – ୩୯
 ୧, ୧, ୨ – ୧୦
 ୦, ୧, ୨ – ୧୧
 ୬, ୧, ୨ – ୧୨
 ୧, ୨, ୨ – ୧୩
 ୨, ୨, ୨ – ୧୧
 ୩, ୨, ୨ – ୧୦
 ୧, ୨, ୨ – ୧୬
 ୦, ୨, ୨ – ୧୭

٦ ، ٢ ، ٢ — ٤٨
 ١ ، ٣ ، ٢ — ٤٩
 ٢ ، ٣ ، ٢ — ٥٠
 ٣ ، ٣ ، ٢ — ٥١
 ٤ ، ٣ ، ٢ — ٥٢
 ٥ ، ٣ ، ٢ — ٥٣
 ٦ ، ٣ ، ٢ — ٥٤
 ١ ، ٤ ، ٢ — ٥٥
 ٢ ، ٤ ، ٢ — ٥٦
 ٣ ، ٤ ، ٢ — ٥٧
 ٤ ، ٤ ، ٢ — ٥٨
 ٥ ، ٤ ، ٢ — ٥٩
 ٦ ، ٤ ، ٢ — ٦٠
 ١ ، ٥ ، ٢ — ٦١
 ٢ ، ٥ ، ٢ — ٦٢
 ٣ ، ٥ ، ٢ — ٦٣
 ٤ ، ٥ ، ٢ — ٦٤
 ٥ ، ٥ ، ٢ — ٦٥
 ٦ ، ٥ ، ٢ — ٦٦
 ١ ، ٦ ، ٢ — ٦٧
 ٢ ، ٦ ، ٢ — ٦٨
 ٣ ، ٦ ، ٢ — ٦٩
 ٤ ، ٦ ، ٢ — ٧٠
 ٥ ، ٦ ، ٢ — ٧١
 ٦ ، ٦ ، ٢ — ٧٢
 ١ ، ١ ، ٣ — ٧٣
 ٢ ، ١ ، ٣ — ٧٤
 ٣ ، ١ ، ٣ — ٧٥
 ٤ ، ١ ، ٣ — ٧٦
 ٥ ، ١ ، ٣ — ٧٧
 ٦ ، ١ ، ٣ — ٧٨

۱ ، ۲ ، ۳ — ۷۹
 ۲ ، ۲ ، ۳ — ۸۰
 ۳ ، ۲ ، ۳ — ۸۱
 ۴ ، ۲ ، ۳ — ۸۲
 ۵ ، ۲ ، ۳ — ۸۳
 ۶ ، ۲ ، ۳ — ۸۴
 ۱ ، ۳ ، ۳ — ۸۵
 ۲ ، ۳ ، ۳ — ۸۶
 ۳ ، ۳ ، ۳ — ۸۷
 ۴ ، ۳ ، ۳ — ۸۸
 ۵ ، ۳ ، ۳ — ۸۹
 ۶ ، ۳ ، ۳ — ۹۰
 ۱ ، ۴ ، ۳ — ۹۱
 ۲ ، ۴ ، ۳ — ۹۲
 ۳ ، ۴ ، ۳ — ۹۳
 ۴ ، ۴ ، ۳ — ۹۴
 ۵ ، ۴ ، ۳ — ۹۵
 ۶ ، ۴ ، ۳ — ۹۶
 ۱ ، ۵ ، ۳ — ۹۷
 ۲ ، ۵ ، ۳ — ۹۸
 ۳ ، ۵ ، ۳ — ۹۹
 ۴ ، ۵ ، ۳ — ۱۰۰
 ۵ ، ۵ ، ۳ — ۱۰۱
 ۶ ، ۵ ، ۳ — ۱۰۲
 ۱ ، ۶ ، ۳ — ۱۰۳
 ۲ ، ۶ ، ۳ — ۱۰۴
 ۳ ، ۶ ، ۳ — ۱۰۵
 ۴ ، ۶ ، ۳ — ۱۰۶
 ۵ ، ۶ ، ۳ — ۱۰۷
 ۶ ، ۶ ، ۳ — ۱۰۸
 ۱ ، ۱ ، ۴ — ۱۰۹

۲ ، ۱ ، ۴ — ۱۱۰
 ۳ ، ۱ ، ۴ — ۱۱۱
 ۴ ، ۱ ، ۴ — ۱۱۲
 ۵ ، ۱ ، ۴ — ۱۱۳
 ۶ ، ۱ ، ۴ — ۱۱۴
 ۱ ، ۲ ، ۴ — ۱۱۵
 ۲ ، ۲ ، ۴ — ۱۱۶
 ۳ ، ۲ ، ۴ — ۱۱۷
 ۴ ، ۲ ، ۴ — ۱۱۸
 ۵ ، ۲ ، ۴ — ۱۱۹
 ۶ ، ۲ ، ۴ — ۱۲۰
 ۱ ، ۳ ، ۴ — ۱۲۱
 ۲ ، ۳ ، ۴ — ۱۲۲
 ۳ ، ۳ ، ۴ — ۱۲۳
 ۴ ، ۳ ، ۴ — ۱۲۴
 ۵ ، ۳ ، ۴ — ۱۲۵
 ۶ ، ۳ ، ۴ — ۱۲۶
 ۱ ، ۴ ، ۴ — ۱۲۷
 ۲ ، ۴ ، ۴ — ۱۲۸
 ۳ ، ۴ ، ۴ — ۱۲۹
 ۴ ، ۴ ، ۴ — ۱۳۰
 ۵ ، ۴ ، ۴ — ۱۳۱
 ۶ ، ۴ ، ۴ — ۱۳۲
 ۱ ، ۵ ، ۴ — ۱۳۳
 ۲ ، ۵ ، ۴ — ۱۳۴
 ۳ ، ۵ ، ۴ — ۱۳۵
 ۴ ، ۵ ، ۴ — ۱۳۶
 ۵ ، ۵ ، ۴ — ۱۳۷
 ۶ ، ۵ ، ۴ — ۱۳۸
 ۱ ، ۶ ، ۴ — ۱۳۹
 ۲ ، ۶ ، ۴ — ۱۴۰

٣ ، ٦ ، ٤ — ١٤١
 ٤ ، ٦ ، ٤ — ١٤٢
 ٥ ، ٦ ، ٤ — ١٤٣
 ٦ ، ٦ ، ٤ — ١٤٤
 ١ ، ١ ، ٥ — ١٤٥
 ٢ ، ١ ، ٥ — ١٤٦
 ٣ ، ١ ، ٥ — ١٤٧
 ٤ ، ١ ، ٥ — ١٤٨
 ٥ ، ١ ، ٥ — ١٤٩
 ٦ ، ١ ، ٥ — ١٥٠
 ١ ، ٢ ، ٥ — ١٥١
 ٢ ، ٢ ، ٥ — ١٥٢
 ٣ ، ٢ ، ٥ — ١٥٣
 ٤ ، ٢ ، ٥ — ١٥٤
 ٥ ، ٢ ، ٥ — ١٥٥
 ٦ ، ٢ ، ٥ — ١٥٦
 ١ ، ٣ ، ٥ — ١٥٧
 ٢ ، ٣ ، ٥ — ١٥٨
 ٣ ، ٣ ، ٥ — ١٥٩
 ٤ ، ٣ ، ٥ — ١٦٠
 ٥ ، ٣ ، ٥ — ١٦١
 ٦ ، ٣ ، ٥ — ١٦٢
 ١ ، ٤ ، ٥ — ١٦٣
 ٢ ، ٤ ، ٥ — ١٦٤
 ٣ ، ٤ ، ٥ — ١٦٥
 ٤ ، ٤ ، ٥ — ١٦٦
 ٥ ، ٤ ، ٥ — ١٦٧
 ٦ ، ٤ ، ٥ — ١٦٨
 ١ ، ٥ ، ٥ — ١٦٩
 ٢ ، ٥ ، ٥ — ١٧٠
 ٣ ، ٥ ، ٥ — ١٧١

௧, ௦, ௦ — 172
 ௦, ௦, ௦ — 173
 6, ௦, ௦ — 174
 1, 6, ௦ — 175
 2, 6, ௦ — 176
 3, 6, ௦ — 177
 ௧, 6, ௦ — 178
 ௦, 6, ௦ — 179
 6, 6, ௦ — 180
 1, 1, 6 — 181
 2, 1, 6 — 182
 3, 1, 6 — 183
 ௧, 1, 6, 184
 ௦, 1, 6 — 185
 6, 1, 6 — 186
 1, 2, 6 — 187
 2, 2, 6 — 188
 3, 2, 6 — 189
 ௧, 2, 6 — 190
 ௦, 2, 6 — 191
 6, 2, 6 — 192
 1, 3, 6 — 193
 2, 3, 6 — 194
 3, 3, 6 — 195
 ௧, 3, 6 — 196
 ௦, 3, 6 — 197
 6, 3, 6 — 198
 1, ௧, 6 — 199
 2, ௧, 6 — 200
 3, ௧, 6 — 201
 ௧, ௧, 6 — 202

٢٠٣ - ٥ ، ٤ ، ٦
 ٢٠٤ - ٦ ، ٤ ، ٦
 ٢٠٥ - ١ ، ٥ ، ٦
 ٢٠٦ - ٢ ، ٥ ، ٦
 ٢٠٧ - ٣ ، ٥ ، ٦
 ٢٠٨ - ٤ ، ٥ ، ٦
 ٢٠٩ - ٥ ، ٥ ، ٦
 ٢١٠ - ٦ ، ٥ ، ٦
 ٢١١ - ١ ، ٦ ، ٦
 ٢١٢ - ٢ ، ٦ ، ٦
 ٢١٣ - ٣ ، ٦ ، ٦
 ٢١٤ - ٤ ، ٦ ، ٦
 ٢١٥ - ٥ ، ٦ ، ٦
 ٢١٦ - ٦ ، ٦ ، ٦

تنبيه : إن تحديد أو ترتيب الصور الممكنة لأي علم إجمالي يخضع لنظام محدد سوف نبينه بشكل مفصل في المبحث الخامس من مباحث الإضاءة التالية.

الخطوة الثانية - قام بتحديد :

أ - الصور الملائمة لظهور الرقم (١٠) ، فتبين له أنها (٢٧) صورة ، وهي الصور التي تشير إليها الأرقام التالية : (١٨) ، (٢٣) ، (٢٨) ، (٣٣) ، (٤٨) ، (٥٣) ، (٥٨) ، (٦٣) ، (٦٨) ، (٧٨) ، (٨٣) ، (٨٨) ، (٩٣) ، (٩٨) ، (١٠٣) ، (١١٣) ، (١١٨) ، (١٢٣) ، (١٢٨) ، (١٣٣) ، (١٤٨) ، (١٥٣) ، (١٥٨) ، (١٦٣) ، (١٨٣) ، (١٨٨) ، (١٩٣) .

ب - الصور الملائمة لظهور الرقم (٩) ، فتبين أنها (٢٥) حالة ، وهي الصور التي تشير إليها الأرقام التالية : (١٢) ، (١٧)

(٥٧) ، (٥٢) ، (٤٧) ، (٤٢) ، (٣٢) ، (٢٧) ، (٢٢) ،
 (٩٧) ، (٩٢) ، (٨٧) ، (٨٢) ، (٧٧) ، (٦٧) ، (٦٢) ،
 (١٥٢) ، (١٤٧) ، (١٢٧) ، (١٢٢) ، (١١٧) ، (١١٢) ،
 . (١٨٧) ، (١٨٢) ، (١٥٧) ،

الخطوة الثالثة – من الواضح أن القيمة الاحتمالية لظهور الرقم
 (١٠) أكبر من القيمة الاحتمالية لظهور الرقم (٩)؛ لأن القيمة
 الاحتمالية لظهور الرقم (١٠) تساوي :

عدد الأعضاء التي تستلزم ظهور الرقم (١٠) في مجموعة
 أطراف العلم الإجمالي

العدد الكلي لمجموعة أطراف العلم الإجمالي

$$\frac{27}{216} \text{ أي تساوي}$$

والقيمة الاحتمالية لظهور الرقم (٩) تساوي :

عدد الأعضاء التي تستلزم ظهور الرقم (٩) في مجموعة
 أطراف العلم الإجمالي

العدد الكلي لمجموعة أطراف العلم الإجمالي

$$\frac{25}{216} \text{ أي تساوي}$$

وهكذا يتبين بحسب ما تقدم أن القيمة الاحتمالية لظهور الرقم
 (١٠) أكبر من القيمة الاحتمالية لظهور الرقم (٩) .

من الواضح أن الطريقة السابقة – على دقتها – هي طريقة غير عملية، وبالذات حينما يكون عدد أعضاء مجموعة أطراف العلوم الإجمالية كبيراً جداً.

ويمكن إيضاح كيفية الإجابة على سؤال صديق (جاليلو) في ضوء معادلات (برنولي) – التي أثبتنا أنها تنسجم تماماً مع تعريف الاحتمال على أساس العلم الإجمالي – في الخطوات التالية :

١ – في هذه الخطوة سوف نبين أننا يمكن أن نعرف أي القيمتين أكبر من خلال تطبيق معادلة برنولي التالية :

$$\text{قيمة احتمال ظهور الرقم } (٩ + ١)$$

$$\text{قيمة احتمال ظهور الرقم } (٩)$$

فإذا كانت نتيجة الكسر السابق يساوي (١) ، فهذا يعني تساوي القيمتين الاحتماليتين، وإذا كانت نتيجة الكسر أكبر من واحد فهذا يعني أن احتمال ظهور الرقم (١٠) أكبر من احتمال ظهور الرقم (٩) ، وإذا كانت نتيجة اختصار الكسر أصغر من واحد فهذا يعني أن احتمال ظهور الرقم (٩) أكبر من احتمال ظهور الرقم (١٠) .

٢ – بما أن قيمة احتمال ظهور الرقم (١٠) يساوي – حسب معادلات برنولي – عدد الصور الممكنة لظهور الرقم (١٠) × قيمة احتمال صورة مشخصة من تلك الصور، وبما أن قيمة احتمال ظهور الرقم (٩) يساوي – حسب معادلات برنولي أيضاً – عدد الصور الممكنة لظهور الرقم (٩) × قيمة احتمال صورة مشخصة من تلك الصور. إذن :

$$\text{قيمة احتمال ظهور الرقم } (١٠)$$

سوف تساوي :

$$\text{قيمة احتمال ظهور الرقم } (٩)$$

عدد الصور الممكنة لظهور الرقم (١٠) $\times$ قيمة احتمال صورة مشخصة من تلك الصور

عدد الصور الممكنة لظهور الرقم (٩) $\times$ قيمة احتمال صورة مشخصة من تلك الصور

٣ - لكي نتمكن من استخراج عدد الصور الممكنة لظهور الرقم (١٠)، لا بد من التعرف على عدد الحالات التي يمكن أن يظهر فيها العدد (١٠) عند رمي الزهرات الثلاث، ثم التعرف على عدد الصور الممكنة التي تتطوي عليها كل حالة من هذه الحالات، ثم جمع أعداد الصور الممكنة لكل هذه الحالات، لنحصل على عدد الصور الممكنة لظهور الرقم (١٠)، وفيما يلي إيضاح ذلك :

هناك ست حالات يمكن أن يظهر فيها الرقم (١٠) عند رمينا لثلاث زهرات ، هي :

الحالة الأولى : أن تظهر الزهرات الثلاث وكل واحد منها يحمل أحد الأرقام التالية : (١ ، ٣ ، ٦) و (١ ، ٦ ، ٣) ومن الواضح أن لهذه الحالة ست صور ممكنة هي : (١ ، ٣ ، ٦) و (١ ، ٦ ، ٣) و (٣ ، ١ ، ٦) و (٣ ، ٦ ، ١) و (٦ ، ١ ، ٣) و (٦ ، ٣ ، ١) .

الحالة الثانية : أن تظهر الزهرات الثلاث وكل واحد منها يحمل أحد الأرقام التالية : (١ ، ٤ ، ٥) و (١ ، ٥ ، ٤) ومن الواضح أن لهذه الحالة ست صور ممكنة هي : (١ ، ٤ ، ٥) و (١ ، ٥ ، ٤) و (٤ ، ١ ، ٥) و (٤ ، ٥ ، ١) و (٥ ، ١ ، ٤) و (٥ ، ٤ ، ١) .

الحالة الثالثة : أن تظهر الزهرات الثلاث وكل واحد منها يحمل الأرقام التالية : (٢ ، ٢ ، ٦) و (٢ ، ٦ ، ٢) و (٦ ، ٢ ، ٢) ومن الواضح أن لهذه الحالة ثلاث صور ممكنة هي : (٢ ، ٢ ، ٦) و (٢ ، ٦ ، ٢) و (٦ ، ٢ ، ٢) .

الحالة الرابعة : أن تظهر الزهرات الثلاث وكل واحد منها يحمل أحد الأرقام التالية : (٢ ، ٣ ، ٥) ومن الواضح أن لهذه الحالة ست صور ممكنة هي : (٢ و ٣ ، ٥) و (٢ ، ٣ ، ٥) و (٢ ، ٣ ، ٥) و (٢ ، ٣ ، ٥) و (٢ ، ٣ ، ٥) و (٢ ، ٣ ، ٥) .

الحالة الخامسة : أن تظهر الزهرات الثلاث وكل واحد منها يحمل أحد الأرقام التالية : (٢ ، ٤ ، ٤) ومن الواضح أن لهذه الحالة ثلاث صور ممكنة هي : (٢ ، ٤ ، ٤) و (٢ ، ٤ ، ٤) و (٢ ، ٤ ، ٤) .

الحالة السادسة : أن تظهر الزهرات الثلاث وكل واحد منها يحمل أحد الأرقام التالية : (٣ ، ٣ ، ٤) ومن الواضح أن لهذه الحالة ثلاث صور ممكنة هي : (٣ ، ٣ ، ٤) و (٣ ، ٣ ، ٤) و (٣ ، ٣ ، ٤) .

وهكذا يثبت أن عدد الصور الممكنة لظهور الرقم (١٠) هو (٢٧) صورة .

٤ - إذا أردنا أن نستخرج قيمة احتمال أي صورة بعينها من الصور الممكنة لظهور الرقم (١٠) ، ولتكن الصورة (٣ ، ٣ ، ٤) ، فلا بد من تطبيق بديهية الاتصال وضرب قيمة احتمال الحادثة الأولى - [ظهور الزهرة الأولى وهي تحمل الرقم (٣)] - بقيمة احتمال الحادثة الثانية - [ظهور الزهرة الثانية وهي تحمل الرقم (٣) أيضا] - وضرب هذه القيمة الاحتمالية بقيمة احتمال الحادثة الثالثة - [ظهور الزهرة الثالثة وهي تحمل الرقم (٤)] - .

فإذا علمنا أن قيمة احتمال كل واحدة من الحوادث الثلاثة يساوي $1/6$ ، فإن قيمة احتمال هذه الصورة يساوي :

$$1/216 = 1/6 \times 1/6 \times 1/6$$

٥ - ولكي نتمكن من استخراج عدد الصور الممكنة لظهور الرقم (٩)، لا بد من التعرف على عدد الحالات التي يمكن أن يظهر فيها العدد (٩) عند رمي الزهرات الثلاث، ثم التعرف على عدد الصور الممكنة التي تنطوي عليها كل حالة من هذه الحالات ثم جمع أعداد الصور الممكنة لكل هذه الحالات، لنحصل على عدد الصور الممكنة لظهور الرقم (٩)، وفيما يلي إيضاح ذلك :

هناك ست حالات يمكن أن يظهر فيها الرقم (٩) عند رمينا لثلاث زهرات، هي :

الحالة الأولى : أن تظهر الزهرات الثلاث وكل واحد منها يحمل أحد الأرقام التالية : (١ ، ٢ ، ٦) . ومن الواضح أن لهذه الحالة ست صور ممكنة هي : (١ ، ٢ ، ٦) و (١ ، ٦ ، ٢) و (٢ ، ١ ، ٦) و (٢ ، ٦ ، ١) و (٦ ، ١ ، ٢) و (٦ ، ٢ ، ١) .

الحالة الثانية : أن تظهر زهرات النرد الثلاث وكل واحد منها يحمل أحد الأرقام التالية : (١ ، ٣ ، ٥) . ومن الواضح أن لهذه الحالة ست صور ممكنة - أيضا - هي : (١ ، ٣ ، ٥) و (١ ، ٥ ، ٣) و (٣ ، ١ ، ٥) و (٣ ، ٥ ، ١) و (٥ ، ١ ، ٣) و (٥ ، ٣ ، ١) .

الحالة الثالثة : أن تظهر زهرات النرد الثلاث وكل واحد منها يحمل الأرقام التالية : (١ ، ٤ ، ٤) . ومن الواضح أن لهذه الحالة ثلاث صور ممكنة هي : (١ ، ٤ ، ٤) و (٤ ، ١ ، ٤) و (٤ ، ٤ ، ١) .

الحالة الرابعة : أن تظهر زهرات النرد الثلاث وكل واحد منها يحمل أحد الأرقام التالية : (٢ ، ٣ ، ٤) . ومن الواضح أن لهذه الحالة ست صور ممكنة هي : (٢ ، ٣ ، ٤) و (٢ ، ٤ ، ٣) و (٣ ، ٢ ، ٤) و (٣ ، ٤ ، ٢) و (٤ ، ٢ ، ٣) و (٤ ، ٣ ، ٢) .

الحالة الخامسة : أن تظهر زهرات النرد الثلاث وكل واحد منها يحمل الأرقام التالية : (٢ ، ٢ ، ٥) . ومن الواضح أن لهذه الحالة ثلاث صور ممكنة هي : (٢ ، ٢ ، ٥) و (٢ ، ٥ ، ٢) و (٥ ، ٢ ، ٢) .

الحالة السادسة : أن تظهر زهرات النرد الثلاث وكل واحد منها يحمل الأرقام التالية : (٣ ، ٣ ، ٣) . ومن الواضح أن لهذه الحالة صورة واحدة ممكنة .

وهكذا يتبين أن عدد الصور الممكنة لظهور الرقم (٩) هو (٢٥) صورة .

٦ - في ضوء ما أوضحناه في الخطوة الرابعة يتبين أن قيمة احتمال أي صورة مشخصة من الصور الممكنة لظهور الرقم (٩) يساوي - تطبيقاً لبديهية الاتصال - :

$$1/216 = 1/6 \times 1/6 \times 1/6$$

٧ - في ضوء ما تقدم فإن :

$$\text{قيمة احتمال ظهور الرقم (١٠)} \\ \text{تساوي :} \frac{\text{قيمة احتمال ظهور الرقم (٩)}}{\text{قيمة احتمال ظهور الرقم (٩)}}$$

$$\frac{27}{216} = \frac{1}{216} \times 27$$

$$\frac{25}{216} = \frac{1}{216} \times 25$$

إذن قيمة احتمال ظهور الرقم (١٠) أكبر من قيمة احتمال ظهور الرقم (٩) .

أما فيما يخص الكشف عن المعادلتين المذكورتين سابقا ففيما يأتي توضيح ذلك :

يمكننا باستخدام المعادلة التالية :

$$\begin{array}{ccc} ٣-٨ & ٢-٨ & ١-٨ \\ \times & \times & \times \\ (م) + (١-٢ر) & (م) + (١-١ر) & (م) \\ & رخ + ----- & (١-٣ر) \end{array}$$

أن نستخرج تسلسل أي صورة من الصور الممكنة في أي علم إجمالي مهما بلغت عدد صورته، على أن نشير إلى :

أن (م) تعني رقم مقام الكسر الذي يمثل قيمة احتمال الحادثة منفردة.

وأن (ن) تعني عدد الاختبارات، وأن (ر ١) تعني الرقم الأول من أرقام الصورة التي نريد أن نحدد رقم تسلسلها من بين جميع الصور الممكنة التي يشتمل عليها العلم الإجمالي، وأن (ر ٢) تعني الرقم الثاني من أرقام الصورة التي نريد أن نحدد رقم تسلسلها، وأن (ر ٣) تعني الرقم الثالث من أرقام الصورة، وأن (ر خ) تعني الرقم الأخير من أرقام الصورة.

مثال : إذا ما هممنا برمي ثلاث زهرات نرد، فمن المؤكد أن هناك العديد من الصور الممكنة التي يمكن أن تظهر بها الزهرات الثلاث، فما هو تسلسل الصور الممكنة التالية : (٢ ، ٦ ، ٣) و (٥ ، ٤ ، ٢) ، (٢) و (٦ ، ١ ، ٥) في العلم الإجمالي الذي يشتمل على جميع الصور الممكنة التي يمكن أن تظهر بها الزهرات الثلاث ؟

الجواب : أما بالنسبة للصورة : (٢ ، ٦ ، ٣) فمن الواضح أن عدد الاختبارات يساوي (٣) ، أي أن (ن) = (٣) ، ومن الواضح أن احتمال أي حادثة منفردة – كاحتمال ظهور الرقم (٢) عند رمي زهرة النرد الأولى – يساوي ١/٦ ، وهذا يعني أن (م) = (٦) ، وبما أن الرقم الأول من الصورة التي نريد استخراج رقم تسلسلها في العلم الإجمالي هو (٢) فإن (ر) = (١) ، وبما أن الرقم الثاني هو (٦) فإن (ر) = (٢) ، ومن الواضح أن الرقم الأخير أي (ر) = (٣) .

نأتي الآن لتطبيق المعادلة :

$$\text{ن-١} \quad \text{ن-٢} \\ (م) \times (١ - ١) + (م) \times (١ - ٢) + ر =$$

$$\text{١-٣} \quad \text{٢-٣} \\ (٦) \times (١ - ٢) + (٦) \times (١ - ٦) + ٣ =$$

$$٦٩ = ٣ + ٥ \times ٦ + ١ \times ٣٦ =$$

أما بالنسبة للصورة الثانية : (٢ ، ٤ ، ٥) :

$$\text{١-٣} \quad \text{٢-٣} \\ (٦) \times (١ - ٥) + (٦) \times (١ - ٤) + ٢ =$$

$$١٦٤ = ٢ + ١٨ + ١٤٤ = ٢ + ٣ \times ٦ + ٤ \times ٣٦ =$$

أما بالنسبة للصورة : (٥ ، ١ ، ٦) :

$$\text{١-٣} \quad \text{٢-٣} \\ (٦) \times (١ - ٦) + (٦) \times (١ - ١) + ٥ =$$

$$١٨٥ = ٥ + ٠ + ٥ \times ٣٦ =$$

وقد يقال أنَّ هذه المعادلة لا يمكن استخدامها بنجاح في جميع العلوم الإجمالية، كما في العلم الإجمالي الذي يتكون لدينا حينما نرمي في الهواء بأربع قطع نقدية.

أقول : إن ذلك ناشئ من عدم مراعاة الشكل النموذجي لترتيب الصور الممكنة في العلم الإجمالي، فمثلا في المثال المذكور لو رتبنا الصور الممكنة طبقا للشكل النموذجي التالي – مفترضين أن وجه الصورة (١) ووجه الكتابة (٢) – :

١ ، ٢ ، ١ ، ١ – ٣	٢ ، ١ ، ١ ، ١ – ٢	١ ، ١ ، ١ ، ١ – ١
٢ ، ١ ، ٢ ، ١ – ٦	١ ، ١ ، ٢ ، ١ – ٥	٢ ، ٢ ، ١ ، ١ – ٤
١ ، ١ ، ١ ، ٢ – ٩	٢ ، ٢ ، ٢ ، ١ – ٨	١ ، ٢ ، ٢ ، ١ – ٧
٢ ، ٢ ، ١ ، ٢ – ١٢	١ ، ٢ ، ١ ، ٢ – ١١	٢ ، ١ ، ١ ، ٢ – ١٠
١ ، ٢ ، ٢ ، ٢ – ١٥	٢ ، ١ ، ٢ ، ٢ – ١٤	١ ، ١ ، ٢ ، ٢ – ١٣
		٢ ، ٢ ، ٢ ، ٢ – ١٦

وإذا رمزنا لوجه الصورة بـ (ص) ووجه الكتابة بـ (س) فإن ترجمة ما تقدم تكون كالتالي :

١ – ص ، ص ، ص ، ص	٢ – ص ، ص ، ص ، ص
٣ – ص ، ص ، ص ، ص	٤ – ص ، ص ، ص ، ص
٥ – ص ، ص ، ص ، ص	٦ – ص ، ص ، ص ، ص
٧ – ص ، ص ، ص ، ص	٨ – ص ، ص ، ص ، ص
٩ – ص ، ص ، ص ، ص	١٠ – ص ، ص ، ص ، ص
١١ – ص ، ص ، ص ، ص	١٢ – ص ، ص ، ص ، ص
١٣ – ص ، ص ، ص ، ص	١٤ – ص ، ص ، ص ، ص
١٥ – ص ، ص ، ص ، ص	١٦ – ص ، ص ، ص ، ص

والآن ما هو بالتحديد تسلسل الصورتين التاليتين : (س ، س ، ص) و (ص ، ص ، ص ، ص) ؟

أما بالنسبة للصورة الأولى :

$$\begin{array}{c} \text{١-٤} \qquad \qquad \text{٢-٤} \qquad \qquad \text{٣-٤} \\ (١-٢) \times (٢) + (١-٢) \times (٢) + (١-١) \times (٢) \\ + ١ \end{array}$$

$$١٣ = ١ + ٠ + ١ \times ٤ + ١ \times ٨ =$$

أما بالنسبة للصورة الثانية :

$$\begin{array}{c} \text{١-٤} \qquad \qquad \text{٢-٤} \qquad \qquad \text{٣-٤} \\ (١-١) \times (٢) + (١-١) \times (٢) \times (١-١) \times (٢) + (١-٢) \times (٢) \\ + ١ \end{array}$$

$$٣ = ١ + ١ \times ٢ + ٠ \times ٤ + ٠ \times ٨$$

وقد يقال أيضا : حتى على افتراض مراعاة الشكل النموذجي في تحديد الصور الممكنة في العلوم الإجمالية، فإن هذه المعادلة لا يمكن استعمالها بنجاح في جميع العلوم الإجمالية، وإنما يقتصر استعمالها في العلوم الإجمالية التي تكون صورها الممكنة قابلة لتكرار الحوادث فيها، أي ذات حوادث غير متنافية، فمثلا حينما نسأل عن تسلسل الصورة الممكنة التالية : (ص ، ص ، س ، ص) في العلم الإجمالي الذي ينشأ لدينا نتيجة توقع ما سيظهر حينما نرمي قطعة نقد أربع مرات، نجد أن الصورة التي نسأل عن تسلسلها قد تكرر ظهور وجه الصورة فيها ثلاث مرات، فلا منافاة بين ظهور وجه الصورة في المرة الأولى وبين ظهورها في أي مرة من المرات الثلاث الأخرى، ومن الواضح لدى الجميع أن هناك نوعا من العلوم الإجمالية تكون صورها الممكنة ذات حوادث متنافية، أي غير قابلة لتكرار الحوادث فيها، وفي ضوء هذا يتضح أن هذه المعادلة لا يمكن الاستفادة منها في مثل هذا النوع من العلوم الإجمالية.

أقول : لا شك في أن المعادلة السابقة يصح استخدامها فقط في العلوم الإجمالية ذات الصور الممكنة القابلة لتكرار الحوادث فيها، ولا يصح استخدامها في العلوم الإجمالية ذات الصور الممكنة الغير قابلة لتكرار الحوادث فيها.

فإذا ما أردنا تحديد تسلسل أي صورة من الصور الممكنة في أي علم من العلوم الإجمالية ذات الصور الممكنة الغير قابلة للتكرار ، كما في المثال التالي :

إذا كان لدينا حقبة فيها خمس كرات كل واحدة منها تحمل رقما من الأرقام التالية : (١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥)، وكنا نريد أن نستخرج منها أربع كرات، فمن الطبيعي أن ينشأ لدينا على هذا الأساس علم إجمالي يشتمل على كل الصور الممكنة لاستخراج أربع كرات من هذه الحقبة، فما هو تسلسل الصورة الممكنة التالية : (٢ ، ٥ ، ٤ ، ٣) من صور ذلك العلم الإجمالي ؟

علينا اتباع الخطوات التالية :

الخطوة الأولى : قسمة عدد الصور الممكنة لاستخراج أربع كرات من حقبة تحتوي على خمس كرات على رقم مقام الكسر الذي يمثل قيمة احتمال الحادثة منفردة.

فإذا كان عدد الصور الممكنة يمكننا استخراجها باستخراج قيمة احتمال أي صورة مشخصة من الصور الممكنة بتطبيق بديهية الاتصال كالتالي : قيمة احتمال خروج الكرة الأولى (١/٥) × قيمة احتمال خروج الكرة الثانية (١/٤) على افتراض خروج الكرة الأولى × قيمة احتمال خروج الكرة الثالثة (١/٣) × قيمة احتمال خروج الكرة الرابعة $1/2 = 1/120$. ومن الواضح أن رقم مقام الكسر الناتج من الضرب يمثل عدد الصور الممكنة.

وإذا كان قيمة احتمال أي حادثة منفردة يساوي $1/5$ ، مما يعني أن رقم مقام الكسر الذي يمثل احتمال الحادثة منفردة هو (٥) .

فإن ناتج قسمة الصور الممكنة على رقم مقام الكسر الذي يمثل احتمال الحادثة منفردة يساوي : $24 = 120/5$

الخطوة الثانية : نضرب ناتج الخطوة الأولى بما ينتج عن (الرقم الأول - ١) .

وبما أن ناتج الخطوة الأولى هو (٢٤)، والرقم الأول من الصورة التي نريد أن نحدد تسلسلها هو (٢) فناتج الخطوة الثانية يساوي :
 $24 \times (2 - 1) = 24$.

الخطوة الثالثة : نقسم ناتج الخطوة الأولى [وهو يمثل - بالطبع - عدد الصور الممكنة المتبقية] على رقم مقام احتمال الحادثة منفردة مطروحا منه واحد .

وبما أن ناتج الخطوة الأولى هو (٢٤)، ورقم مقام احتمال الحادثة مطروحا منه واحد يساوي $(5 - 1) = 4$ ، فناتج الخطوة الثالثة يساوي $24/4 = 6$

الخطوة الرابعة : نلاحظ الرقم الثاني من أرقام الصورة التي نريد أن نحدد تسلسلها :

فإن كان الرقم الثاني يحتل المرتبة الأولى من بين أكبر أرقام الصورة نضرب ناتج الخطوة الثالثة بما يقل عن رقم مقام الكسر - $(24/4)$ في الخطوة الثالثة، والذي هو (٤) - بواحد، أي نضرب 6×3 .

وإن كان الرقم الثاني يحتل المرتبة الثانية من بين أكبر أرقام الصورة نضرب ناتج الخطوة الثالثة بما يقل عن رقم مقام الكسر في الخطوة الثالثة باثنين، أي نضرب 2×6 .

وإن كان الرقم الثاني يحتل المرتبة الثالثة من بين أكبر أرقام الصورة نضرب ناتج الخطوة الثالثة بما يقل عن رقم مقام الكسري نفس الخطوة بثلاثة، أي نضرب 6×1 .

وبما أن الرقم الثاني من أرقام الصورة التي نريد أن نحدد تسلسلها في مثالنا والذي هو الرقم (٥)، وهو أكبر أرقام هذه الصورة، فإن ناتج الخطوة الرابعة هو التالي : $6 \times 3 = 12$.

الخطوة الخامسة : نقسم ناتج الخطوة الثالثة [وهو يمثل - بالطبع - عدد الصور الممكنة المتبقية] على رقم مقام الاحتمال الحادثة منفردة مطروحا منه اثنين .

وبما أن ناتج الخطوة الثالثة (٦)، ورقم مقام الكسر الذي يمثل احتمال الحادثة منفردة مطروحا منه اثنين $= (6 - 2) = 4$ ، فناتج الخطوة الخامسة يساوي $6/4 = 3/2$.

الخطوة السادسة : نلاحظ الرقم الثالث من أرقام الصورة التي نريد أن نحدد تسلسلها :

فإن كان الرقم الثالث يحتل المرتبة الأولى من بين أكبر أرقام الصورة، نضرب ناتج الخطوة الخامسة بما يقل عن رقم مقام الكسر - $(6/3)$ - في هذه الخطوة بواحد، أي نضرب 2×2 .

وإن كان الرقم الثالث يحتل المرتبة الثانية من بين أكبر أرقام الصور، نضرب ناتج الخطوة الخامسة بما يقل عن رقم مقام الكسر في هذه الخطوة باثنين، أي نضرب 2×1 .

وإن كان الرقم الثالث --- وهكذا.

وبما أن الرقم الثالث والذي هو الرقم (٤) هو أكبر أرقام الصورة باعتبار أن الأرقام المتبقية في الصورة المذكورة بعد أن استخرجنا الرقمين (٢ و ٥) هي الأرقام (٤ و ٣ و ١) ، فإن ناتج الخطوة السادسة هو التالي : $٤ = ٢ \times ٢$.

الخطوة السابعة : نقسم ناتج الخطوة الخامسة [وهو يمثل – بالطبع – عدد الصور الممكنة المتبقية] على رقم مقام الكسر الذي يمثل احتمال الحادثة منفردة مطروحا منه ثلاثة.

وبما أن ناتج الخطوة الخامسة يساوي (٢) ، ورقم مقام الكسر الذي يمثل احتمال الحادثة منفردة مطروحا منه ثلاثة = $٣ - ٥ = ٢$ ، فناتج الخطوة السابعة $٢/٢ = ١$.

الخطوة الثامنة : وكما في الخطوة الرابعة والخطوة السادسة نلاحظ الرقم الرابع من أرقام الصورة التي نريد أن نحدد تسلسلها :

من الواضح أننا بعد ان استخرجنا – فيما سبق – الأرقام (٢ و ٥ و ٤) فلم يتبق في الصورة سوى رقمين محتملين هما (٣ و ١) وبما أن الرقم الرابع الذي هو الرقم (٣) هو أكبر الأرقام المتبقية في الصورة فإننا سوف نضرب ناتج الخطو السابعة بما يقل عن رقم مقام الكسر في هذه الخطوة بواحد، فيكون ناتج الخطوة الثامنة كالتالي : $١ = ١ \times ١$

الخطوة التاسعة والأخيرة : نجمع ناتج ما تقدم كله ونضيف إليه واحدا فنحصل على رقم تسلسل الصورة في العلم الإجمالي :

$$١ + ١ \times \frac{٢}{٢} + ٢ \times \frac{٦}{٣} + ٣ \times \frac{٢٤}{٤} + (١ - ٢) \times \frac{١٢٠}{٥}$$

$$1 + 1 \times 1 + 2 \times 2 + 3 \times 6 + 1 \times 24 =$$

$$= 24 + 18 + 4 + 1 + 1 = 48 \text{ وهو رقم تسلسل الصورة } ٠$$

مثال : ما هو تسلسل الصورة الممكنة التالية (٥ ، ١ ، ٢ ، ٣) من بين الصور الممكنة التي يشتمل عليها العلم الإجمالي الذي ينشأ حينما نحاول أن نتوقع الصور الممكنة لاستخراج (٤) كرات من حقيبة تحتوي على (٥) كرات مرقمة من (١) إلى (٥) ؟

الجواب :

$$1 + 0 \times \frac{2}{2} + 0 \times \frac{6}{3} + 0 \times \frac{24}{4} + (1 - 0) \times \frac{120}{5}$$

$$96 = 1 + 0 + 0 + 0 + 96$$

ما فعلناه هنا للحصول على تسلسل الصورة الممكنة السابقة هو :

بعد أن عرفنا أن عدد الصور الممكنة هو (١٢٠) وأن رقم مقام الكسر الذي يمثل احتمال الحادثة هو (٥) قسمنا العدد (١٢٠) على العدد (٥) تطبيقاً للخطوة الأولى فحصلنا على الرقم (٢٤) ثم تطبيقاً للخطوة الثانية ضربناه بما ينتج عن (الرقم الأول - ١) فحصلنا على التالي $24 \times (1 - 0) = 96$.

وبعدها وتطبيقاً للخطوة الثالثة قسمنا ناتج الخطوة الأولى - (٢٤) - على رقم مقام كسر احتمال الحادثة منفردة مطروحا منه واحد - (١ - ٥) - فحصلنا على التالي $24/4 = 6$ ، وتطبيقاً للخطوة الرابعة لاحظنا الرقم الثاني من أرقام الصورة والذي هو الرقم (١) فتبين لنا أنه يحتل المرتبة الرابعة، ولذلك ضربنا ناتج الخطوة الثالثة بما يقل عن رقم مقام الكسر في نفس الخطوة - والذي هو (٤) - بما

يقبل عنه بأربعة، أي أننا ضربنا (٤) بـ (٤ - ٤) فكان ناتج الخطوة الرابعة = ٠ .

وبعدها، وتطبيقا للخطوة الخامسة قسمنا ناتج الخطوة الثالثة - (٦) - على رقم مقام كسر احتمال الحادثة منفردة مطروحا منه اثنين - (٥ - ٢) - فحصلنا على التالي $\frac{6}{3} = 2$ ، وتطبيقا للخطوة السادسة لاحظنا الرقم الثالث من أرقام الصورة، والذي هو الرقم (٢)، فتبين لنا أنه يحتل المرتبة الثالثة ولذلك ضربنا ناتج الخطوة الخامسة بما يقبل عن رقم مقام الكسر في نفس الخطوة، والذي هو (٣) بـ (٣)، أي أننا ضربنا (٢) بـ (٣ - ٣) فكان ناتج الخطوة السادسة = ٠ .

وبعدها وتطبيقا للخطوة السابعة قسمنا ناتج الخطوة الخامسة - (٢) - على رقم مقام كسر احتمال الحادثة منفردة مطروحا منه ثلاثة - (٥ - ٣) - فحصلنا على التالي $\frac{2}{2} = 1$ ، وتطبيقا للخطوة الثامنة لاحظنا الرقم الرابع من أرقام الصورة، والذي هو الرقم (٣)، فتبين أنه يحتل المرتبة الثانية، ولذلك ضربنا ناتج الخطوة السابعة بما يقبل عن رقم مقام الكسر في نفس الخطوة والذي هو (٢) بـ (٢)، أي أننا ضربنا (١) بـ (٢ - ٢) فكان ناتج الخطوة الثامنة = ٠ ، وتطبيقا للخطوة التاسعة جمعنا ناتج ما تقدم كله وأضفنا له واحداً، فحصلنا على الرقم (٩٧) وهو رقم تسلسل الصورة الممكنة (٥ ، ١ ، ٢ ، ٣) .

مثال : ما هو رقم تسلسل كل من الصور الممكنة التالية : (٥ ، ٢ ، ٤ ، ٣) و (٥ ، ٣ ، ٢ ، ١) و (١ ، ٥ ، ٣ ، ٢) في ضوء مثالكم السابق ؟

الجواب : أما بالنسبة للصورة الأولى :

$$(1-3) \times \frac{6}{3} + (3-4) \times \frac{24}{4} + (1-5) \times \frac{120}{5}$$

$$1 + (1-2) \times \frac{2}{2} +$$

$$1 + 1 \times 1 + 2 \times 2 + 1 \times 6 + 4 \times 24 =$$

$$108 = 1 + 1 + 4 + 6 + 96 =$$

أما بالنسبة للصورة الثانية :

$$(2-3) \times \frac{6}{3} + (2-4) \times \frac{24}{4} + (1-5) \times \frac{120}{5}$$

$$1 + (2-2) \times \frac{2}{2} +$$

$$1 + 0 \times 1 + 1 \times 2 + 2 \times 6 + 4 \times 24 =$$

$$111 = 1 + 0 + 2 + 12 + 96 =$$

أما بالنسبة للصورة الثالثة :

$$+ (2-3) \times \frac{6}{3} + (1-4) \times \frac{24}{4} + (1-1) \times \frac{120}{5}$$

$$1 + (2 - 2) \times \frac{2}{2}$$

$$21 = 1 + 1 \times 2 + 3 \times 6 + 0 \times 24 =$$

مثال : ما هو رقم تسلسل كل من الصور الممكنة التالية : (٢ ، ٣ ، ٦) و (٢ ، ١ ، ٦) و (٢ ، ١ ، ٥) و (٣ ، ٢ ، ١) من بين الصور الممكنة التي يشتمل عليها العلم الإجمالي الذي ينشأ حينما نحاول أن نتوقع الصور الممكنة لاستخرج ثلاث كرات من حقيبة تحتوي على ست كرات مرقمة من (١) إلى (٦) ؟

أما بالنسبة للصورة (٢ ، ٣ ، ٦) :

$$(1 - \frac{4}{4}) \times \frac{4}{4} + (\frac{4}{4} - \frac{20}{5}) \times \frac{20}{5} + (1 - \frac{120}{6}) \times \frac{120}{6}$$

١ +

$$28 = 1 + 3 \times 1 + 1 \times 4 + 1 \times 20 =$$

أما بالنسبة للصورة (٢ ، ١ ، ٦) :

$$1 + (1 - \frac{4}{4}) \times \frac{4}{4} + (\frac{5}{5} - \frac{20}{5}) \times \frac{20}{5} + (1 - \frac{120}{6}) \times \frac{120}{6}$$

$$24 = 1 + 3 \times 1 + 0 \times 4 + 1 \times 20 =$$

أما بالنسبة للصورة (٢ ، ١ ، ٥) :

٦٠٠

$$1 + (2 - 4) \times \frac{4}{4} + (5 - 5) \times \frac{20}{5} + (1 - 2) \times \frac{120}{6}$$

$$23 = 1 + 2 \times 1 + 0 \times 4 + 1 \times 20 =$$

أما بالنسبة للصورة (١ ، ٢ ، ٣) :

$$1 + (4 - 4) \times \frac{4}{4} + (4 - 5) \times \frac{20}{5} + (1 - 3) \times \frac{120}{6}$$

$$45 = 1 + 0 \times 1 + 1 \times 4 + 2 \times 20 =$$

مثال : أما إذا أردنا أن نستخرج رقم تسلسل الصورة الممكنة التالية (٦ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٢) من بين الصور الممكنة التي يشتمل عليها العلم الإجمالي الذي ينشأ حينما نتوقع الصور الممكنة لاستخراج خمس كرات من حقيبة تحتوي على ست كرات مرقمة من (١) إلى (٦)، فباتباع الخطوات السابقة نحصل على التالي :

$$(2 - 4) \times \frac{24}{4} + (3 - 5) \times \frac{120}{5} + (1 - 6) \times \frac{720}{6}$$

$$1 + (1 - 2) \times \frac{2}{2} + (1 - 3) \times \frac{6}{3} +$$

$$1 + 1 \times 1 + 2 \times 2 + 2 \times 6 + 2 \times 24 + 5 \times 120 =$$

$$666 = 1 + 1 + 4 + 12 + 48 + 600 =$$

البحث الثاني

نص نظرية برنولي وإثباتها

تمهيد :

قد يكون (يحيى محمد) وجد أن من المفيد أن يختتم دراسته (الاستقراء والمنطق الذاتي) بمجموعة من الملاحق، كان أهمها الملحق الذي درس فيه نص نظرية برنولي وإثباتها، ذاكرا أن أغلب ما درسه في هذا الملحق مستمد من الكتاب الروسي : المبادئ الأولية في نظرية الاحتمال، ص ٦٨ وما بعدها (٢)

أما السيد عمار أبو رغيف، فقد ذكر أنه قد استهدف من دراسته لنص نظرية برنولي- في كتابه منطق الاستقراء - أمرين : أولهما : إشباع رغبة القاريء الذي اعتاد قبول الأفكار بأدلتها. وثانيهما : أن يرفع - بحسب السيد عمار - إبهاما وقع فيه بعض الباحثين الذين تصوروا أن نظرية برنولي التي ذكرها الشهيد الصدر في نهاية عرضه أمر لم يقله برنولي أو لم يرده.

ويبدو أن السيد عمار أبو رغيف هو أيضا قد درس نص نظرية برنولي وإثباتها في ضوء كتاب المبادئ الأولية لنظرية الاحتمالات، كما هو واضح من قوله : كما أفدت كثيرا من دراسة روسية مترجمة إلى اللغة العربية، وقد جاءت في كتاب صغير تحت عنوان (المبادئ الأولية لنظرية الاحتمالات)، تأليف جنيدنيكو خينتشين، بلا ذكر اسم المترجم. (٣)

أما نحن، فنظرا إلى الأسباب المذكورة في الدراستين المذكورتين أعلاه، ونظرا إلى التزامنا بأن نأخذ بنظر الاعتبار كل الجهود التي بذلت في دراسة الفكر الاستقرائي للشهيد الصدر، رأينا أن من الضروري أن نتناول دراسة نص نظرية برنولي وإثباتها في ضوء

كلا الدراستين المذكورتين، ولكن لما كان السيد عمار أبو رغيف قد عرض النص وإثباته بشكل مرتب وسلس (٤)، وجدنا أن نتخذ من هذا العرض المحور الذي سنضيف إليه العديد من التعليقات لغرض المزيد من الإيضاح والتبسيط.

نص نظرية برنولي :

(إذا أجرينا مجموعة كبيرة مكونة من عدد كبير من الاختبارات (ن) يمكننا أن نتوقع باحتمال قريب من الواحد وقوع الحادثة (أ) عددا من المرات (ك) بحيث يكون (ك) قريبة جدا من القيمة الأكبر احتمالا ، ويختلف هذا العدد عن القيمة الأكبر احتمالا بمقدار صغير جدا بالنسبة لعدد الاختبارات (ن) ، التي نجريها) .

ولإيضاح نص نظرية برنولي نقول :

١ - إذا أجرينا مجموعة كبيرة مكونة من عدد كبير من الاختبارات (ن)، فمن المؤكد أن عدد توقعاتنا لعدد مرات وقوع الحادثة (أ) سوف يكون مساويا لعدد الاختبارات تقريبا، فلو أجرينا مليون اختبار مثلا، فإننا سوف نحصل على (مليون + ١) توقع لوقوع الحادثة (أ)؛ إذ قد لا تقع (أ) في أي مرة من المرات، أو قد تقع في مرة واحدة فقط، أو قد تقع في مرتين، أو قد تقع في ثلاث مرات، أو قد تقع في -- - أو قد تقع في جميع المرات.

٢- من المؤكد أن من بين (المليون + ١) توقع لوقوع الحادثة (أ)، يوجد لدينا توقعا هو الأكبر احتمالا من غيره من التوقعات لوقوع الحادثة (أ)، وهذا واضح.

٣ - إذا كنا لا نستطيع أن نؤكد - بعد إجراء مجموعة كبيرة من الاختبارات - أن عدد المرات التي سوف تقع فيها الحادثة (أ) ستكون مساوية لعدد المرات الأكبر احتمالا، فإننا نستطيع أن نؤكد

باحتمال قريب من الواحد أن عدد المرات التي سوف تقع فيها (أ) ستكون قريبة جدا من عدد المرات الأكبر احتمالا.

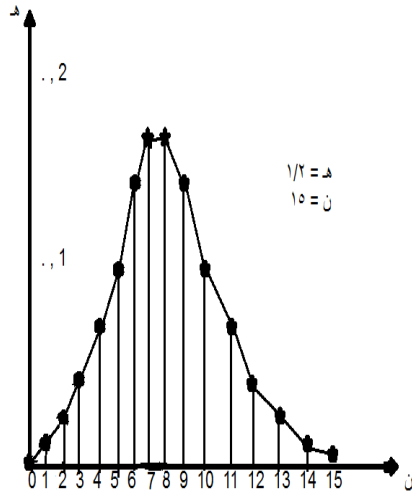
إثبات نظرية برنولي :

اتضح من النص السابق لنظرية برنولي أن هذه النظرية تؤكد على أن عدد المرات التي تقع فيها الحادثة (أ) تصبح قريبة جدا من عدد المرات الأكثر احتمالا لوقوع الحادثة إذا كانت الاختبارات كثيرة جدا، ولإثبات ذلك لا بد أن يثبت أيضا أن القيم الاحتمالية التي يمثلها عدد المرات الأكبر احتمالا وما يقرب منها تشكل قيمة كبيرة جدا من احتمالات (ن)، بحيث أن ما سواها من قيم احتمالية تبلغ درجة من الصغر، يمكن معها إهمال هذه القيم والتأكيد على أن قيمة (م) وما حولها تساوي (١) تقريبا.

وقد استدعى إثبات هذه النظرية وإقامة البرهان الرياضي عليها استخدام معادلات رياضية معقدة وطويلة، لكن هناك طريقة رياضية للبرهنة على إثبات نظرية (برنولي) ابتكرها العالم الروسي (تشييتشف)، يعتبرها المختصون من أسهل وأخصر الطرق لإثبات نظرية برنولي.

لعلنا نقرب من فهم إثبات نظرية برنولي بل نقرب أيضا من فهم توزيع برنولي إذا استعنا بالرسوم البيانية لتوضيح مفاهيم التوزيع والنظرية التي أقامها برنولي على أساسها.

ونحن هنا نحاول الإفادة من الرسم البياني الذي يوضح فكرة التوزيع، والرسم البياني الذي يوضح إثبات (تشييتشف).



يوضح هذا الرسم البياني العلاقة بين عدد المرات المفترضة لوقوع الحادثة، وبين درجة احتمال كل واحدة من المرات المفترضة، وعدد المرات المفترضة في هذا الرسم البياني (١٥) مرة.

إن الخطوط العمودية التي يحتوي عليها الهرم المرسوم وسط الدالة تشير إلى قيمة الاحتمال ف :

١ - قيمة احتمال أن لا تظهر الصورة في أي مرة من المرات يساوي : $1/32768$.

٢ - قيمة احتمال ظهور الصورة في مرة واحدة يساوي : $15/32768$.

٣ - قيمة احتمال ظهور الصورة في مرتين يساوي : $105/32768$.

٤ - قيمة احتمال ظهور الصورة في ثلاث مرات يساوي :
٤٥٥/٣٢٧٦٨ .

٥ - قيمة احتمال ظهور الصورة في أربع مرات يساوي :
١٣٦٥ /٣٢٧٦٨ .

٦ - قيمة احتمال ظهور الصورة في خمس مرات يساوي :
٣٠٠٣/٣٢٧٦٨ .

٧ - قيمة احتمال ظهور الصورة في ست مرات يساوي :
٥٠٠٥ / ٣٢٧٨٦ .

٨ - قيمة احتمال ظهور الصورة في سبع مرات يساوي :
٦٤٣٥/٣٢٧٦٨ .

٩ - قيمة احتمال ظهور الصورة في ثمان مرات يساوي :
٦٤٣٥/٣٢٧٦٨ .

١٠ - قيمة احتمال ظهور الصورة في تسع مرات يساوي :
٥٠٠٥ /٣٢٧٦٨ .

١١ - قيمة احتمال ظهور الصورة في عشر مرات يساوي :
٣٠٠٣/٣٢٧٦٨ .

١٢ - قيمة احتمال ظهور الصورة في إحدى عشر مرة يساوي :
١٣٦٥/٣٢٧٦٨ .

١٣ - قيمة احتمال ظهور الصورة في إثني عشر مرة يساوي :
٤٥٥/٣٢٧٦٨ .

١٤ - قيمة احتمال ظهور الصورة في ثلاثة عشر مرة يساوي :
١٠٥/٣٢٧٦٨ .

١٥ - قيمة احتمال ظهور الصورة في أربعة عشر مرة يساوي :
١٥/٣٢٧٦٨ .

١٦ - قيمة احتمال ظهور الصورة في خمسة عشر مرة يساوي
١/٣٢٧٦٨ .

ومن الواضح أن الخطين (٧ ، ٨) هما أكبر الخطوط، كما أنهما متساويان، وهذا يعني : أن (٧ ، ٨) في (ن) من المرات هي المرات الأكثر احتمالاً لظهور وجه الصورة، الذي كان احتمالاه مساوياً لـ (١/٢) في كل رمية منفردة ، وهذه الحقيقة التي يؤشرها الرسم البياني تم إثباتها من خلال معادلات برنولي.

لكن حقيقة أخرى يطرحها الرسم البياني بوضوح، ولم نستنتجها من معادلات برنولي.

الحقيقة هي أن احتمال عدد المرات يأخذ بالصعود حتى يصل إلى أعلى نقطة في الهرم ثم يأخذ بالهبوط حتى يصل إلى ما يقرب من الصفر، على أن الهبوط يتناسب تناسبا كاملاً مع الصعود، فكما أن قوس الصعود يخترق نقاطاً محددة يخترق قوس النزول أيضاً نفس النقاط، وهذا موضح أيضاً في الرسم البياني، حيث أشرنا على نقاط قوس الصعود بعلامة (×)، وعلى نقاط قوس النزول بعلامة (×) .

إذا لاحظنا نقاط (×) في قوس الصعود والنزول، ولاحظنا الأعمدة الرئيسية التي تقف عند كل نقطة من النقاط، نجد تساوي كل عمودين رأسيين، فكل عمود في قوس الصعود يساويه عمود آخر في قوس النزول، وهذا يعني تساوي احتمالات المرات التي يمثلها كل عمودين رأسيين متساويين .

وتستطيع استنتاج هذه المعادلة من معادلات برنولي المتقدمة.

لاحظ الرسم البياني، وافترض أي واحدة من المرات (م)، تجد أن احتمال (م) من (ن) يساوي احتمال (ن - م) في (ن) .

إذن : المطلوب استنتاجه من معادلات برنولي هو المعادلة التالية :

$$ح_n (م) = ح_n (ن - م) .$$

ولأجل اختصار البرهنة نستعين بحقيقة هامة جداً، أوضحناها
الأمثلة والقواعد السابقة بشكل لا غبار عليه، وهذه الحقيقة هي :

إن قيمة احتمال أي عدد من المرات يرتفع أساسا بعدد توافيق (م) في (ن) إذا كانت (هـ) $= 1/2$ ، لأن احتمال (م) في (ن) :

$$\frac{n!}{m!(n-m)!} = \frac{n!}{(h) \times (h) \times \dots} =$$

M و $(H - M)$ تبقى ثابتة في كل عدد المرات. وثباتها في مثالنا واضح جدا، إذ ما دام $(H - M) = \frac{1}{2}$ ، أي أن $(H - M) = 1$ فسوف يكون :

$$\frac{(m-n)-n}{(h)} \times \frac{m-n}{(h)} = \frac{m-n}{(h)} \times \frac{m}{(h)}$$

إنما الذي يتغير وتتغير تبعاً له درجة الاحتمال هو عدد توافيق (م) في (ن)، ولأجل إثبات أن:

$$. [(م - ن) \cup \mathcal{C} = (م) \cup \mathcal{C}]$$

نقتصر على إثبات التساوي بين عدد توافيق (م) في (ن)، وعدد توافيق (ن - م) في (ن) .

$$\frac{n!}{m!(n-m)!} = \text{توافيق (م) في (ن)}$$

أما توافيق (ن - م) فهي تساوي :

$$\frac{n!}{(n-m)!m!} = \text{توافيق (ن - م) في (ن)}$$

$$\frac{n!}{(n-m)!m!} = \text{توافيق (م) في (ن)}$$

$$\frac{n!}{(n-m)!m!} = \text{توافيق (م) في (ن)}$$

$$\frac{n!}{(n-m)!m!} = \text{توافيق (م) في (ن)}$$

$$\frac{n!}{(n-m)!m!} = \text{توافيق (م) في (ن)}$$

إذن ! توافيق (م) في (ن) = توافيق (ن - م) في (ن)، وهذا يعني أن :

$$ح ن (م) = ح ن (ن - م) \circ$$

وهذه المعادلة هي التي تبرهن لنا المقابلة المؤشرة في الرسم البياني بين :

$$١٠ \leftarrow ٥ \quad ١١ \leftarrow ٤ \quad ١٢ \leftarrow ٣ \quad ١٣ \leftarrow ٢ \quad ١٤ \leftarrow ١$$

$$٨ \leftarrow ٧ \quad ٩ \leftarrow ٦$$

ومن هنا نستطيع أن نستنتج أن العدد الكلي للمرات (ن) إذا كان عددا فرديا، فـ (م) أي العدد الأكبر احتمالا سوف يكون متمثلا في عددين صحيحين.

ومن هنا رجحنا الصيغة : الحد $\geq م \geq$ ما يزيد على الحد بواحد على الصيغة التي جاءت في كتاب (الأسس المنطقية للاستقراء) : الحد $\geq م >$ ما يزيد على الحد بواحد، لأن الصيغة ($\geq م >$) تلائم حالة ما إذا كانت عدد المرات (ن) متمثلة في رقم زوجي.

في ضوء الرسم البياني السابق يتضح لنا أن (م) تبدأ بزيادة الاحتمال كلما زاد مقدار عددها، ففي ضوء الرسم البياني يزداد احتمال (م) باطراد كلما تصاعدنا عن الصفر حتى يأخذ منتهاه عند العدد (٧)، من ثم يبدأ بالتناقص بعد تجاوزه لمقدار واحد، حيث فيه يكون مساويا لاحتمال (٨).

وطبقا لما درسناه فيما سبق، فإن أكبر قيمة لاحتمال (م) هي حين تكون بقدر الحد أو أكبر منه بمقدار لا يزيد عنه بواحد، إذ بعد هذا المقدار تبدأ بالتناقص، كما أنه قبل وصولها إلى الحد لا تكون أكبر قيمة لاحتمال. وإذا رمزنا إلى (م) حينما تمثل أكبر القيم الاحتمالية بـ (م̄)، فإن قيمتها تصبح كالآتي :

$$م \leq ن هـ - (١ - هـ)$$

وهذا يعني أنه يجب أيضا أن يكون :

$$(١ - م) \geq ن هـ - (١ - هـ)$$

ونقل العدد (١) من الطرف الأيمن إلى الأيسر تصبح المعادلة :

$$م \geq ن هـ - (١ - هـ) + ١$$

وبهذا تكون (م) تساوي أو أكبر من الحد : ن هـ - (١ - هـ) ، وكذلك تساوي أو أصغر من الحد : ن هـ - (١ - هـ) + ١ ، فهي على ذلك تكون بين الحدين كالآتي :

$$ن هـ - (١ - هـ) + ١ \leq م \leq ن هـ - (١ - هـ)$$

وباستخدام قاعدة الطرح يكون الناتج من الحدين واحدا، مما يعني أن (م) هي دائما تتراوح بين عديدين مختلفان بمقدار واحد، وإذا لم يكن أحد الحدين عددا صحيحا فإن (م) ستحظى بالقيمة العددية الصحيحة التي تقع بينهما، وهي ما تشكل أغلب الحالات، أما الحالة النادرة فهي حين يكون الحد مساويا للعدد الصحيح، حيث تحظى (م) بقيمتين كبيرتين متساويتين، كما في المثال السابق الموضح بالرسم البياني.

وعندما نريد أن نحدد احتمال العدد الأكبر احتمالا (م)، لا بد أن نضعه في نسبة بالقياس إلى (ن) من الاختبارات، فيصبح احتمالته ن/م، ويقع بين الحدين السابقين كالآتي :

$$\frac{ن هـ - (١ - هـ)}{ن} \leq \frac{م}{ن} \leq \frac{ن هـ + هـ}{ن}$$

وبالاختصار تكون :

$$\frac{1 - \text{هـ}}{\text{ن}} - \text{هـ} \leq \frac{\text{م}}{\text{ن}} \leq \frac{\text{هـ}}{\text{ن}} + \text{هـ}$$

وإذا كانت الاختبارات (ن) كبيرة جدا، فإن النسبتين (ن/هـ) و (ن/١ - هـ) تصبحان ضئيلتين للغاية، بحيث يمكن إهمالهما عمليا، فتكون (ن/م) مساوية للطرفين الأيمن والأيسر تقريبا، أي تساوي (هـ) المعبرة عن النسبة الاحتمالية القبلية، وهو المطلوب.

وها هنا نقطة أساسية أخرى لا بد من الإشارة إليها :

على الرغم من أن العددين (٧ و ٨) اللذين يمثلان نصف عدد الاختبارات هما العددان الأكبر احتمالا لظهور وجه الصورة، إلا أن هذا لا يبيح لنا أن نقول : أن قيمة احتمال ظهور الصورة في هذين العددين يساوي ١/٢؛ إذ أن قيمة احتمال ظهور الصورة في (٧) و (٨) مرات يساوي :

$$12870$$

$$32768$$

ومن الواضح أن هذه القيمة وإن كانت تشكل أكبر القيم الاحتمالية الممكنة، إلا أنها تعتبر ضئيلة مقارنة بمجموع القيم الاحتمالية الأخرى التي حولها.

وفي ضوء ما تقدم يتضح : أنه ليس من الصحيح القول أن قيمة احتمال ظهور الصورة في (١٥) مرة نرمي فيها قطعة النقد تساوي ١/٢ ما دام العددان (٧ و ٨) اللذان يمثلان نصف عدد الاختبارات هما العددان الأكبر احتمالا لظهور الصورة.

وقد يقال : أليس يمكننا القول أن قيمة احتمال ظهور الصورة حينما نرمل بقطعة نقد (١٥) مرة تقترب من $1/2$ ، أي تقترب من قيمة احتمالها القبلي ؟ أو ليس الأعداد (٥) و (٦) و (٩) و (١٠) هي أعداد قريبة من العددين (٧) و (٨) وبالتالي هي أعداد قريبة من نصف عدد الاختبارات ؟ أو ليس ما تقدم يبيح لنا أن نقول أن احتمال وقوع الصورة حينما نرمل قطعة نقد (١٥) مرة يقترب من ($1/2$) باعتبار أن مجموع القيم الاحتمالية للأعداد من (٥) إلى (١٠) – والتي هي أعداد كل واحد منها قريب من نصف عدد الاختبارات – كبير جدا بالقياس إلى بقية الأعداد ، فهو يساوي :

٢٨٨٨٦

؟ _____

٣٢٧٦٨

أقول : على أساس القول بأن الأعداد : (٥) و (٦) و (٩) و (١٠) هي أعداد كل واحد منها قريب لنصف عدد الاختبارات البالغ عددها (١٥) اختبارا، يمكننا القول أن قيمة احتمال ظهور الصورة يقترب من الـ ($1/2$) .

وعلى أساس هذا الفهم يمكننا أن نؤكد : أنه كلما زاد عدد اختبارات رمي قطعة النقد زاد اقتراب احتمال ظهور الصورة من الـ $1/2$ ، فمثلا : إذا رمينا قطعة نقد (١٠٠) مرة، فمن المؤكد أن احتمال ظهورها في (٥٠) مرة هو أكبر الاحتمالات، ومن الواضح أن احتمالات ظهورها في (٤٧) (٤٨) و (٤٩) و (٥١) و (٥٢) و (٥٣) هي احتمالات كبيرة جدا، ومن الواضح – أيضا – أن هذه الأعداد كل واحد منها قريب بشكل كبير من العدد (٥٠) الأكبر احتمالا، ومع ملاحظة أن مجموع القيم الاحتمالية لظهور الصورة في هذه المرات : من (٤٧) إلى (٥٣) كبير مقارنة بمجموع القيم الاحتمالية الأخرى التي حولها، يتضح أن احتمال ظهور الصورة حينما نرمل قطعة نقد (١٠٠) مرة يقترب من الـ ($1/2$) بشكل أكبر مما هو عليه في مثال رمي قطعة نقد (١٥) مرة، فالأعداد (٤٧) و (٤٨) و (٤٩) و

(٥١) و (٥٢) و (٥٣) أكثر قربا للعدد - (٥٠) - الأكبر احتمالا من قرب الأعداد (٥) و (٦) و (٩) و (١٠) للعدد (٨ و ٧) الأكبر احتمالا .

أما إذا رمينا قطعة نقد (١٠٠٠) مرة، فمن المؤكد أن احتمال ظهورها في (٥٠٠) مرة هو أكبر الاحتمالات، ومن الواضح جدا - أيضا - أن احتمالات ظهورها في أي عدد من الأعداد التي تقع ما بين العدد (٤٩٠) والعدد (٥١٠) كبير جدا - أيضا - ومن الواضح هذه الأعداد كل واحد منها قريب جدا من العدد الأكبر احتمالا الذي يساوي نصف عدد الاختبارات، ومع ملاحظة أن مجموع القيم الاحتمالية لظهور الصورة في هذه الأعداد من المرات كبير جدا مقارنة بمجموع القيم الاحتمالية الأخرى التي حولها، يتضح أن احتمال ظهور الصورة حينما نرمي قطعة نقد (١٠٠٠) مرة يقترب بشكل كبير من النصف ، أي أن ظهورها في أي عدد من الأعداد ما بين (٤٩٠) و (٥١٠) هو قريب من الـ ١/٢ كما هو واضح .

وهكذا يصبح من الواضح أن احتمال ظهور الصورة حينما نرمي قطعة نقد (١٠٠٠) مرة أكثر قربا الى الـ (١/٢) من احتمال ظهور الصورة حينما نرمي قطعة النقد (١٠٠) مرة؛ فالأعداد التي تحيط بالعدد (٥٠٠) أكثر قربا للعدد (٥٠٠) من قرب الأعداد التي تحيط بالعدد (٥٠) للعدد (٥٠) نفسه .

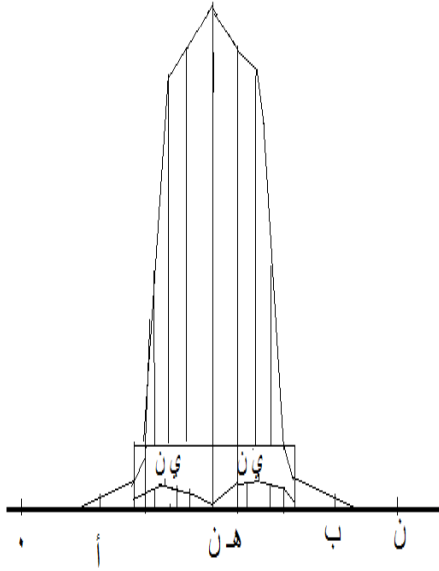
في ضوء ما تقدم يتضح أيضا أن دائرة ما يقرب من النصف تتسع بزيادة عدد الاختبارات ، فبينما كانت هذه الدائرة لا تسع في الـ (١٥) اختبارا إلا أربعة أعداد هي (٥) و (٦) و (٩) و (١٠) على أساس أنها قريبة من النصف (٧) و (٨) ، أصبحت تسع أعداد أكثر حينما أصبح عدد الاختبارات (١٠٠) ، باعتبار أن الأعداد القريبة إلى النصف - (٥٠) - هي - على وجه التقريب - الأعداد الستة التالية : (٤٧) و (٤٨) و (٤٩) و (٥١) و (٥٢) و (٥٣) . وهكذا الأمر حينما زادت عدد الاختبارات وأصبحت (١٠٠٠) ، فدائرة ما يقرب إلى النصف أي العدد (٥٠٠) أصبح

أكثر اتساعا، بحيث أنها أصبحت تسع كل الأعداد التي تقل أو تزيد بـ (١٠) أعداد عن العدد (٥٠٠) ٠ وهكذا أيضا تتسع دائرة ما يقرب من النصف أي ما يقرب من العدد (٥٠٠٠٠٠) حينما تصبح عدد الاختبارات (١٠٠٠٠٠٠) لتشمل كل الأعداد التي تزيد أو تقل بـ (١٠٠) أو (٢٠٠) عدد عن العدد (٥٠٠٠٠٠) ٠ ومن الواضح أننا لو قلنا أن قيمة احتمال وقوع وجه الصورة حينما نرمي قطعة نقد (١٠٠٠٠٠٠) مرة يقترب من الـ (١/٢) ، فهذا القول يعتبر صادقا فيما لو وقع وجه الصورة بأي عدد من الأعداد التي تزيد عن العدد (٥٠٠٠٠٠) بـ (٢٠٠) عدد أو تقل عنه بـ (٢٠٠) عدد.

وفي ضوء ما تقدم أصبحنا نفهم بوضوح السبب الذي يجعلنا نتوقع بشكل قريب من اليقين وقوع وجه الصورة بدرجة ١/٢ – درجة احتمالها القبلي – ، حينما يكون عدد الاختبارات كبير جدا كأن يكون (١٠٠٠٠٠٠) ، فوقع وجه الصورة في أي عدد من الأعداد التي تقع ما بين ما يزيد أو ينقص عن العدد (٥٠٠٠٠٠) يعني نجاح توقعنا. ومن الواضح أن السبب الذي يجعلنا نحتمل وقوع أحدها، هو أن مجموعها الاحتمالي يبلغ مقدارا كبيرا جدا بالقياس إلى مجموع ما هو خارج حدود تلك المساحة من الأعداد، وهذا هو الذي يحقق مطلب نظرية برنولي.

* * *

نأتي لملاحظة الرسم البياني، الذي يؤشر النقاط الرئيسية في إثبات (تشييتشف) .



يوضح هذا الرسم البياني المفردات والأسلوب الذي تم به لـ
(تشييشف) إثبات نظرية برنولي .

إثبات تشييشف :

وقبل أن نأتي إلى عرض إثبات (تشييشف) يجب تحديد مفاهيم
الحدود الرمزية، التي اعتمدها هذا الإثبات تحديدا واضحا، وعلينا أن
نحتفظ بشكل كامل بهذه المفاهيم ومعادلاتها الرمزية في أذهاننا لكي
يتسنى لنا متابعة هذا الإثبات الذي يبدو معقدا، لكن وضوح التطابق

بين الرمز ودلالته يساعدنا كثيرا على فهم هذا الإثبات وتذوق طعمه الشيق، وإليك الرموز ودلالاتها :

ن : العدد الكلي للاختبارات.

م : الاختبارات الناجحة ، أو قل - إن شئت - عدد المرات التي تظهر فيها الحادثة.

هـ : احتمال وقوع الحادثة بشكل منفرد في كل اختبار من الاختبارات.

ح : الاحتمال بشكل عام.

ن هـ : عدد المرات الأكبر احتمالا .

ي ن : عدد صغير من الاختبارات صغير جدا ضمن (ن) من الاختبارات.

$\approx$: يساوي تقريبا .

ج : رمز الجمع . وبما أن هذا الرمز سوف يتكرر علينا تباعا وبكثرة في إثبات تشييتشف، فلا بد من إيضاح ما يعنيه هذا الرمز بشكل دقيق، وكما يلي :

غالبا ما نحتاج وعند التعامل مع الطريقة الإحصائية في التحليل إلى عملية جمع سلسلة من الأعداد والكميات . فعلى سبيل المثال لنفترض تجربة رمي زهر نرد (٥٠) مرة، وتطلب الأمر إيجاد المجموع الكلي للنقاط الظاهرة على وجه الزهر في كل الرميات. فهذا يعني أننا سنقوم بعملية جمع نقاط الرمية الأولى مع نقاط الرمية الثانية، وهكذا . وباقتراض أن الرمز (س) يعني عدد النقاط التي

تظهر على وجه الزهر بعد رميه عندئذ فإن (س ١) تعني عدد نقاط الرمية الأولى، وأن (س ٢) تعني عدد النقاط للرمية الثانية، وأن (س ٥٠) تعني عدد النقاط للرمية الأخيرة. ويلاحظ أننا قد حصلنا على نتائج لهذه التجربة بهيئة سلسلة من الأعداد هي س ١ ، س ٢ --- س ٥٠. وعندئذ فإن المجموع الكلي لهذه الأعداد هو س ١ + س ٢ + - - + س ٥٠ وبهدف تسهيل عملية كتابة هذا المجموع إلى نحو أكثر اختصاراً فإنه يتم التعبير عنه بالشكل :

$$\begin{array}{c} ٥٠ \\ \text{س} \\ \text{م} = ١ \end{array}$$

حيث أن الرمز (س) يشير إلى عملية جمع، وأن م تمثل دليل لتسلسل العدد عند عملية الجمع ، فإذا كانت م = ١ فذلك يعني العدد الأول، م = ٥ فذلك يعني العدد الخامس وهكذا، والعملية س_{١=م} تقرأ إجمالاً على النحو التالي : مجموع سلسلة من الأعداد ابتداء بالعدد الأول، م = ١ ، وانتهاء بالعدد الأخير، س = ٥٠ ، أو بشكل أكثر اختصاراً « مجموع س! » ، م من واحد إلى خمسين ، وبشكل عام إذا كانت هنالك سلسلة من الكميات عددها (ن) فإن المجموع الكلي لها يتم التعبير عنه بالشكل :

$$\begin{array}{c} \text{ن} \\ \text{س} \\ \text{م} = ١ \end{array}$$

نعود لنتذكر نص نظرية (برنولي)، حيث تؤكد هذه النظرية : أننا إذا كانت لدينا (ن) كبيرة جداً، فإن (هـ ن) وما يقرب منها من المرات سوف تستحوذ على مجموعة كبيرة من من الاحتمالات التي تتوزع على (م)، وأن ما عدا (هـ ن) وما يقرب منها سيستحوذ على قيم احتمالية صغيرة جداً بالنسبة لمجموع احتمالات (م)، بحيث

يمكننا إهمالها، ونقول أن ح (هـ ن) وما يقرب منها يساوي رقم اليقين تقريبا.

وبعبارة أخرى : يلاحظ في الرسم السابق أن مساحة (أ ب) هي عبارة عن المنطقة التي تحيط بالعدد المركزي (ن هـ) والذي هو العدد الأكثر احتمالا لوقوع الحادثة، ومن الناحية المنطقية أن (م) التي تمثل الاختبارات الناجحة – أو قل إن شئت عدد تكرار الحادثة – يتوقع لها بما يقارب اليقين أن تظهر ضمن تلك المساحة، مع أنها تمثل مساحة ضئيلة جدا بالقياس إلى المساحة العظيمة التي يمكن لـ (م) أن تظهر فيها من الصفر وحتى (ن) من الاختبارات.

وقد جاءت محاولة (تشييتشف) لتثبت لنا أن ما تستحوذ عليه م – (هـ ن) وما يقرب جدا منها صغير صغرا كافيا يتيح إهماله والقول بأن ح (هـ ن)، وما يقرب منها جدا يساوي رقم اليقين (١) تقريبا.

نعم، هذا هو ما يراد إثباته بالبرهان الرياضي ، فكيف نثبت أن (م) سوف تظهر خلال مساحة المستقيم (أ ب)، أي خلال (ي ن)، إذا ما اعتبرنا (ي) عبارة عن عدد ضئيل جدا كأن يكون (٠,٠١) أو (٠,٠٠٥) أو غير ذلك، إذ حينما نضرب هذا العدد بـ (ن) فإن الناتج سيكون عددا ضئيلا، وتصبح مساحة ظهور (م) محددة بين (ن هـ) مضافا إليه هذا العدد، و (ن هـ) مطروحا منه نفس العدد، وبالتعبير الرمزي فإننا إذا ما رمزنا إلى المساحة المتوقعة للعدد (م) بـ (م̃) ، فإن :

$$ن هـ + ي ن \leq م̃ \leq ن هـ - ي ن$$

وهذا هو معنى ما يظهر في الرسم من تضاعف (ي ن)، إذ تارة تكون أكبر من العدد المركزي (ن هـ)، وأخرى أصغر منه بنفس القدر. فعلى سبيل المثال لو كان العدد المركزي عبارة عن (١٠٠٠٠٠) و (ي ن) تساوي (١٠٠٠) ، لكان يعني أن مساحة

(م) التي يتوقع أن يظهر فيها العدد (م) هي بين (١٠١٠٠٠) و (٩٩٠٠٠) .

وكما قلنا فإن المطلوب إثباته هو توقع ظهور العدد (م) خلال (ي ن) ، أي حينما يكون الفارق بين العدد (م) و العدد (ن هـ) ضئيلا جدا بالقياس إلى سائر حدود العدد (م) خلال بحر (ن) ، والتي تقع خارج المستقيم (أ ب) .

وقد اتبع العالم الروسي (تشييتشف) طريقة تضعيف قيمة احتمال ظهور (م) خارج المستقيم (أ ب) إلى الدرجة التي يمكن إهمالها، مما يثبت توقع ظهور (م) خلال (أ ب) ، أي ضمن حدود (ي ن) .

وبغية إيضاح إثبات (تشييتشف) إيضاحا كاملا، نحدد الفرضية أولا، ثم نحدد المطلوب إثباته، ثم نتسلسل مع البرهان خطوة خطوة :

فرضية الإثبات :

لدينا عدد كبير من الاختبارات (ن) ولدينا أيضا (م) ، وهو عدد الاختبارات الناجحة، و (هـ) عبارة عن قيمة احتمال الحادثة منفردة، وأن (ن هـ) هي عدد الاختبارات الأكثر احتمالا؛ لأن :

$$هـ ن + هـ \approx هـ ن .$$

$$هـ ن - (١ - هـ) \approx هـ ن .$$

لأننا افترضنا أن (ن) كبيرة جدا ، وأن هـ ، (١ - هـ) صغيرة جدا .

ولدينا أيضا (ي) ، وهو مقدار صغير جدا من مجموع (ن) ، بحيث تكون قيمته على حد ١/١٠٠ أو ١/١٠٠٠ من (ن) .

المطلوب إثباته :

نريد أن نبرهن على أن (م) لا تزيد ولا تنقص عن (ن هـ) إلا قليلا، وأن عدد الاختبارات الناجحة قريب جدا من (ن هـ)، بحيث أن الفارق بينهما ليس إلا مقداراً قليلاً من مراتب (ن) نسبته إلى (ن) $1/100$ أو أقل.

ويمكننا التعبير عن هذه الحقيقة بأسلوب آخر وبالطريقة الرمزية التالية :

$$ح \mid م - ن هـ \mid < ي ن) ----- (١) .$$

ويمكن إيضاح المطلوب إثباته من خلال الرسم البياني، حيث نريد أن نثبت رياضياً ما هو مثبت في الرسم من أن (م - ن هـ)، التي تعني مجموع الاحتمالات، التي تقع خارج القطعة (آ ب) قليلة جداً، ففي الرسم البياني تمثل المستقيمات العمودية قيمة احتمال عدد المرات التي يحددها الخط الأفقي، وواضح أن الاحتمالات الأساسية يستحوذ عليها (ن هـ)، وما يقرب منه جداً في المنطقة (آ ب)، أما المستقيمات العمودية التي تقع خارج هذه المنطقة فهي قليلة جداً بالنسبة إلى مجموع المستقيمات الرأسية التي تقع في كل الهرم.

ويمكن التعبير عن المطلوب إثباته بالشكل التالي : فإذا ما عبرنا عن الفارق بين (م) و (ن هـ) ب $\mid م - ن هـ \mid$ وإلى احتمال ظهور العدد (م) ب (ح)، فإن البرهنة تتجه إلى اعتبار كون هذا الفارق إن كان أكبر من (ي ن) فإن احتمال تحققه ضئيل جداً، وبحسب التعبير الرمزي فإن المطلوب إثباته هو ضالة احتمال العلاقة التالية :

$$ح \mid م - ن هـ \mid < ي ن \quad \text{.....} \quad (١)$$

البرهان : تقدم أن المطلوب حسابه عبارة عن قيمة احتمال عدد الاختبارات الناجحة التي تقع على جانبي (آ ، ب)، وقد رمزنا إلى

هذا المطلوب بـ [ح (| م - ن هـ | < ي ن)] ، ومجموع احتمالات مرات الاختبارات الناجحة يعبر عنه رياضيا بالصيغة التالية :

$$\sum_{m=0}^n \binom{n}{m} \left(\frac{m}{n} \right)^m \left(\frac{n-m}{n} \right)^{n-m}$$

$$\text{أي أن } \sum_{m=0}^n \binom{n}{m} \left(\frac{m}{n} \right)^m \left(\frac{n-m}{n} \right)^{n-m} = 1 \quad (2)$$

وهي تعني أن احتمالات الطرف الأيمن تساوي مجموع احتمالات ظهور (م) ضمن دائرة كون الفارق (| م - ن هـ |) أكبر من (ي ن) . فهذه الدائرة هي التي تشكل حدود مجموعة احتمالات ذلك المجموع .

إن حساب الطرف الأيسر من المعادلة (٢) عسير جدا لعدم إمكان تحديد جميع حدوده، لذا نغير شكل المعادلة إلى متباينة ذات أبعاد محددة ، يسهل إيجاد ناتجها رغم طولها ، (وهذا ما فعله تشييتشف) .

نأخذ المتباينة م - هـ ن < ي ن ، وبما أن م - هـ ن أكبر من ي ن ، حينئذ نستطيع القول :

$$\frac{m-n}{n} < \frac{m}{n}$$

أي :

$$. ١ < \left| \frac{م - ن هـ}{ي ن} \right|$$

وبتربيع البسط والمقام نحصل على :

$$. ١ < \left(\frac{م - ن هـ}{ي ن} \right)^2$$

وباعتبار أن الطرف الأيمن أكبر من واحد، فإذا ما عوضنا بهذا المقدار لكل حد من حدود المجموع [(م) ح ن] في العلاقة رقم (٢) السابقة، فالذي سيحصل هو أن هذا المجموع سيزداد ومن ثم تختل حالة التساوي في تلك العلاقة وتتحول إلى متباينة.

أي أننا حينما نأخذ المعادلة رقم (٢) ونضرب طرفها الأيسر فقط بالمقدار :

$$\left(\frac{م - ن هـ}{ي ن} \right)^2$$

حينئذ ستتحول العلاقة بين طرفي المعادلة من المساواة إلى التباين، ويكون طرفها الأيسر هو الأكبر؛ لأننا ضربناها بمقدار أكبر من الواحد ، أي أن المعادلة (٢) تتحول إلى المتباينة التالية :

$$\left(\frac{م - ن هـ}{ي ن} \right)^2 \times \left(\frac{م - ن هـ}{ي ن} \right) > \left(\frac{م - ن هـ}{ي ن} \right)$$

وبما أنه يمكن فك المقدار ($\frac{م - ن هـ}{ي ن}$) إلى :

$$\frac{م - ن هـ}{ي ن}$$

أو إلى :

$$\frac{م - ن هـ}{ي ن} \times \frac{١}{ي ن}$$

فسيصبح من الممكن كتابة المتباينة السابقة بهذا الشكل :

$$ح (|م - ن هـ| < ي ن) > \frac{١}{ي ن} (م - ن هـ) ح ن (م)$$

إن المتباينة أعلاه تبقى صحيحة كلما زدنا من حدود الطرف الأيسر منها، ففي المتباينة أعلاه نريد أن نحسب في الطرف الأيسر قيم (م) التي هي خارج المنطقة (آ ، ب) فقط ، أما إذا أردنا أن نحسب قيم (م) من الصفر حتى (ن) ، فالطرف الأيسر يبقى أكبر من الطرف الأيمن، وتصح المتباينة التالية :

$$ح (|م - ن هـ| < ي ن) > \frac{١}{ي ن} (م - ن هـ) ح ن (م) --- ٣$$

إن المتباينة رقم (٣) هي الصيغة التي اعتمدها (تشييتشف) لإقامة البرهان على نظرية برنولي .

نأتي على حساب الطرف الأيسر من المتباينة ، أي حساب قيمة :

$$\sum_{m=0}^n \frac{1}{2^m} (n-m) \quad \text{ح } n (m) .$$

ولحساب مجموع قيمة هذا الطرف نتبع الخطوات التالية :

$$أ - \text{ نحتفظ بالمقدار } \sum_{m=0}^n \text{ في ذاكرتنا على أن نضربه في آخر العملية بالنتائج الكلي .}$$

$$ب - \text{ يبقى لدينا : } \sum_{m=0}^n (n-m) \quad \text{ح } n (m) .$$

$$\text{نفتح القوس } (n-m) = m - m^2 + n^2 - n^2$$

$$\text{إذن } \sum_{m=0}^n (n-m) \quad \text{ح } n (m)$$

$$\zeta_n^m = (2m - 2n + 2) \zeta_n^m - 2 \zeta_n^m \quad (1)$$

$$\zeta_n^m = (2m - 2n + 2) \zeta_n^m - 2 \zeta_n^m + 2 \zeta_n^m \quad (2)$$

$$\begin{array}{ccc} \updownarrow & \updownarrow & \updownarrow \\ (3) & (2) & (1) \end{array}$$

نحسب قيمة كل حد من هذه الحدود الثلاثة على حدة، ومن ثم

$$\text{نجمع نواتجها ونضربها بـ } \left(\frac{1}{2n} \right) \text{ التي نحتفظ بها.}$$

ج - نبدأ بالحد رقم (٣) لنحسب قيمته :

$$\zeta_n^m = 2n - 2 \quad (1)$$

$$= 2n - 2 \quad (2)$$

إن المقدار : $\sum_{m=0}^n \binom{n}{m} \cdot$ عبارة عن احتمالات مجموعة متكاملة

من الحوادث ، لذلك فهو يساوي واحدا ، أي أن : $\sum_{m=0}^n \binom{n}{m} = 1$

إذن $\sum_{m=0}^n \binom{n}{m} \cdot 2^m = \sum_{m=0}^n \binom{n}{m} \cdot 2^{n-m} \times 2^m = 2^n \times 2^m$ ، وهذه

هي قيمة الحد الثالث .

د — نأخذ الحد الثاني : $\sum_{m=0}^n \binom{n}{m} \cdot m$

$$\sum_{m=0}^n \binom{n}{m} \cdot m = \sum_{m=0}^n \binom{n}{m} \cdot m \cdot 1^{n-m} = \sum_{m=0}^n \binom{n}{m} \cdot m \cdot 1^{n-m} \cdot 1^m$$

وهو يساوي صفرا ، إذا كانت $m = 0$ ، وذلك لأن

$$\sum_{m=0}^n \binom{n}{m} \cdot m \cdot 1^{n-m} \cdot 1^m = 0$$

إذن نأخذ قيم m من 1 إلى n فيكون

$${}^2\text{ن هـ } \zeta_{\text{م ح ن}}^{\text{ن}} = {}^2\text{ن هـ } \zeta_{\text{م ح ن}}^{\text{ن}} \quad (م)$$

نحتفظ بـ (٢ هـ ن) في الذاكرة لنضربها بعد نهاية الخطوة (د) ونطبق معادلة برنولي على :

ن
م ح ن (م)
م = ١

$$\text{وسوف يكون لدينا: } \frac{n \times m!}{m! (n-m)!} \times h \times (h-1) \dots (h-m+1)$$

$$m(1 - m) = m$$

$$!(1 - \dot{u})\dot{u} = !\dot{u}$$

$$![(1-m)-(1-n)]=!(m-n)$$

حیثُئذْ سوف نحصل علی :

$$\frac{(1-m)^n \times m}{(1-m)^n - (1-n)} \times \frac{1}{m} = \frac{1}{m} \times \frac{(1-m)^n \times m}{(1-m)^n - (1-n)}$$

$$\frac{(1 - \mu) - (1 - \nu)}{(h - 1) \times}$$

$$= \text{هن} \zeta_n = \frac{(1-n)!}{(1-m)!(1-n-(1-m))!} \times \text{ه} \times (1-m)$$

$$\frac{(1-m)-(1-n)}{(1-h)}$$

نفرض اختصاراً أن $(1-m) = ل$ ، حينئذ ستكون علامة الجمع :

$$\text{هن} \zeta_n = ل$$

وبما أننا نأخذ $(ل)$ فسوف نبدأ من الصفر إلى آخر مرات $(ن)$ ،
وحيث أن $(ل) = 1-m$ ، تصبح $ن = 1-ن$ ، إذن ستكون
المعادلة المتقدمة :

$$\text{هن} \zeta_n = ل = \frac{(1-n)!}{(1-n-ل)!} \times \text{ه} \times (1-n-ل)$$

نحتفظ بـ $(هن)$ فيبقى لدينا :

$$\zeta_n = ل = \frac{(1-n)!}{(1-n-ل)!} \times \text{ه} \times (1-n-ل)$$

$$= \text{هن} \zeta_n = (ل)$$

ن - ١

ومن الواضح أن المجموع الأخير : $\sum_{l=1}^n C_n - 1$ (ل)

يساوي واحدا صحيحا ؛ لأنه عبارة عن حاصل جمع احتمالات مجموعة متكاملة من الحوادث (جميع الأعداد (ل) الممكنة لوقوع الحادثة، عندما تجري ن - ١ من الاختبارات).

وبذلك نكون قد حصلنا على :

$$n - 1 = n - 1$$

$$\text{إذن } \sum_{m=1}^n C_n (m) = n - 1$$

$$2 - n = \sum_{m=1}^n C_n (m) = 2 - n \times n = 2 - n^2 ، وهذه هي قيمة الحد الثاني .$$

هـ - نأتي هنا لحساب قيمة الحد الأول ، الذي هو عبارة عن :

$$\sum_{m=1}^n C_n^2 (m)$$

$$2m = 2m + m - m$$

$$2m = (m - 2m) + m$$

$$٢م = م(١ - م) + م .$$

نعوض وسوف يكون :

$$\zeta_m^٢ ح ن = [م + (١ - م)م] \zeta_m^٢ ح ن (م)$$

$$\zeta_m^٢ ح ن (١ - م) + \zeta_m^٢ ح ن (م) =$$

الحد الأول يساوي (٠) صفرا ، للقيم (٠ = م) و (١ = م) ،
إذن ! نبدأ في حسابه من (٢ = م) فيكون لدينا :

$$\zeta_m^٢ ح ن (١ - م) = \zeta_m^٢ ح ن (١ - م)م$$

وتطبيقا لمعادلة برنولي سنحصل على :

$$\zeta_m^٢ ح ن (١ - م) = \zeta_m^٢ ح ن (١ - م)م$$

$$\zeta_m^٢ ح ن (١ - م) = \zeta_m^٢ ح ن (١ - م)م$$

$$\zeta = \frac{n!}{m! (n-m)!} \times h^m \times (h-1)^{n-m}$$

$$n - m = (n-m) - (n-m) = 0$$

$$h^m \times h^0 = h^m$$

فيكون :

$$\zeta = \frac{n!}{m! (n-m)!} \times h^m \times (h-1)^{n-m}$$

$$\zeta = \frac{n! (n-m)! (n-m)!}{m! (n-m)! (n-m)!} \times h^m \times h^2 \times (h-1)^{n-m-2}$$

$$\frac{(n-m) - (n-m)}{(h-1)}$$

$$= \frac{n! (n-m)! (n-m)!}{m! (n-m)! (n-m)!} \times h^m \times (h-1)^{n-m-2} \times \frac{(n-m)!}{m! (n-m)! (n-m)!}$$

$$h^{n-m} \times (h-1)^{n-m-2}$$

نفرض أن $(م - ٢) = ك$ ،

حينئذ يكون لدينا :

$$\begin{array}{c} \text{ن} \\ (ن - ٢)! \quad ك \\ (ن - ٢ - ك)! \quad ك \\ \text{ن} (١ - ن) ٢ هـ \times \frac{ك}{(ن - ٢ - ك)! \quad ك} \times هـ \times (١ - هـ) \\ \text{ك} = ٠ \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \text{ن - م} \\ \text{ن} (١ - ن) ٢ هـ \times \frac{ك}{\text{ك} = ٠} \times ح ن - ٢ (ك) = [\text{ن} (١ - ن) ٢ هـ] \times ١ \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \text{ن} \\ \text{ن} (١ - ن) ٢ هـ \times \frac{ك}{\text{ك} = ٠} \times ح ن (م - ١) = \text{ن} (١ - ن) ٢ هـ \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \text{ن} \\ \text{وبما أن الحد الأول عبارة عن } \frac{ك}{\text{ك} = ٠} \times ح ن (م) \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \text{ن} \qquad \qquad \qquad \text{ن} \\ \frac{ك}{\text{ك} = ٠} \times ح ن (م - ١) + \frac{ك}{\text{ك} = ٠} \times ح ن (م) \\ \downarrow \qquad \qquad \qquad \downarrow \\ (١) \qquad \qquad \qquad (٢) \end{array}$$

وأن الحد (٢) من الحد الأول يساوي (ن هـ) ، وأن الحد (١) من الحد الأول يساوي :

$$[\text{ن} (١ - ن) ٢ هـ]$$

$$\text{إذن } \sum_{m=0}^n {}^2C_n (m) =$$

$$= [n (1 - {}^2H_n + {}^2H_{n+1})]$$

$= {}^2H_{n+1} - {}^2H_n + {}^2H_n$ ، وهذه هي القيمة النهائية للحد الأول .

و - كنا نحسب منذ الخطوة (ب) حتى الآن قيمة :

$$\sum_{m=0}^n (m - {}^2H_n) {}^2C_n (m) =$$

وكانت عبارة عن :

$$\begin{array}{ccc} \sum_{m=0}^n {}^2C_n (m) & - \sum_{m=0}^n {}^2H_n {}^2C_n (m) & + \sum_{m=0}^n {}^2H_{n+1} {}^2C_n (m) \\ \downarrow \quad \quad \quad \downarrow \quad \quad \quad \downarrow & & \\ (1) & (2) & (3) \end{array}$$

وبما أن قيمة الحد الأول $= ({}^2H_{n+1} - {}^2H_n + {}^2H_n)$ ، كما تم حساب ذلك في الخطوة (هـ) .

وقيمة الحد الثاني ، كما تم حسابها في الخطوة (د) عبارة عن $({}^2H_{n+1} - {}^2H_n)$.

وقيمة الحد الثالث ، كما تم حسابها في الخطوة (ج) عبارة عن
(ن ٢ هـ) .

$$\text{إذن } \frac{\text{ن}}{\text{م}} = \frac{\text{ن} - \text{هـ}}{\text{ح}} \quad \text{م} = \text{ن} - \text{هـ}$$

$$= (\text{ن} ٢ \text{ هـ} - \text{ن} ٢ \text{ هـ} + \text{ن} ٢ \text{ هـ} - \text{ن} ٢ \text{ هـ}) =$$

$$= \text{ن} ٢ \text{ هـ} - \text{ن} ٢ \text{ هـ} .$$

$$= \text{ن} ٢ \text{ هـ} (١ - \text{هـ}) .$$

ز - نعود لنتذكر أننا منذ الخطوة (أ) أردنا حساب قيمة :

$$\frac{\text{ن}}{\text{م}} = \frac{\text{ن} - \text{هـ}}{\text{ح}} \quad \text{م} = \text{ن} - \text{هـ}$$

$$\text{وقد أخرجنا } \frac{\text{ن}}{\text{م}} \text{ لنضربه في آخر خطوة } .$$

$$\text{إذن } \frac{\text{ن}}{\text{م}} = \frac{\text{ن} - \text{هـ}}{\text{ح}} \quad \text{م} = \text{ن} - \text{هـ}$$

$$= \text{ن} ٢ \text{ هـ} (١ - \text{هـ}) \times \frac{\text{ن}}{\text{م}}$$

$$\frac{h(1-h)}{y^2 n} =$$

ح - كانت لدينا المتباينة رقم (٣) :

$$h(1-h) > \frac{y^2 n}{(m-n-h)} \quad \text{حيث } y^2 n = m$$

وبما أن الطرف الأيسر لهذه المتباينة يساوي :

$$\frac{h(1-h)}{y^2 n} \quad \text{إذن } h(1-h) > \frac{y^2 n}{(m-n-h)}$$

علينا أن نعود إلى اللغة العادية لنفهم مضمون هذه المتباينة، فالطرف الأيمن يعني قيمة احتمال أن يكون الفارق بين الاختبارات الناجحة (م)، وبين عدد المرات الأكبر احتمالاً (هـ ن) أكبر من مقدار صغير جداً (ي ن) .

$$\frac{h(1-h)}{y^2 n} \quad \text{وقد أثبتنا أن قيمة هذا الاحتمال أصغر من}$$

$$\left(\frac{h(1-h)}{y^2 n} \right) \text{ ، فنحن نعرف - كما تقدم في أصل}$$

الفرضية – أن هـ = قيمة احتمال الحادثة في كل مرة منفردة .

ي ن = هي نسبة صغيرة جدا في (ن) من المرات، وكل من قيمة (هـ) وقيمة (ي) في (ن) أخذتا كأمرين ثابتين في فرضية البرهان .

$$\text{إذن قيمة : } \frac{\text{هـ} (١ - \text{هـ})}{\text{ي}^٢ \text{ن}} \text{ ترتهن أساسا بعدد (ن) ، فكلما}$$

كان عدد (ن) كبيرا جدا كانت قيمة هذا الكسر ضئيلة جدا ، بل قريبة من الصفر .

ط – بعد كل الخطوات المتقدمة نستطيع أن نستخلص :

أن قيمة احتمال وقوع الاختبارات الناجحة في عدد من المرات يصغر أو يكبر عن (هـ ن) أي (عدد المرات الأكبر احتمالا) بمقدار صغير جدا ، يساوي صفرا تقريبا إذا كانت (ن) كبيرة جدا .

إذن ! هـ ن = وما يقرب منها جدا يساوي تقريبا (١) .

وهذا هو إثبات نظرية برنولي .

البحث الثالث

البحث في بعض طرق العد

سوف نقدم في هذا البحث بعض طرق العد التي مرت بنا - بشكل مباشر أحيانا وبشكل غير مباشر في أحيان أخرى - في دراستنا لبعض مفاصل نظرية الاحتمال عند الشهيد الصدر .

القاعد الأساسية للعد :

إذا أمكن إجراء عملية ما بعدد (ن ١) طريقة مختلفة ، وإذا تلت هذه العملية عملية ثانية يمكن إجراؤها بعدد (ن ٢) طريقة مختلفة ، وإذا تلت هذه العملية الثانية عملية ثالثة يمكن إجراؤها بعدد (ن ٣) طريقة مختلفة ، وهكذا فإن عدد الطرق التي يمكن إجراء هذه العمليات بها بالترتيب المذكور هو حاصل الضرب : $١ \times ٢ \times ٣ \dots$.

مثال : إذا كان لدينا عشرة رفوف ، بحيث يمكننا أن نضع على كل رف منها كتابا واحدا فقط ، فإذا كنا نملك خمس كتب فقط ، فما هي عدد الطرق التي يمكننا أن نوزع فيها الكتب الخمسة على الرفوف العشرة ؟

الكتاب الأول يمكننا أن نضعه في أي رف من الرفوف بـ (١٠) طرق .

الكتاب الثاني يمكننا أن نضعه في أي رف من الرفوف بـ (٩) طرق ، باعتبار أن الرف العاشر قد شغله الكتاب الأول .

الكتاب الثالث يمكننا أن نضعه في أي رف من الرفوف بـ (٨) طرق ، باعتبار أن الرفين (التاسع والعاشر) قد شغلاهما الكتابين (الأول والثاني) .

الكتاب الرابع يمكننا أن نضعه في أي رف من الرفوف بـ (٧) طرق، باعتبار أن الرفوف (الثامن والتاسع والعاشر) قد شغلتها الكتب (الأول والثاني والثالث) .

الكتاب الخامس يمكننا أن نضعه في أي رف من الرفوف بـ (٦) طرق، باعتبار أن الرفوف (السابع والثامن والتاسع والعاشر) قد شغلتها الكتب (الأول والثاني والثالث والرابع) .

إذن : عدد الطرق التي يمكننا أن نوزع فيها الكتب الخمسة على الرفوف العشرة يساوي :

$$(٣٠٢٤٠) = ٦ \times ٧ \times ٨ \times ٩ \times ١٠$$

مثال : بكم طريقة يمكن اختيار مدير ومساعد له في مدرسة عدد معلميه (٣٠) معلما ؟

بما أن التكرار غير مسموح به في مثل هذه الحالات، إذ لا يعقل أن يكون المدير ومساعد نفسه الشخص !

فعدد طرق اختيار المدير هو (٣٠) طريقة.

وعدد طرق اختيار مساعده هو (٢٩) طريقة، باعتبار أننا بعد أن اخترنا المدير بقي عندنا من (٣٠) معلما (٢٩) يمكننا أن نختار منهم مساعدا للمدير .

فعدد طرق اختيار المدير ومساعد هو $٨٧٠ = ٢٩ \times ٣٠$ طريقة.

مثال : إذا كانت اللوحة المعدنية لرقم السيارة تحتوي على حرفين مختلفين من اللغة الإنجليزية يتبعها ثلاثة أرقام بحيث لا يكون الرقم

الأول صفرا، فما هو عدد اللوحات المعدنية التي يمكن طبعها لأرقام السيارات ؟

يمكن كتابة الحرف الأول بعدد (٢٦) طريقة مختلفة، والحرف الثاني بعدد (٢٥) طريقة مختلفة (لأنه لا يمكن اختيار الحرف الأول لكي يكون أيضا حرفا ثانيا) .

ونختار الرقم الأول بتسع طرق مختلفة، وكل من الرقمين الآخرين بعشرة طرق. فيكون عدد اللوحات المختلفة التي يمكن طبعها هو :

$$٥٨٥٠٠٠ = ١٠ \times ١٠ \times ٩ \times ٢٥ \times ٢٦$$

رمز المضروب :

من الرموز التي مرت علينا بكثرة عند دراستنا لنظرية الاحتمال عند الشهيد الصدر وبالذات في الإضاءة التي درسنا فيها (حساب الاحتمال) والإضاءة التي درسنا فيها (انسجام التعريف مع الجانب الحسابي للاحتمال) ، هو الرمز (!) ، فماذا يعني هذا الرمز بالتحديد ؟

وفي الجواب نقول : يظهر كثيرا في الرياضيات حاصل ضرب الأعداد الصحيحة الموجبة – فالمضروبات لا تحسب إلا الأعداد الصحيحة غير السالبة (الموجبة والصفر) – من العدد (١) حتى العدد (ن) [بما في ذلك العدد (ن) نفسه] . ولذلك يرمز له بالرمز الخاص (ن !) ويقرأ [مضروب العدد (ن)] .

$$١! = ١ \quad ٢! = ١ \times ٢ \quad ٣! = ١ \times ٢ \times ٣ \quad \dots \quad (٢ - ن)! \quad (١ - ن)! \quad (٠)! = ١$$

$$\text{مثال : } ٢! = ١ \times ٢ = ٢$$

$$6 = 1 \times 2 \times 3 = !3$$

$$= 1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6 \times 7 \times 8 \times 9 \times 10 = !10$$

$$. 3628800$$

$$39916800 = 3628800 \times 11 = !10 \times 11 = !11$$

$$39916800 \times 12 = !11 \times 12 = !12$$

مثال :

$$42 = \frac{!5 \times 6 \times 7}{!5} = \frac{!7}{!5}$$

$$\frac{!9 \times 10 \times 11 \times 12}{!9} = 10 \times 11 \times 12$$

مثال : أراد مدير مدرسة ما أن يوزع عشرة هدايا مختلفة – ذات أثمان متساوية – على عشرة طلاب متفوقين في مدرسته، فبكم طريقة يمكنه توزيع هذه الهدايا على هؤلاء الطلاب.

يمكن للطالب الأول أن يحصل على أي واحدة من الهدايا العشر، فهناك عشرة طرق يمكن أن توزع فيها الهدية لهذا الطالب.

يمكن للطالب الثاني أن يحصل على أي واحدة من الهدايا التسع المتبقية، باعتبار أن الهدية العاشرة ذهبت للطالب الأول، فهناك تسعة طرق يمكن أن توزع فيها الهدية لهذا الطالب.

يمكن للطالب الثالث أن يحصل على أي واحدة من الهدايا الثمانية المتبقية، باعتبار أن الهديتين (التاسعة والعاشر) ذهبتا للطالبين (الأول والثاني) فهناك ثمانية طرق يمكن أن توزع فيها الهدية لهذا الطالب.

يمكن للطالب الرابع أن يحصل على أي واحدة من الهدايا السبع المتبقية، باعتبار أن الهدايا (الثامنة والتاسعة والعاشر) ذهبت للطالب (الأول والثاني والثالث)، فهناك سبعة طرق يمكن أن توزع فيها الهدية لهذا الطالب.

وهكذا --- .

وأما الطالب العاشر فلا توجد إلا طريقة واحدة لتوزيع الهدية له، باعتبار أن الهدايا (من الثانية إلى التاسعة)، ذهبت للطالب (الأول والثاني و --- والتاسع)، وهذا يعني أنه لم تبق إلا هدية واحدة لطالب واحد ، فهناك طريقة واحدة فقط يمكن أن توزع فيها الهدية على هذا الطالب.

وفي ضوء ما تقدم يتبين لنا أن عدد طرق توزيع الهدايا العشرة المختلفة على الطلاب العشرة المتفوقين يساوي :

$$1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6 \times 7 \times 8 \times 9 \times 10$$

$$= 10!$$

$$= 1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6 \times 7 \times 8 \times 9 \times 10$$

على أنه من الملائم أن نعرف : $10! = 1$

بكم طريقة يمكن ترتيب مجموعة من الكتب غير موجودة ؟

هناك طريقة واحدة أن لا نرتبها لأنها غير موجودة .

التباديل :

يسمى وضع n من الأشياء في ترتيب معين بأنه تبديل لهذه الأشياء (بشرط أن تؤخذ جميع هذه الأشياء)، ويسمى وضع أي عدد r ، $r \geq n$ من هذه الأشياء في ترتيب معين بأنه تبديل العدد n من الأشياء مأخوذة r في كل مرة .

وبعبارة أخرى : لما كانت المضروبات – كما هو واضح مما تقدم – هي عدد ترانيب n من العناصر مأخوذة كلها مرة واحدة، أو ترتيب كل الأشياء المعطاة.

فإن التباديل هي عدد الطرق التي نختار بها كمية من العناصر المرئية عددها r من كمية عدد عناصرها n مع الاهتمام بالترتيب، حيث $r \geq n$.

فالتباديل ← اختيار مع ترتيب ، وهذا مهم جدا .

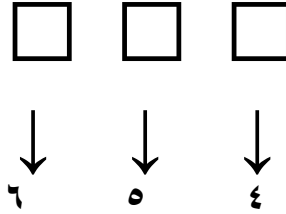
مثال : أوجد التباديل المكونة من ستة أشياء ولتكن مثلاً : (a, b, c, d, e, f) ، والمأخوذة ثلاثة ثلاثة. وبعبارة أخرى أوجد عدد الكلمات في اللغة الإنجليزية المكونة من ثلاثة حروف مختلفة من هذه الحروف الستة.

نفرض أن الكلمة المكونة من ثلاثة حروف في الصورة العامة تمثل بثلاثة مربعات :



ويمكن الآن اختيار الحرف الأول بست طرق مختلفة، وبعد ذلك يمكن اختيار الحرف الثاني بخمس طرق مختلفة، وبعد ذلك يمكن اختيار الحرف الأخير بأربع طرق مختلفة.

على هذا يمكن كتابة عدد طرق اختيار الحرف أسفل المربع الذي يمثل هذا الحرف كما يلي :



ومن القاعدة الأساسية للعد يكون هناك : $6 \times 5 \times 4 = 120$ كلمة ممكنة مكتوبة من ثلاثة حروف من هذه الحروف الستة بدون تكرار، أي يوجد 120 تبديلة من ستة أشياء مأخوذة ثلاثة ثلاثة وهذا يعني أن :

$$L(3, 6) = 120$$

ويمكن اشتقاق الصيغة العامة للمقدار $L(n, r)$ بنفس الطريقة المتبعة في المثال السابق، فيمكن اختيار العنصر الأول في تبديل عددها n مأخوذة r كل مرة بطرق مختلفة عددها n ، وبعد ذلك يمكن اختيار العنصر الثاني في هذه التبديل بطرق مختلفة عددها $(n - 1)$ ، وبعد ذلك يمكن اختيار العنصر الثالث في هذه التبديل بطرق عددها $(n - 2)$ ، بالاستمرار على هذا المنوال يمكن اختيار العنصر الأخير الذي يكون ترتيبه r بطرق عددها $(n - (r - 1)) = n - r + 1$.

إذا :

$$ل(ن، ر) = (ن - ١)(ن - ٢) \dots (ن - ر + ١)$$

$$\frac{ن!}{(ن - ر)!} =$$

ويمكن توضيح كيفية حصول هذا إذا لاحظنا أن :

$$ل(ن، ر) = (ن - ١)(ن - ٢) \dots (ن - ر + ١)$$

$$\frac{ن(ن - ١)(ن - ٢) \dots (ن - ر + ١)}{(ن - ر)!} =$$

$$\frac{ن!}{(ن - ر)!} =$$

مثال : أوجد قيمة كل من :

$$ل(٨، ٥)، ل(٩، ٣)، ل(٧، ٢)، ل(٤، ٤).$$

$$\frac{٨(٨-١)(٨-٢)(٨-٣)(٨-٤)}{(٨-٥)!} = ل(٨، ٥)$$

$$\frac{٨ \times ٧ \times ٦ \times ٥ \times ٤ \times ٣!}{٣!} =$$

$$6720 = 4 \times 5 \times 6 \times 7 \times 8 =$$

$$\frac{9(1-9)(2-9)(3-9)!}{(3-9)!} = (3, 9) \text{ ل}$$

$$\frac{9 \times 8 \times 7 \times 6!}{6!} =$$

$$, 5, 4 = 7 \times 8 \times 9 =$$

$$42 = \frac{7 \times 6 \times 5!}{5!} = \frac{7(1-7)(2-7)!}{(2-7)!} = (2, 7) \text{ ل}$$

$$\frac{(1-m)(2-m)(3-m)(4-m)!}{(4-m)!} = (4, m) \text{ ل}$$

التبديل . $= (m)(1-m)(2-m)(3-m)$ وعدد الأقواس بساوي ذيل

$= 4$ كما تلاحظ .

وفي الحالة الخاصة : $r = n$ نجد أن :

$$\text{ل } (n, n) = n(1-n)(2-n) \dots \times 2 \times 1 = n!$$

إذا : عدد تبديل n من الأشياء مأخوذة جميعها في نفس الوقت هو $n!$

مثال : ما هو عدد تباديل ثلاثة عناصر فرضاً أ ، ب ، ج ؟

مما سبق يتضح يوجد $3! = 3 \times 2 \times 1 = 6$ تباديل ، وهذه التباديل هي :

أ ب ج ، ا ج ب ، ب أ ج ، ب ج أ ، ج أ ب ، ج ب أ .

التوافيق :

نفرض أن لدينا تجمعا من n من الأشياء. يعرف توافق هذه الأشياء التي عددها n مأخوذة r في كل مرة (r - توفيق)، بأنه أي مجموعة جزئية بها r من الأشياء.

وبمعنى آخر : فإن التوفيق r هو أي اختيار لعدد r شيء من بين هذه الأشياء ودون اعتبار لطريقة الترتيب.

على أن نشير إلى أنه يرمز لعدد توافيق n من الأشياء والمأخوذة منها r في كل مرة بالرمز :

$$\binom{n}{r}$$

مثال : توافيق الحروف أ ، ب ، ج ، د مأخوذة (3) في كل مرة هي :

(أ ، ب ، ج) ، (أ ، ب ، د) ، (أ ، ج ، د) ، (ب ، ج ، د)

لاحظ أن التوافيق التالية كلها متساوية : (أ ، ب ، ج) ، (أ ، ج ، ب) ، (ب ، أ ، ج) ، (ب ، ج ، أ) ، (ج ، أ ، ب) ، (ج ، ب ، أ) .

والمقصود بهذا أن كل توفيق هو نفس المجموعة الجزئية (أ ، ب ، ج) .

سوف نحدد في ما يلي عدد توافيق الحروف الأربعة أ ، ب ، ج ، د مأخوذة ٣ في كل مرة .

لاحظ أن كل توفيق مكون من ثلاثة حروف يحدد $3! = 6$ تبديل الحروف الموجودة في التوفيق :

أ ، ب ، ج ← (أ ب ج) (أ ج ب) (ب أ ج) (ب ج أ) (ج أ ب) (ج ب أ)

أ ، ب ، د ← (أ ب د) (أ د ب) (ب أ د) (ب د أ) (د أ ب) (د ب أ)

أ ، ج ، د ← (أ ج د) (أ د ج) (ج أ د) (ج د أ) (د أ ج) (د ج أ)

ب ، ج ، د ← (ب ج د) (ب د ج) (ج ب د) (ج د ب) (د ب ج) (د ج ب)

وبذلك يكون عدد التوافيق مضروبا في $3!$ يساوي عدد التبديل .

إذا :

$$\frac{4 \text{ ل } (3, 4)}{3!} = \left(\begin{matrix} 4 \\ 3 \end{matrix} \right) \text{ أو } 4 \text{ ل } (3, 4) = 3! \times \left(\begin{matrix} 4 \\ 3 \end{matrix} \right)$$

ولكن $4 \text{ ل } (3, 4) = 24 = 2 \times 3 \times 4$ وأيضا $3! = 6$

إذا : $4 = \left(\begin{matrix} 4 \\ 3 \end{matrix} \right)$ كما ذكرنا من قبل .

وحيث أن كل توفيق لعدد n من الأشياء مأخوذة r في كل مرة يحدد $r!$ من التبديل ، فإننا نستنتج :

$${}^N_r L = ({}^N_r) \times r!$$

وبهذا نحصل على القانون التالي :

$$\frac{{}^N_r L}{r!} = ({}^N_r)$$

$$\frac{N!}{(N-r)!} =$$

$$r! \times \frac{N!}{(N-r)!} =$$

$$\frac{N!}{(N-r)! r!} =$$

مثال : جد ناتج ما يلي : $({}^6_3), ({}^8_4), ({}^9_6)$

$$\frac{6 \times 5 \times 4 \times 3!}{3! 3!} = \frac{6!}{3! (6-3)!} = ({}^6_3)$$

$$6 = \frac{120}{6} = \frac{4 \times 5 \times 6}{1 \times 2 \times 3} =$$

$$\frac{!4 \times 5 \times 6 \times 7 \times 8}{!4 !4} = \frac{!8}{!(4-8)!4} = \binom{8}{4}$$

$$70 = \frac{1680}{24} = \frac{5 \times 6 \times 7 \times 8}{1 \times 2 \times 3 \times 4} =$$

$$1 = \frac{!9}{1 \times !9} = \frac{!9}{!(9-9)!9} = \binom{9}{9}$$

مثال : كم لجنة ثلاثية يمكن تكوينها من ثمانية أشخاص ؟

كل لجنة بالضرورة هي توفيق من الثمانية أشخاص مأخوذ منهم ثلاثة كل مرة. إذا يوجد :

$$\frac{!5 \times 6 \times 7 \times 8}{!5 \times !3} = \frac{!8}{!5 \times !3} = \frac{!8}{!(3-8)!3} = \binom{8}{3}$$

$$56 = \frac{6 \times 7 \times 8}{1 \times 2 \times 3} =$$

مثال : بكم طريقة يمكن اختيار لجنة تتكون من ثلاثة رجال وسيدتين من بين سبعة رجال وخمس سيدات ؟

$$60.$$

عدد طرق اختيار هذه اللجنة = عدد طرق اختيار ثلاثة رجال من سبعة رجال مضروبا في عدد طرق اختيار سيدتين من خمس سيدات.

$$\text{أي أن عدد طرق اختيار هذه اللجنة} = \binom{5}{2} \binom{7}{3}$$

$$= \frac{5!}{(5-2)!2!} \times \frac{7!}{(7-3)!3!}$$

$$= \frac{5 \times 4 \times 3!}{3!2!} \times \frac{7 \times 6 \times 5 \times 4!}{4!3!}$$

$$= \frac{4 \times 5}{1 \times 2} \times \frac{5 \times 6 \times 7}{1 \times 2 \times 3}$$

$$= \frac{210}{6} = \frac{10 \times 21}{6} = \frac{20 \times 21}{2 \times 6} = 35$$

مثال : في أحد الامتحانات يجب على الطالب أن يجيب على ثمانية من عشرة أسئلة، جد :

أ – بكم طريقة يمكن للطالب أن يختار الأسئلة ؟

ب – بكم طريقة يمكنه الاختيار إذا كانت الأسئلة الثلاثة الأولى إجبارية ؟

جـ - بكم طريقة يمكنه الاختيار إذا كان من الضروري أن يجيب على أربعة أسئلة من الأسئلة الخمسة الأولى ؟

حل (أ) : يمكن أن يختار ثمانية أسئلة من عشرة بطرق عددها :

$$\frac{10}{2} = \frac{10 \times 9 \times 8}{2 \times 1} = \frac{10!}{1! (10-1)!} = \left(\frac{10}{1} \right)$$

$$= 45$$

ويمكننا أن نقول أنه يمكنه أن يختار سؤالين من عشرة ليترك الإجابة عليهما فتبقى ثمانية أسئلة يجيب عليها، وعدد طرق اختيار سؤالين من عشرة يساوي :

$$\frac{10}{2} = \frac{10 \times 9 \times 8}{2 \times 1} = \frac{10!}{2! (10-2)!} = \left(\frac{10}{2} \right)$$

$$= 45$$

حل (ب) : إذا أجاب عن الأسئلة الثلاثة الأولى فيمكنه اختيار الأسئلة الخمسة الأخرى من بين الأسئلة السبعة الأخيرة بطرق عددها :

$$21 = \frac{7 \times 6 \times 5}{1 \times 2} = \left(\frac{7}{2} \right) = \left(\frac{7}{2} \right)$$

حل (ج) : إذا أجاب عن الأسئلة الخمسة الأولى فيمكنه اختيار الثلاثة أسئلة الأخرى من بين الأسئلة الخمسة الأخيرة بطرق عددها :

$$602$$

$$10 = \frac{5 \times 4 \times 3!}{3! 2!} = \frac{5!}{3! (5-3)!} = \binom{5}{3}$$

ومن ناحية أخرى إذا أجاب على أربعة أسئلة فقط من بين الأسئلة الخمسة الأولى فيمكنه اختيار الأسئلة الأربعة الأخرى من بين الأسئلة الخمسة الأخيرة بطرق عددها :

$$5 = \binom{5}{1} = \binom{5}{4}$$

وبذلك يمكنه اختيار الأسئلة الثمانية بطرق عددها $5 \times 5 = 25$ ، ويكون عدد الاختبارات الكلية 35 اختياراً .

مثال ٤ (التباديل والتوافيق معا) :

يوجد في مكتبة (١٠) كتب مختلفة تبحث في الطب ، و (٧) كتب مختلفة تبحث في الهندسة.

بكم طريقة يمكن اختيار (٤) كتب في الطب و (٢) كتاب في الهندسة وترتيبها على رف المكتبة ؟

الحل : الحل هنا على خطوتين :

$$\text{الأولى : الاختيار ونجده بالتوافيق كالآتي : } \binom{10}{4} \times \binom{7}{2}$$

والثانية : الترتيب، ونجدها بالتباديل كالآتي : أي أننا نختار ستة كتب مختلفة، ثم نريد ترتيبها بطرق عددها : $(6, 6)$.

فعدد طرق اختيار وترتيب الكتب هي :

$$\binom{10}{4} \times \binom{7}{2} \times (6, 6)$$

وبعد التبسيط فإن عدد الطرق = 3175200 طريقة.

البحث الرابع

ماذا نعني بمصطلح الصور الكلية الممكنة

الصور الممكنة أو الحالات الممكنة أو ما أسميناه في هذا البحث الفئات، هي معاني مترادفة في هذا البحث.

حينما نرمي بقطعة نقد في الهواء، ونريد أن نتوقع على أي وجه سوف تستقر قطعة النقد، نجد أننا نعلم بأن هناك صورتان ممكنتان لما يمكن أن تستقر عليه هذه القطعة، هي :

١ - أن يظهر وجه الصورة

٢ - أن يظهر وجه الكتابة

وحيثما نرمي بحجر نرد في الهواء، ونحاول أن نتوقع على أي رقم من أرقامه الست سوف يستقر الحجر، نجد أننا نعلم بأن هناك ست صور ممكنة لما يمكن أن يكون عليه حالة حجر النرد، هي :

١- أن يظهر الرقم (١)

٢- أن يظهر الرقم (٢)

٣- أن يظهر الرقم (٣)

٤- أن يظهر الرقم (٤)

٥- أن يظهر الرقم (٥)

٦- أن يظهر الرقم (٦)

وحيثما نأتي إلى مجموعتين من الطلاب، ونريد أن نكافئ بينهم في ثلاث متغيرات، بحيث ان كل متغير يمكن يظهر بواحدة من ثلاث حالات، ونحاول أن نتوقع الحالة التي يمكن أن يكون عليها كل طالب من الطلاب، نجد أننا نعلم أن هناك العديد من الصور الممكنة التي يمكن أن يكون عليها أي طالب من الطلاب، هي - بعد الترميز - :

- ١ - ١، ١، ١
- ٢ - ٢، ١، ١
- ٣ - ٣، ١، ١
- ٤ - ١، ٢، ١
- ٥ - ٢، ٢، ١
- ٦ - ٣، ٢، ١
- ٧ - ١، ٣، ١
- ٨ - ٢، ٣، ١
- ٩ - ٣، ٣، ١
- ١٠ - ١، ١، ٢
- ١١ - ٢، ١، ٢
- ١٢ - ٣، ١، ٢
- ١٣ - ١، ٢، ٢
- ١٤ - ٢، ٢، ٢
- ١٥ - ٣، ٢، ٢
- ١٦ - ١، ٣، ٢
- ١٧ - ٢، ٣، ٢
- ١٨ - ٣، ٣، ٢
- ١٩ - ١، ١، ٣
- ٢٠ - ٢، ١، ٣
- ٢١ - ٣، ١، ٣
- ٢٢ - ١، ٢، ٣
- ٢٣ - ٢، ٢، ٣
- ٢٤ - ٣، ٢، ٣
- ٢٥ - ١، ٣، ٣
- ٢٦ - ٢، ٣، ٣
- ٢٧ - ٣، ٣، ٣

يسمي السيد محمد باقر الصدر - رحمه الله - الصور الكلية
الممكنة بالعلم الإجمالي، بمعنى أننا حينما نملك معلومات عن
مجموعة الحالات التي يمكن ان تقع بها حادثة معينة، ولكننا لا نعلم

على وجه التحديد أي حالة من الحالات هي التي ستقع، فهذا لا يعني اننا نعيش في حالة جهل مطلق؛ لأننا نملك علما إجماليا بأن الحادثة لا بد وأن تقع على وفق واحدة من الحالات الممكنة المعلومة لدينا.

يقول السيد الصدر بهذا الصدد : ((فإن العلم – أي علم – له معلوم، والمعلوم قد يكون مشخصا محددًا ، كما إذا علمت أن الشمس طالعة، أو أن فلانا من أصدقائك يطرق عليك الباب، ويعتبر العلم في هذه الحالة علما تفصيليا ومرتبطا بشيء واحد ارتباط العلم بالمعلوم، وليس في كيان العلم التفصيلي أي مجال للشك والاحتمال؛ لأن ذلك الشيء المحدد والمعلوم الذي يرتبط به العلم بوصفه معلوما لا يقبل الاحتمال، وغيره من أشياء لا ارتباط للعلم التفصيلي بها.

وقد يكون المعلوم غير محدد ولا مشخص، كما إذا علمت بأن أحد أصدقائك الثلاثة بدون تعيين سوف يزورك، ويعتبر العلم في هذه الحالة علما إجماليا، وهو يرتبط – ارتباط العلم بالمعلوم – بشيء غامض غير محدد، لا هو زيارة هذا الصديق بالذات ولا هذا ولا ذاك، بل أحدهم، ويرتبط بكل واحدة من الزيارات الثلاث، ولكن ليس ارتباط علم بمعلوم؛ لأن أي واحدة منها ليست معلومة، بل ارتباط علم بما يحتمل أن يكون هو الممثل الحقيقي للمعلوم، فإن المعلوم لما كان شيئا غامضا وغير محدد فمن المحتمل أن يتمثل في أي واحدة من تلك الزيارات، ونطلق على كل واحدة من الزيارات اسم طرف العلم الإجمالي، وعلى هذا الأساس نعرف أن علاقة العلم الإجمالي بكل طرف هي علاقة تستبطن بطبيعتها الاحتمال، بينما علاقة العلم – أي علم – بالمعلوم تستبطن بطبيعتها نفي الاحتمال، وعدد أطراف العلم الإجمالي يختلف باختلاف دائرة التردد في المعلوم، فقد يكون ثلاثة وقد يكون أكثر، غير أن الحد الأدنى له هو اثنان؛ لأن حالة وجود طرف واحد فقط تعني أنه هو المعلوم فيصبح العلم تفصيليا لا إجماليا.

والعلم الإجمالي على قسمين :

أحدهما : العلم الإجمالي الذي يكون أطرافه متنافية أي لا يحتمل أن يجتمع اثنان منهما في وقت واحد، كما إذا كنت تعلم أن واحدا فقط من

أصدقائك الثلاثة سوف يزورك، فليس من المحتمل على أساس علمك هذا أن يزورك اثنان منهم.

والقسم الآخر : العلم الإجمالي الذي تكون أطرافه غير متنافية، أي أن من المحتمل اجتماع اثنين منها، كما إذا كنت تعلم أن واحدا على الأقل من أصدقائك الثلاثة سوف يزورك، فإن هذا العلم لا يفرض التنافي بين أطرافه فيكون من المحتمل أن يزورك اثنان منهم أو الثلاثة جميعا. وكل حالة من حالات القسم الثاني يمكن أن نحصل فيها على علم إجمالي من القسم الأول، ففي المثال الذي ذكرناه للقسم الثاني افترضنا العلم بأن واحدا على الأقل من الأصدقاء سوف يأتي، وهذا العلم لا يفرض التنافي بين أطرافه، ولكن بإمكاننا أن نحصل منه على علم إجمالي يفرض التنافي بين أطرافه أي من القسم الأول، وذلك بأن نعبر عن علمنا الإجمالي هذا بالصيغة التالية مشيرين إلى الأصدقاء الثلاثة برموز (أ) (ب) (ج) :

نحن نعلم إجمالا بوقوع إحدى الحالات التالية :

- ١ - يزورنا (أ) فقط
- ٢ - يزورنا (ب) فقط
- ٣ - يزورنا (ج) فقط
- ٤ - يزورنا (أ) و (ب) فقط
- ٥ - يزورنا (أ) و (ج) فقط
- ٦ - يزورنا (ب) و (ج) فقط
- ٧ - يزورنا (أ) و (ب) و (ج) معا

وهذا علم يفرض التناقض بين أطرافه السبعة، فهو من القسم الأول، وهذا يعني أننا في كل علم اجمالي سوف نواجه علما من القسم الأول.

ونحن هنا نريد بالعلم الاجمالي - متى أطلقناه - العلم الاجمالي من القسم الأول الذي يفرض التناقض بين أطرافه، وإذا أردنا أن نعبر أحيانا عن العلم الاجمالي الذي لا يفرض التناقض بين أطرافه فلن نستخدم للتعبير عنه كلمة العلم الاجمالي. ويفهم مما تقدم أننا نواجه في كل علم اجمالي :

أولا : العلم بشيء غير محدد (كلي) .

ثانيا : مجموعة الأطراف التي يعتبر كل عضو فيها ممثلا احتماليا للمعلوم أي يحتمل أنه هو ذلك الشيء غير المحدد.

ثالثا : مجموعة الاحتمالات التي يطابق عددها عدد مجموعة الأطراف؛ لأن كل طرف من أطراف العلم الاجمالي يحتمل أن يكون هو الممثل المعلوم، فكل عضو من مجموعة الأطراف يوازيه عضو في مجموعة الاحتمالات.

رابعا : التناقض بين أعضاء مجموعة الأطراف ((. (٥)

هذا الكلام نقلناه كاملا لغرض أن نفتح النافذة كاملة أمام القارئ حول هذا الموضوع إذا ما أراد المتابعة والاستفادة، ليعلم أن العلوم الإجمالية أو (الصور الكلية الممكنة) متعددة ومتنوعة، وليست على نمط واحد، فهي تختلف باختلاف أسباب نشوءها.

لكن ما يهمنا من هذا النص بالذات هو أننا حينما نريد أن نكافي بين مجموعتين أو أكثر من الأفراد في عدد من المتغيرات، التي يمكن أن يظهر كل واحد منها بعدد معين من الحالات، فعلى الرغم من أننا لا نملك علما تفصيليا بما يمكن أن يكون عليه كل فرد، لكن هذا لا

يعني اننا نعيش في حالة جهل مطلق، لأننا نملك علما إجماليا بجميع الصور الممكنة لما يمكن أن يكون عليه أي فرد من الأفراد، أي أن الفرد لا بد وأن يكون على وفق واحدة من هذه الصور الممكنة، ولا يمكن - وهذا هو المهم - بأي حال من الأحوال أن تكون له صورة خارج إطار هذه الصور التي نعلمها إجمالا - أي خارج إطار العلم الإجمالي.

إن هذا التحليل هو الذي يوفر الأساس المنطقي لجميع افتراضات طريقتي الغرابي في التكافؤ بين مجموعات البحث - اللتين سندرهما بالتفصيل في الإضاءة التالية - لأن هاتين الطريقتين تفترضان أنهما توزعان الأفراد على مجموعة الفئات - الصور الممكنة التي يمكن أن يكون عليها أي فرد من الأفراد بحسب بياناته -، وتفترضان أن هذه الفئات عددها محدود ومعلوم مهما كان كبيرا، ولا يمكن أن تكون هناك فئة خارجة عن حدود هذا العدد المحدود والمعلوم، وتفترضان أن كل فرد لا بد وأن ينتمي إلى أحد هذه الفئات ولا يمكن أن لا ينتمي لأي واحدة منها.

إذن الصور الكلية الممكنة تعني : جميع الحالات المعلومة التي يمكن أن تكون عليها حادثة من الحوادث قبل وقوعها، ولا يمكن تحديد الحالة التي ستتحقق بالضبط، إلا بعد وقوعها.

أعتقد أن من الملائم أن نفتح آفاق البحث من خلال مقارنة مفهوم العلم الإجمالي مع بعض المفاهيم الشائعة والمتداولة في أغلب الأدبيات والنشرات الرياضية، لنحصل على المزيد من الإيضاح لمعنى ما اصطلاحنا عليه (الصور الكلية الممكنة) وارتكزت على أساسه طريقتنا، وهذا ما سنفعله في البحث التالي.

البحث الخامس

مقارنة لبعض مفاهيم نظرية الاحتمال عند الشهيد الصدر مع بعض المفاهيم الشائعة والمتداولة في أغلب الأدبيات والنشرات الرياضية

بما أن هذا الكتاب يحاول أن يقدم دراسة موسعة تتناول بالتحليل والتفصيل الجوانب المختلفة من الفكر الاستقرائي للشهيد الصدر، بما فيها الجانب الاحتمالي من هذا الفكر، والذي خصصنا له هذا الجزء من الكتاب بأكمله، فإني أرى أن من الضروري أن نقدم مقارنة بين مفاهيم نظرية الاحتمال عند الشهيد الصدر وبين المفاهيم الشائعة والمتداولة في أغلب الأدبيات والنشرات الرياضية لغرض استيعاب هذه النظرية بشكل علمي صحيح.

وبما أن إجراء مقارنة مستوعبة لجميع مفاهيم نظرية الاحتمال عند الشهيد الصدر مع المفاهيم الشائعة في النشرات الرياضية هو أمر لا تسعه مثل هذه المقالة، فلا بأس بأن نجري مقارنة لبعض هذه المفاهيم، من خلال دراسة كيفية تحديد عدد أعضاء مجموعة أطراف العلم الإجمالي :

طريقة تحديد عدد أعضاء مجموعة أطراف العلم الإجمالي :

أولاً - يمكننا أن نقول أن هناك نوعاً من التشابه بين مفهوم (مجموعة أطراف العلم الإجمالي) وبين مفهوم (مجموعة جميع النواتج الممكنة للتجربة العشوائية - ويطلق عليها البعض التجربة الإحصائية) - .

ثانياً - في ضوء ما تقدم يتبين لنا أن هناك نوعاً من التشابه - أيضاً - بين مفهوم العلم الإجمالي ومفهوم الفضاء العيني؛ فمفهوم

الفضاء العيني : يعرف بأنه مجموعة جميع النواتج الممكنة للتجربة العشوائية – الإحصائية –، ومفهوم العلم الإجمالي نواجه فيه : مجموعة الأطراف التي يعتبر كل عضو فيها ممثلاً احتمالياً للمعلوم.

ثالثاً – في ضوء النقطة السابقة يتضح لنا أن كلا من العلم الإجمالي والفضاء العيني عبارة عن مجموعة، فكلاهما يعبر عن جمع من الأشياء – من نوع ما – معرفاً تعريفاً جيداً.

وعلى أساس أن كلا من العلم الإجمالي والفضاء العيني عبارة عن مجموعة، فهما – وبلا شك – يخضعان لتطبيق عليهما عمليات المجموعات وجبرها.

ومن هنا نستطيع أن نؤكد أن العلم الإجمالي بما أنه يستوفي شروط كونه مجموعة، ويخضع لتطبيقات عمليات المجموعات، فإن هذا يعني : أن تعريف الاحتمال على أساس العلم الإجمالي لا بد وأن يكون منسجماً مع الجانب الحسابي للاحتمال.

رابعاً – في ضوء النقطة الثانية عرفنا أن مفهوم الفضاء العيني يعرف بأنه مجموعة جميع النواتج الممكنة للتجربة العشوائية – الإحصائية –، فما الذي نعنيه بمفهوم التجربة العشوائية – الإحصائية – ؟

تعرف التجربة – بشكل عام – بأنها : القيام بعمل يمكن وصفه وصفاً دقيقاً وملاحظة ما ينتج عنه بكل دقة واتقان.

وتنقسم التجارب إلى قسمين :

القسم الأول : (التجارب العلمية المحددة) : وهي التجارب التي تكون نتائجها محددة ومعروفة مسبقاً. فنتائج هذه التجارب حقائق علمية لا تحتاج لإثباتها إل دليل أو برهان كونها واضحة للعيان، ومثل

هذه التجارب لا تعتمد نتائجها على من أجراها سواء أكان عالما بالفيزياء أو جاهل بها.

القسم الثاني : (التجارب العشوائية – الإحصائية) : تعرف التجربة العشوائية بأنها أي عملية أو مجموعة عمليات محددة لا تعرف نتائجها مسبقا بشكل حتمي، أي لا يستطيع التنبؤ بنتائجها بشكل مؤكد. وبعبارة أخرى : أنها التجارب التي يمكن معرفة جميع نواتجها الممكنة قبل إجرائها ولا يمكن تحديد الناتج الذي سيتحقق بالضبط، إلا بعد إجرائها. فعندلقاء حجر النرد مرة واحدة في الهواء فإن مجموعة جميع النواتج الممكنة من النقاط الظاهرة على الوجه العلوي له هي (نقطة واحدة ، نقطتان، ثلاث نقاط، أربع نقاط ، خمس نقاط، ست نقاط)، وهذا واضح كون حجر النرد له ستة أوجه حفر على كل وجه منها عدد من النقاط، وأما عدد النقاط التي ستظهر على الوجه العلوي بالتحديد فلا يمكن معرفته بالتأكيد إلا بعد إلقاء حجر النرد – إجراء التجربة – فقط.

خامسا – في ضوء ما تقدم يمكننا ان نكتشف تشابها آخر بين مفهوم العلم الإجمالي ومفهوم الفضاء العيني، فكلاهما ينشأ حينما لا يوجد نتائج محددة أو قل معلوما محددا.

فالعلم الإجمالي يتولد في حالتين :

الحالة الأولى : أن يدرك الإنسان التمانع بين شيئين أو مجموعة من الأشياء، فيعلم على هذا الأساس بنفي غير محدد، أي بأن واحدا منها غير موجود؛ لأن افتراض وجودها جميعا لا ينسجم مع التمانع الثابت بينهما. ومثال ذلك : العلم بنفي أحد اللونين على الأقل – البياض أو السواد – عن الورقة، فإن هذا العلم نشأ عن إدراك التمانع بين السواد والبياض، واستحالة اجتماعهما.

والعلم في هذه الحالة ينصب بطبيعته على عدم اجتماع السواد والبياض، والمعلوم بهذا العلم هو عدم اجتماع اللونين، لا عدم هذا ولا عدم ذاك.

الحالة الثانية : أن لا يدرك الإنسان أي تمناع بين وجود هذا الشيء ووجود ذاك، ومع هذا يعلم بأن أحدهما على الأقل غير موجود، ومثال ذلك علمك بأن أحد كتب التاريخ (للطبري أو ابن الأثير أو اليعقوبي) قد فقد من مكتبتك، إذا دخلت إلى المكتبة ورأيت فراغا في رف كتب التاريخ، ولم تقترب منه لتعرف الكتاب المفقود بالضبط، ففي حالة من هذا القبيل، يوجد لديك علم بنفي غير محدد (علم إجمالي)؛ لأنك تعلم أن واحدا من كتب التاريخ غير موجود، ولا تستطيع أن تحدده، وبالرغم من علمك هذا لا ترى أي تمناع وتضاد بين هذه الكتب كالتمناع الذي كنا نراه في الحالة السابقة بين السواد والبياض.

وهذا يعني : أن علمنا بنفي غير محدد في هذه الحالة ، لا يقوم على أساس إدراك التمناع بين مجموعة من الأشياء واستحالة اجتماعها في وقت واحد، كما في الحالة الأولى، بل يقوم على أساس نفي محدد في الواقع تشابه علينا، ولم نستطع تمييزه، فنشأ من أجل ذلك علم بنفي غير محدد.

ففي مثال المكتبة، إذا افترضنا أن الفراغ الذي لاحظناه في رف كتب التاريخ كان يمثل موضع تأريخ الطبري، ولكننا لم نعرف في النظرة الأولى ذلك؛ لأننا لم نتذكر موضع تأريخ الطبري بالضبط، فمن الطبيعي أن نعلم بنفي غير محدد، وإن كان هذا العلم نفسه نتيجة لنفي محدد في الواقع، وهو فقدان كتاب تأريخ الطبري بالذات، إذ لو لم تفقد المكتبة تأريخ الطبري لما لاحظنا فراغا في رف كتب التاريخ، ولما تكون لدينا العلم بنفي غير محدد.

ونستخلص من ذلك كله : أن العلم بنفي غير محدد (العلم الإجمالي) قد ينشأ من إدراك التمناع بين شيئين أو مجموعة من أشياء، وقد ينشأ من نفي محدد في الواقع وقد تشابه على الملاحظ،

فنتج عن ذلك علم بنفي غير محدد، ولو زال ذلك التشابه لكان هذا النفي غير المحدد هو نفس ذلك النفي المحدد في الواقع.

أما الفضاء العيني فيتولد حينما نجري تجربة عشوائية نعلم مسبقا بنتائجها المحددة لكننا نتردد في تحديد هذه النتائج، فنحن حينما نرمي بحجر النرد مرة واحدة في الهواء ولا نعلم على أي وجه من الوجوه الست سوف يقع هذا الحجر يتولد عندنا فضاء عيني أي مجموعة النواتج الممكنة والتي هي : $\{ 1, 2, 3, 4, 5, 6 \}$ وعدد عناصرها = 6 .

وحينما نرمي بحجري نرد مرة واحدة في الهواء، ولا نعلم أي وجه من الوجوه الست التي سوف يقع عليها أي حجر من هذين الحجرين يتولد عندنا فضاء عيني ، أي مجموعة النواتج الممكنة والتي هي : $\{ (1, 1), (1, 2), (1, 3), (1, 4), (1, 5), (1, 6), (2, 1), (2, 2), (2, 3), (2, 4), (2, 5), (2, 6), (3, 1), (3, 2), (3, 3), (3, 4), (3, 5), (3, 6), (4, 1), (4, 2), (4, 3), (4, 4), (4, 5), (4, 6), (5, 1), (5, 2), (5, 3), (5, 4), (5, 5), (5, 6), (6, 1), (6, 2), (6, 3), (6, 4), (6, 5), (6, 6) \}$ وعدد عناصرها = 36 .

وعند التدقيق فيما تقدم نجد أن كلا من العلم الإجمالي والفضاء العيني ينشآن حينما :

أ - يكون لدينا علما مسبقا بالنتائج الممكنة، فنحن في حالة العلم الإجمالي القائم على أساس التمانع، نعلم مسبقا بعدم اجتماع اللونين في الورقة، فهناك إذن نتيجتان ممكنتان : فإما أن تكون الورقة بيضاء، وإما أن تكون الورقة سوداء. وفي حالة العلم الإجمالي القائم على أساس التشابه نعلم مسبقا بأن أحد كتب التاريخ (للطبري أو ابن الأثير أو اليعقوبي) هو المفقود، فهناك نتائج ممكنة عددها بعدد كتب التاريخ الموجودة على الرف. وأما في حالة الفضاء العيني فنحن نعلم مسبقا أن حجر النرد سوف يقع على واحد من وجوه الستة، فهناك ستة نتائج ممكنة.

ب – لا نتمكن من تحديد أي نتيجة من النتائج الممكنة هي التي سوف تقع.

على أن نشير إلى أننا لو تعمقنا بشكل أكبر لوجدنا أن الفضاء العيني هو أيضا ينشأ أما على أساس التمانع كما هو واضح في مثال حجر النرد، وإما على أساس الإشتباه.

سادسا – يمكننا أن نقول أن هناك نوعا من التشابه بين مفهوم (العلم التفصيلي) ومفهوم (التجارب المحددة) ف :

العلم التفصيلي هو الاسم الذي نطلقه على العلم بنفي محدد ، والعلم بنفي محدد له أمثلة كثيرة في معارفنا الاعتيادية، فنحن قد نعلم أن هذه الورقة ليست سوداء، وقد نعلم أن كتاب تأريخ الطبري الذي كان موجودا في مكتبتنا قد فقد ولم يعد موجودا.

ويمكننا بسهولة أن نفسر نشوء العلم بنفي محدد (العلم التفصيلي)، فإنت حين تقول : هذه الورقة ليست سوداء، أو إن تأريخ الطبري ليس موجودا في مكتبتني يمكنك أن تستند في ذلك إلى رؤيتك للورقة، وإدراكك بأنها ليست سوداء، وإلى رؤيتك لمكتبتك، وافقادك لتأريخ الطبري بين كتبك.

وأما التجارب المحددة فلها أمثلة كثيرة أيضا، فعند تسخين الماء مثلا على مستوى سطح البحر إلى درجة (١٠٠) فإنه يبدأ بالغليان – تكون فقائيع مملوءة بالهواء وصعودها إلى السطح ثم انفجارها هناك – هذه هي حقيقة علمية لا تحتاج لإثباتها إلى دليل أو برهان كونها واضحة للعيان.

وكما أمكننا أن نفسر بسهولة نشوء (العلم التفصيلي)، كذلك يمكننا وبسهولة – أيضا – أن نفسر نشوء التجارب المحددة، فإنت حين تقول أن الماء يبدأ بالغليان عند تسخينه في منطقة على مستوى سطح البحر

إلى درجة (١٠٠)، تستند في ذلك إلى حقيقة علمية واضحة للعيان لا تحتاج لإثباتها إلى دليل أو برهان.

سابعاً - في ضوء معرفتنا بوجود هذا التشابه بين مفهوم العلم الإجمالي ومفهوم الفضاء العيني، يمكننا أن نقول أن طريقة تحديد عدد أعضاء مجموعة أطراف العلم الإجمالي هي نفسها طريقة تحديد عدد النواتج الممكنة للتجربة، أي عدد عناصر الفضاء العيني. وفيما يلي إيضاح لطريقة تحديد عدد عناصر الفضاء العيني والتي هي نفسها - مع الانتباه للفارق بين الرموز - طريقة تحديد عدد أعضاء مجموعة أطراف العلم الإجمالي.

يرمز للفضاء العيني - الذي هو مجموع جميع النواتج الممكنة للتجربة العشوائية - الإحصائية - بالرمز Ω (أو ميغا).

حينما نرمي بحجر نرد في الهواء فإن جميع النواتج الممكنة أو الفضاء العيني $\Omega = \{ ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦ \}$ وعدد عناصرها $= ٦$.

ويرمز له بالرمز Ω (٦) ، حيث Ω عدد عناصر الفضاء العيني .

أما إذا رمينا بحجري نرد في الهواء فإن جميع النواتج الممكنة أو الفضاء العيني $\Omega = \{ (١ ، ١) ، (١ ، ٢) ، (٢ ، ١) ، (٢ ، ٢) ، (٣ ، ١) ، (٣ ، ٢) ، (٤ ، ١) ، (٤ ، ٢) ، (٥ ، ١) ، (٥ ، ٢) ، (٦ ، ١) ، (٦ ، ٢) \}$ وعدد عناصرها $= ٣٦$.

أما إذا رمينا بثلاثة أحجار نرد في الهواء فإن جميع النواتج الممكنة أو الفضاء العيني $\Omega = \{ (١ ، ١ ، ١) ، (١ ، ١ ، ٢) ، (١ ، ٢ ، ١) ، (١ ، ٢ ، ٢) ، (٢ ، ١ ، ١) ، (٢ ، ١ ، ٢) ، (٢ ، ٢ ، ١) ، (٢ ، ٢ ، ٢) \}$ وهكذا - وكما هو واضح في البحث الأول من هذه الإضاءة - .

$$\text{وعدد عناصرها} = 6 \times 6 \times 6 = 216 .$$

وفي ضوء ما تقدم يمكننا أن نستنتج أن عدد عناصر الفضاء العيني لتجربة رمي حجر نرد دون كتابة عناصره هو :

$$\text{ع } (\Omega) = \overset{\text{ن}}{\text{أ}} \text{ حيث :}$$

أ عدد أوجه حجر النرد

ن عدد مرات رمي حجر النرد

ع عدد عناصر الفضاء العيني

مثال : ما عدد عناصر الفضاء العيني لتجربة رمي قطعة نقد (١٠) مرات .

$$\text{ع } \Omega = \overset{10}{2} = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 1024 \text{ عنصر.}$$

مثال : ما عدد عناصر الفضاء العيني لتجربة إلقاء قطعة نقد ثم حجر ثم قطعة نقد مرة أخرى ؟

عدد عناصر الفضاء العيني لتجربة إلقاء قطعة النقد في مرتين :

$$\text{ع } \Omega = \overset{2}{2} = 2 \times 2 = 4$$

عدد عناصر الفضاء العيني لتجربة إلقاء حجر نرد مرة واحدة :

$${}^1_6 = {}^1_6 = \Omega \text{ ع}$$

عدد عناصر الفضاء العيني لتجربة إلقاء قطعة النقد ثم حجر ثم قطعة نقد مرة أخرى $= 6 \times 4 = 24$.

مثال : ما عدد عناصر الفضاء العيني لتجربة سحب كرتين على التوالي مع الإرجاع من وعاء يحتوي (١٠) كرات.

$${}^1_{10} = {}^1_{10} = \Omega \text{ ع}$$

مثال : ما عدد عناصر الفضاء العيني لتجربة سحب كرتين على التوالي دون إرجاع من وعاء يحتوي على عشر كرات.

$${}^1_{10} = {}^1_{10} = \Omega \text{ ع}$$

ويمكننا في ضوء هذا المثال أن نحدد الصور الممكنة – والتي تعتبر كل واحدة منها عضوا من أعضاء مجموعة أطراف العلم الإجمالي – لسحب كرتين على التوالي دون إرجاع من وعاء يحتوي على عشر كرات :

(١) – (٢ ، ١) أي أن تخرج الكرة الأولى التي تحمل الرقم (١) وتخرج الثانية التي تحمل الرقم (٢) .

(٢) – (٣ ، ١) أي أن تخرج الكرة الأولى التي تحمل الرقم (١) وتخرج الثانية التي تحمل الرقم (٣) .

$${}^1_{10} = {}^1_{10} = \Omega \text{ ع}$$

$${}^1_{10} = {}^1_{10} = \Omega \text{ ع}$$

$$\cdot (6 , 1) - (5)$$

$$\cdot (7 , 1) - (6)$$

$$\cdot (8 , 1) - (7)$$

$$\cdot (9 , 1) - (8)$$

$$\cdot (10 , 1) - (9)$$

$$\cdot (1 , 2) - (10)$$

$$\cdot (2 , 2) - (11)$$

$$\cdot (3 , 2) - (12)$$

$$\cdot (4 , 2) - (13)$$

$$--- - (14)$$

$$\cdot (1 , 10) - (12)$$

$$\cdot (2 , 10) - (13)$$

$$\cdot (3 , 10) - (14)$$

$$\cdot (4 , 10) - (15)$$

$$\cdot (5 , 10) - (16)$$

• (٨٧) – (٦ ، ١٠) .

• (٨٨) – (٧ ، ١٠) .

• (٨٩) – (٨ ، ١٠) .

(٩٠) – (٩ ، ١٠) أي أن تخرج الكرة الأولى وهي تحمل الرقم (٩٠) وتخرج الثانية التي تحمل الرقم (٩) .

ثامنا – يمكننا أن نشير – بالإضافة إلى ما تقدم – إلى نقطة تلاقي أخرى بين مفهوم العلم الإجمالي ومفهوم الفضاء العيني، فكما أن الفضاء العيني ينقسم – باعتبار ما – إلى القسمين التاليين :

القسم الأول : الفضاء العيني المنتهي لتجربة بسيطة كرمي قطعة نقد أو رمي حجر نرد.

القسم الثاني : الفضاء العيني المنتهي لتجربة مركبة ، مثل إلقاء قطعة نقد ثم إلقاء حجر نرد.

على أن نشير إلى أننا حينما نعمق النظر في الفضاء العيني المنتهي لتجربة مركبة، نجد أنه عبارة عن فضاءين أو مجموعة من الفضاءات العينية المنتهية إلى تجربة بسيطة.

كذلك ينقسم العلم الإجمالي – بنفس الاعتبار – إلى القسمين التاليين :

القسم الأول : العلم الإجمالي البسيط ذو المنشأ الواحد، ومثاله العلم الإجمالي الذي ينشأ نتيجة رمي قطعة نقد أو رمي حجر نرد، أو نتيجة دخولك لمكتبك ورؤيتك فراغا في كتب التاريخ دون أن تقترب منه لتعرف نوع الكتاب المفقود بالضبط. فهناك إذا موقف واحد ينشأ منه علم إجمالي.

القسم الثاني : العلم الإجمالي المركب ذو المناشيء المتعددة، ومثاله العلم الإجمالي الذي ينشأ نتيجة رمي قطعة نقد في الهواء مرتين. فهناك إذن موقفين : **الأول :** رمي قطعة النقد في المرة الأولى، وينشأ منه علم إجمالي، **والثاني :** رمي قطعة النقد مرة أخرى وينشأ منه علم إجمالي آخر. وفي ضوء هذا يتضح أن العلم الإجمالي ذو المناشيء المتعددة هو عبارة عن علمين إجماليين أو مجموعة من العلوم الإجمالية البسيطة ذات المنشأ الواحد.

تاسعا – ويمكننا أن نشير – أيضا – إلى نقطة تلاقي أخرى بين مفهوم العلم الإجمالي ومفهوم الفضاء العيني.

فكما أن معنى الاحتمال مستبطن – كما أشرنا إلى ذلك في الإضاءة العاشرة – مستبطن في مفهوم العلم الإجمالي، باعتباره مستبطنا في العلاقة التي تربط بين العلم الإجمالي وأي طرف من أطرافه.

كذلك يرى رجال الاحتمال : أن معنى الاحتمال ليس مجردا على الإطلاق، بل يرتبط ارتباطا وثيقا بالحوادث المحتواة في الفضاء العيني للتجارب العشوائية.

عاشرا – نكتفي بهذا القدر، فهو يفي بأن يحقق للقاريء الكريم تصورا وافيا حول ما نسعى لإنجازه في مقالة مستقلة يمكننا من خلالها أن نستوعب نظرية الاحتمال عند الشهيد الصدر بشكل علمي دقيق من خلال مقارنة مفاهيم نظرية الاحتمال عند الشهيد الصدر بالمفاهيم الشائعة والمتداولة في أغلب الأدبيات والنشرات الرياضية.

هوامش الإضاءة العشرين :

- ١ - فلسفة المصادفة، مصدر سابق، ص ١٩٨ - ١٩٩ .
- ٢ - الاستقراء والمنطق الذاتي، مصدر سابق، ص ٤٤٣ .
- ٣ - منطق الاستقراء، مصدر سابق، لاحظ المقدمة .
- ٤ - نفسه، ص ٢٠٢ - ٢٢٥ .
- ٥ - الأسس المنطقية للاستقراء، مصدر سابق، ص ٢٢٩ - ٢٣١ .

الإضافة الحادية والعشرون

طريقتا الغرابي في التكافؤ بين مجموعات البحث

في البحث الأول من الإضاءة السابقة أشرنا إلى أننا كشفنا عن معادلتين رياضيتين يمكننا من خلالهما أن نستدل على رقم أي صورة من الصور الممكنة في أي علم إجمالي مهما كانت عدد صوره الممكنة. وقد كان الهدف من الكشف عن هاتين المعادلتين هو تعميق فهمنا لمفهوم العلم الإجمالي الذي يشكل الركيزة الأساسية في نظرية الاحتمال عد الشهيد الصدر، ولم يكن في بالنا حينها - (عند صدور الطبعة المحدودة لهذا الكتاب) - أي تطبيق ممكن لهاتين المعادلتين.

وبعد سنتين من صدور الطبعة الأولى من هذا الكتاب، وأثناء إحدى جلسات السمنار في قسم العلوم التربوية والنفسية في الجامعة المستنصرية، أثارت مسألة التكافؤ بين مجموعات البحث وما يدور حول هذه المسألة من مشكلات، فخطر لي حينها أن المعادلة الأولى من المعادلتين المذكورتين ربما يمكن الاستفادة منها في تحقيق التكافؤ بين مجموعات البحث بشكل يتجاوز المشكلات التي تثار أحياناً حول هذه المسألة. وبالفعل قد تبين بعد العودة للمعادلة المذكورة والتأمل فيها جيداً أن من الممكن الاستفادة منها في تحقيق التكافؤ بين مجموعات البحث. وقد بينا ذلك بشكل مفصل في مقالة منشورة بعنوان (طريقة الغرابي في التكافؤ بين مجموعات البحث).

ولكننا بعد ذلك تبين لنا أن هذه الطريقة فعالة فقط حينما يكون، أولاً : عدد الأفراد في المجموعات كبيراً، وثانياً : عدد المتغيرات موضع التكافؤ قليلاً، وثالثاً : عدد الحالات التي تظهر فيها المتغيرات قليلاً. وهي أقل فاعلية حينما يكون، أولاً : عدد الأفراد في المجموعات قليلاً، وثانياً : عدد المتغيرات موضع التكافؤ كبيراً، وثالثاً : عدد الحالات التي تظهر فيها المتغيرات كبيراً.

وفي ضوء هذه النتائج صار ضرورياً إجراء التعديلات اللازمة في الطريقة الأولى لكي تكون فاعلة في كل الحالات، وقد حققنا ذلك بالفعل وبينناه بشكل مفصل في مقالة بعنوان (طريقة الغرابي في التكافؤ بين مجموعات البحث " النسخة المعدلة ").

وعلى ضوء ذلك فإن هذه الإضاءة ستقسم إلى قسمين :

القسم الأول : نعرض فيه طريقة الغرابي الأولى في التكافؤ بين مجموعات البحث،

القسم الثاني : نعرض فيه طريقة الغرابي الثانية في التكافؤ بين مجموعات البحث.

القسم الأول

طريقة الغرابي الأولى في التكافؤ بين مجموعات البحث

المقدمة

تعد مشكلة التكافؤ بين مجموعات البحث من أبرز المشاكل التي تعاني منها البحوث العلمية في أكثر من مجال، وبالذات في مجال العلوم التربوية والنفسية، فمعظم الباحثين في هذا المجال لا يثقون بالطرق المتبعة لتحقيق التكافؤ. إذ يتعامل الباحثون على وفق هذه الطرق مع مجموعات جاهزة وثابتة ولا يحق لهم التصرف بها، فلا يمكن لهم نقل الأفراد من مجموعة إلى أخرى، بل عليهم التعامل مع المجموعات كما هي موجودة. وعلى ضوء هذا الواقع يجرون حسابات التكافؤ. فإذا كانت المجموعات متكافئة يمضي الباحث قدماً في إجراءاته الأخرى، أما إذا كانت المجموعات غير متكافئة فعلى الباحث أن يكمل إجراءاته مع الاستعانة فيما بعد بوسائل إحصائية تمكنه من التغلب على الآثار السلبية لعدم تكافؤ المجموعات

وعلى ضوء ما تقدم لا يستسيغ بعض الباحثين اللجوء إلى الوسائل الإحصائية للتغلب على الآثار السلبية الناتجة عن عدم تكافؤ المجموعات، وينادون بأن يُمنح الباحث حق التحكم بتوزيع الأفراد على المجموعات لتحقيق التكافؤ بشكل مسبق.

ولكن تحقيق التكافؤ بين مجموعات البحث بشكل مسبق رغم نجاعته يواجه صعوبة تتمثل في أنّ الطرق المتبعة حالياً في التكافؤ بين المجموعات هي طرق تتعامل مع المتغيرات بشكل منفرد، إذ يتم التعامل مع كل متغير بمعزل عن المتغير الآخر، فإذا كان لدينا مجموعتان تجريبيتان وضابطة، وأردنا أن نكافئ بينهما في المتغيرات (ن ١، ن ٢، ن ٣، ن ٤، ن ٥)، فإن الباحث يبدأ أولاً بالمتغير (ن ١) ليرى ما إذا كانت المجموعتان متكافئتين في هذا المتغير، لينتقل بعد

ذلك إلى المتغير الآخر، أم أنهما غير متكافئتين فيكافئ بينهما. ثم ينتقل إلى المتغير (ن ٢)، ليرى - أيضا - ما إذا كانت المجموعتان متكافئتين في هذا المتغير، لينتقل إلى المتغير الآخر، أم أنهما غير متكافئتين فيكافئ بينهما. ثم ينتقل إلى المتغير (ن ٣)، وصولاً إلى المتغير (ن ٥).

هكذا يتضح أن الصعوبة تكمن في حالة عدم وجود تكافؤ بين المجموعتين في المتغيرات، وبالتالي يضطر الباحث إلى المكافئة المتتالية بين المجموعتين.

إن إجراء الباحث تكافؤاً بين المجموعتين في المتغير (ن ١) أمر ممكن، ولا يواجه الباحث فيه أي صعوبة، لكن التكافؤ بين المجموعتين في المتغير (ن ٢) سوف يواجه الباحث فيه صعوبة، إذ أن مناقلة الأفراد بين المجموعتين لتحقيق التكافؤ بينهما في هذا المتغير، يجب أن لا يؤثر على التكافؤ الذي أجراه بين المجموعتين في المتغير (ن ١)، وسوف تزداد الصعوبة أمام الباحث إذا ما أراد أن يكافئ بين المجموعتين في المتغير (ن ٣)، إذ أن مناقلة الأفراد بين المجموعتين لتحقيق التكافؤ بينهما في هذا المتغير يجب أن لا يؤثر على التكافؤ الذي أجراه بين المجموعتين في المتغيرين (ن ١) و (ن ٢)، وهكذا سوف تزداد الصعوبة أمام الباحث كلما ازداد عدد المتغيرات التي يراد أن يتحقق التكافؤ فيها بين المجموعتين، حتى تصل إلى حد الاستحالة.

هذا وقد وجد الباحث أن بإمكانه أن يقدم مساهمة في إيجاد حل لمشكلة التكافؤ، فكانت هذه المساهمة طريقة مبتكرة أسماها بـ (طريقة الغرابي في التكافؤ بين مجموعات البحث).

إن هذه الطريقة قد تجاوزت معظم العيوب التي تشكو منها الطرق المتبعة سابقاً، فهي لم تتعامل مع المتغيرات بشكل منفرد، بل نجحت في إجراء التكافؤ بين المجموعات في جميع المتغيرات مرة واحدة، من خلال ترميز المتغيرات ومعالجتها بمعادلة رياضية مبتكرة.

إن طريقة الغرابي في التكافؤ بين مجموعات البحث لم تأت للباحث فجأة، وإنما كان لها جذورا، ففي العام (٢٠١١) صدر له الجزء الثاني من كتابه (في رحاب الفكر الاستقرائي للشهيد محمد باقر الصدر)، والذي جاء تحت عنوان (نظرية الاحتمال في ضوء الفكر الاستقرائي للشهيد الصدر)، وقد حاول هناك أن يعمق البحث في نظرية الاحتمال عند الشهيد الصدر - رحمه الله -، بعد أن عانت هذه النظرية من عدم الاهتمام بها بالشكل المناسب لوقت طويل. ومن ضمن البحوث التي ركز الباحث عليها في ذلك الجزء البحث حول مفهوم العلم الإجمالي، باعتبار أن نظرية الاحتمال عند الشهيد الصدر ترتكز أساسا على هذا المفهوم، وقد كان من نتائج هذا البحث أن اقترح الباحث فيه معادلتين يمكننا من خلالهما ان نستخرج تسلسل أي صورة من الصور الممكنة في أي علم إجمالي مهما بلغت عدد صورته.

إن اقتراح هاتين المعادلتين كان نتيجة طبيعية لتعميق البحث في مفهوم العلم الإجمالي للشهيد الصدر، ولم يكن في بال الباحث أنذاك أي تطبيق عملي أو علمي لهاتين المعادلتين.

وفي الشهر الثالث من العام ٢٠١٤ ، ولعدة أسباب، أثارت اهتمام الباحث مشكلة التكافؤ بين مجموعات البحث، فعقد العزم على دراستها، وقد تبين له بعد مدة من التفكير في المشكلة أن حلها يكمن في إحدى المعادلات التي كان قد اقترحها في كتابه المذكور. وفيما يأتي توضيح ذلك :

البحث الأول : عرض الطريقة

يمكن توضيح طريقة الغرابي في التكافؤ بين مجموعات البحث من خلال الخطوات التالية.

أولاً : تحديد عدد المجموعات المراد تحقيق التكافؤ فيما بين أفرادها في متغيرات معينة.

ثانياً : تحديد عدد المتغيرات التي يراد تحقيق التكافؤ فيها بين المجموعتين.

ثالثاً : نشاكل بين المتغيرات (ن) من حيث عدد الحالات – (م)
– التي يمكن أن يظهر فيها كل متغير .

فإذا كان المتغير (ن ١) يمكن أن يظهر بوحدة من الحالات الخمس التالية :

- ١ – ن ١ أ
- ٢ – ن ١ ب
- ٣ – ن ١ ج
- ٤ – ن ١ د
- ٥ – ن ١ هـ

نحاول ان نشاكل المتغير الثاني الذي هو (ن ٢) من حيث عدد الحالات التي يمكن أن يظهر بها المتغير .

ثم نشاكل للمتغير الثالث مع المتغيرين الأول والثاني من حيث عدد الحالات التي يمكن أن يظهر بها المتغير .

وإذا ما برزت لدينا مشكلة مفادها أن المتغير الثالث – مثلا – لا يمكن أن يظهر إلا بإحدى حالتين نحاول أن نفترض ثلاث حالات أخرى غير واقعية يمكن أن يظهر بها المتغير وذلك لغرض المشكلة، بحيث أننا نشاكل المتغير الثالث مع المتغيرين الأول والثاني في عدد الحالات.

رابعا : بعد المشكلة نجعل المتغير الذي يشتمل على حالات وهمية هو الأول ويليه المتغيرين الآخرين. ثم نرمز للحالة الأولى من كل متغير بالرقم (١)، وبالحالة الثانية من كل متغير بالرقم (٢)، وبالحالة الثالثة من كل متغير بالرقم (٣) ، وبالحالة الرابعة من كل متغير بالرقم (٤) وبالحالة الخامسة من كل متغير بالرقم (٥).

خامسا : هناك العديد من الفئات التي من الممكن أن ينتمي إليها كل فرد، حسب بياناته المرمزة، ويمكن استخراج رقم الفئة التي ينتمي إليها الفرد بالمعادلة التالية :

$$\begin{array}{c} \text{ن-١} \qquad \qquad \text{ن-٢} \qquad \qquad \text{ن-٣} \\ (م) \times (١ - ١) + (م) \times (١ - ٢) + (م) \times (١ - ٣) \\ - (١) + \dots + ر\text{خ} \end{array}$$

(م) تعني : عدد الحالات التي يظهر بها كل متغير، بعد المشكلة بين المتغيرات (ن) من حيث عدد الحالات – (م) – التي يمكن أن يظهر فيها كل متغير.

(ن) تعني عدد المتغيرات.

(١ ر) تعني رقم الرمز الأول من بيانات الفرد.

(٢ ر) تعني رقم الرمز الثاني من بيانات الفرد.

(٣ ر) تعني رقم الرمز الثالث من بيانات الفرد.

(رخ) تعني رقم الرمز الأخير من بيانات الفرد.

وبتطبيق المعادلة نحصل على رقم الفئة التي ينتمي إليها الفرد.

سادسا : نلاحظ أرقام الفئات التي نحصل عليها من المعادلة، ثم نجمع الأرقام المتكررة، فمثلا إذا تكرر الرقم (٣٢) الناتج من المعادلة عشر مرات فهذا يعني أن الفئة (٣٢) تحتوي على عشرة أفراد، وإذا تكرر الرقم (٤١) الناتج من المعادلة تسع مرات فهذا يعني أن الفئة (٤١) تحتوي على تسعة أفراد.

سابعا : لنفترض أن نتاج ما سبق من الخطوات هو التالي :

- ١ - الفئة (٢) تحتوي على (٨) أفراد .
- ٢ - الفئة (٣) تحتوي على (١٢) أفراد .
- ٣ - الفئة (٤) تحتوي على (٣) أفراد .
- ٤ - الفئة (٧) تحتوي على (٩) أفراد .
- ٥ - الفئة (٩) تحتوي على (٧) أفراد .
- ٦ - الفئة (١١) تحتوي على (٥) أفراد .
- ٧ - الفئة (١٣) تحتوي على (٤) أفراد .
- ٨ - الفئة (١٦) تحتوي على (٤) أفراد .
- ٩ - الفئة (٢٠) تحتوي على (٤) أفراد .
- ١٠ - الفئة (٢٢) تحتوي على (٤) أفراد .

سابعا :

الخطوة الأولى : نتجه إلى الفئات ذات المحتوى الزوجي (أي تشتمل على عدد زوجي من الأفراد) وهي الفئات [٢ ، ٣ ، ١٣ ، ١٦ ، ٢٠ ، ٢٢] ونقسم أفرادها إلى نصفين نصف للمجموعة الأولى ونصف للمجموعة الأخرى.

الخطوة الثانية : نتجه إلى الفئات ذات المحتوى الفردي (٤ ، ٧ ، ٩ ، ١١)، فنستبعد من كل فئة فرداً لتتحول إلى فئات زوجية ونتعامل معها كما تعاملنا مع الفئات الزوجية السابقة .

الخطوة الثالثة : يبقى لدينا الأفراد المستبعدين وهم أربعة تتفاوت بياناتهم، وهؤلاء يمكن الموازنة بينهم وتقسيمهم على المجموعتين بسهولة.

هكذا نكون قد حصلنا على احتمال عالي جداً في أن تكون المجموعتين متكافئتين .

مثال (في مجال العلوم التربوية والنفسية) :

لنفرض اننا نريد أن نكافي بين مجموعتين من الطلبة عدد كل منهما بعد استبعاد الراسبين (٣٠) طالباً في ثلاث متغيرات فقط هي :

أولاً : (درجات الطلبة في اللغة العربية المثبتة في سجلات المدرسة أو درجاته في اختبار قبلي) .

ثانياً : (التحصيل الدراسي للآباء) .

ثالثاً : الجنس.

خطوات العمل

أولاً : تحديد عدد المجموعات المراد تحقيق التكافؤ فيما بينها في متغيرات معينة . وهي في هذا المثال مجموعتين .

ثانيا : تحديد عدد المتغيرات التي يراد تحقيق التكافؤ بها بين المجموعتين، والتي هي في هذا المثال ثلاثة متغيرات ($n = 3$ ، حيث n تمثل عدد المتغيرات) .

ثالثا : نشاكل بين المتغيرات المتعلقة بكل طالب من حيث عدد الحالات - (م) - التي يمكن أن يظهر فيها كل متغير، فإذا كان متغير الدرجة يمكن يظهر عند كل طالب بوحدة من الحالات الخمس التالية :

- ١ - من ٩٠ إلى ١٠٠
- ٢ - من ٨٠ إلى ٩٠
- ٣ - من ٧٠ إلى ٨٠
- ٤ - من ٦٠ إلى ٧٠
- ٥ - من ٥٠ إلى ٦٠

نحاول ان نشاكل المتغير الثاني الذي هو تحصيل الآباء مع المتغير الأول من حيث عدد الحالات التي يمكن أن يظهر بها عند كل طالب، كالآتي :

- ١ - تحصيل الأب شهادة جامعية
- ٢ - تحصيل الأب شهادة اعدادية
- ٣ - تحصيل الأب شهادة متوسطة
- ٤ - تحصيل الأب شهادة ابتدائية
- ٥ - تحصيل الأب أمي

ثم نشاكل المتغير الثالث مع المتغيرين الأول والثاني من حيث عدد الحالات التي يمكن أن يظهر بها المتغير .

هنا سوف تبرز لدينا مشكلة مفادها أن المتغير الثالث لا يمكن أن يظهر عند أي طالب إلا بإحدى حالتين أما ذكر أو أنثى، فما العمل ؟

نحاول أن نفترض ثلاث حالات أخرى غير واقعية يمكن أن يظهر بها المتغير وذلك لغرض المشكلة، بحيث أننا نشاكل المتغير الثالث مع المتغيرين الأول والثاني في عدد الحالات كالآتي :

- ١ - طالب ذكر
- ٢ - طالب إنثى
- ٣ - طالب ذكر خارق
- ٤ - طالب انثى خارقة
- ٥ - طالب ذكر فضائي، أو أي شيء من الافتراضات.

رابعاً : بعد المشكلة نجعل المتغير الذي يشتمل على حالات وهمية هو الأول ويليه درجات اللغة العربية ويليه تحصيل الآباء، ثم نرسم للحالة الأولى من كل متغير بالرقم (١)، وبالحالة الثانية من كل متغير بالرقم (٢)، وبالحالة الثالثة من كل متغير بالرقم (٣)، وبالحالة الرابعة من كل متغير بالرقم (٤) وبالحالة الخامسة من كل متغير بالرقم (٥).

على وفق ما تقدم فإن الطاب الذي بياناته تكون (١ ، ١ ، ١) يمكن ترجمتها بالشكل التالي : أن هذا الطالب (ذكر) وتحصيله الدراسي [درجته تتراوح من (٩٠) إلى (١٠٠)]، وتحصيل والده (حائز على شهادة جامعية) .

وأما الطالب الذي بياناته (٣ ، ٣ ، ٤) فيمكن ترجمتها، أن هذا الطالب (ذكر خارق) تحصيله : درجته تتراوح بين (٧٠ - ٨٠)، وأن تحصيل والده (شهادة ابتدائية) .

خامساً : هناك العديد من الفئات التي من الممكن أن ينتمي إليها كل طالب، حسب بياناته، ويمكن استخراج رقم الفئة التي ينتمي إليها الطالب بالمعادلة التالية :

$$\begin{matrix} \text{ن-١} & \text{ن-٢} & \text{ن-٣} \\ (م) \times (١ - ١ر) & + (م) \times (١ - ٢ر) & + (م) \times (١ - ٣ر) \\ (١ - \text{رخ}) & \end{matrix}$$

لنفترض أن بيانات طالب معين هي (٢ ، ٤ ، ٤)

(م) تعني : عدد حالات كل متغير وهي (٥) في مثالنا .

(ن) تعني عدد المتغيرات وهي (٣) في مثالنا -

(١ ر) تعني الرقم الأول من بيانات الطالب والذي هو (٢) كما افترضنا أعلاه .

(٢ ر) تعني الرقم الثاني من بيانات الطالب الذي هو الرقم (٤) كما افترضنا أعلاه .

(رخ) بما أن الرقم الثالث هو الرقم الأخير من بيانات الطالب بحسب افتراضنا، فإن المعادلة سوف لا يدخل في حساباتها (٣ ر) ، بل يدخل في حساباتها (رخ) والذي هو الرقم (٤) بحسب الافتراض.

وبتطبيق المعادلة :

$$\begin{matrix} \text{١-٣} & \text{٢-٣} \\ (٥) \times (١ - ٢) & + (٥) \times (١ - ٤) \\ ٤ & + \end{matrix}$$

$$= ٢٥ \times ١ + ٥ \times ٣ + ٤$$

= ٤٤ رقم الفئة التي ينتمي إليها الطالب (٢ ، ٤ ، ٤) [وهو الطالبة الأنثى التي درجتها تتراوح من ٦٠ إلى ٧٠ ، وتحصيل والدها حائز على شهادة ابتدائية] .

سادسا : نلاحظ أرقام الفئات التي نحصل عليها من المعادلة، ثم نجمع الأرقام المتكررة، فمثلا إذا تكرر الرقم (٣٢) الناتج من المعادلة عشر مرات فهذا يعني أن الفئة (٣٢) تحتوي على عشر طلاب، وإذا تكرر الرقم (٤١) الناتج من المعادلة تسع مرات فهذا يعني أن الفئة (٤١) تحتوي على تسع طلاب .

سابعا : لنفترض أن نتاج ما سبق من الخطوات هو التالي :

- ١ - الفئة (٢) تحتوي على (٨) طالب
- ٢ - الفئة (٣) تحتوي على (١٢) طالب
- ٣ - الفئة (٤) تحتوي على (٣) طالب
- ٤ - الفئة (٧) تحتوي على (٩) طالب
- ٥ - الفئة (٩) تحتوي على (٧) طالب
- ٦ - الفئة (١١) تحتوي على (٥) طالب
- ٧ - الفئة (١٣) تحتوي على (٤) طالب
- ٨ - الفئة (١٦) تحتوي على (٤) طالب
- ٩ - الفئة (٢٠) تحتوي على (٤) طالب
- ١٠ - الفئة (٢٢) تحتوي على (٤) طالب

ثامنا :

الخطوة الأولى : نتجه إلى الفئات التي محتواها زوجي (أي تشتمل على عدد زوجي من الطلاب) وهي الفئات [٢ ، ٣ ، ١٣ ، ١٦ ، ٢٠ ، ٢٢] ونقسم طلابها إلى نصفين نصف للمجموعة التجريبية ونصف للمجموعة الضابطة .

الخطوة الثانية : نتجه إلى الفئات ذات المحتوى الفردي (٤ ، ٧ ، ٩ ، ١١) نستبعد من كل فئة طالبا لتتحول إلى فئات زوجية ونتعامل معها كما تعاملنا مع الفئات الزوجية السابقة .

الخطوة الثالثة : يبقى لدينا الطلاب المستبعدين وهم أربعة تتفاوت بياناتهم، وهؤلاء يمكن الموازنة بينهم وتقسيمهم على المجموعتين بسهولة .

هكذا نكون قد حصلنا على احتمال عالي جدا في أن تكون المجموعتين متكافئتين .

البحث الثاني

العلم الإجمالي والأساس المنطقي لطريقة الغرابي

فيما يلي عرض مفصل للأسس المنطقية التي تستند إليها الإجراءات التي نتبناها في طريقة الغرابي لغرض تحقيق التكافؤ بين المجموعتين :

إجراءات تحقيق التكافؤ بين المجموعات :

النموذج الأول : لنفرض أننا نريد أن نكافي بين مجموعتين عدد كل منهما بعد استبعاد الراسبين (٣٠) طالبا في متغيرين فقط هما :

أولا : (درجات الطلاب في اللغة العربية المثبتة في سجلات المدرسة أو درجاته في اختبار قبلي) .

ثانيا : (التحصيل الدراسي للآباء) .

خطوات العمل – والتي ستكون طويلة لغرض التوضيح فقط :

أولا : نأتي على المتغير الأول، ونفترض أن الدرجة التي يحصل عليها الطالب والتي تتراوح من (٩٠) إلى (١٠٠) هي درجة جيدة جدا، ونرمز لها بالرمز (١)، ونفترض أن الدرجة التي يحصل عليها الطالب وتتراوح من (٨٠) إلى (٩٠) هي درجة جيدة، ونرمز لها بالرمز (٢)، ونفترض أن الدرجة التي يحصل عليها الطالب والتي تتراوح من (٦٥) إلى (٨٠) هي متوسطة، ونرمز لها (٣)، ونفترض أن الدرجة التي يحصل عليها الطالب والتي تتراوح من (٥٠) إلى (٦٥) هي ضعيفة، ونرمز لها بالرمز (٤) .

هذا ولا مشاحة في الاصطلاحات والرموز ما دام الغرض تحقيق التكافؤ، فلا تأثير على التكافؤ فيما إذا كان مصطلح جيد جدا أو جيد أو ضعيف هو وصف مناسب لحالة المتغير أم أنه غير مناسب، لأن هذه

الأوصاف نتفق عليها لتحقيق التكافؤ فقط وليس هدفها هو الوصف الدقيق لحالة المتغير .

ثانيا : نأتي على المتغير الثاني، ونفترض أن الطالب الذي لدى والده شهادة جامعية أن تحصيل والده جيد جدا ونرمز له بالرمز (١) ، وأن الطالب الذي لدى والده شهادة اعدادية أو ما هو قريب منها أن تحصيل والده جيد، ونرمز له بالرمز (٢)، وأن الطالب الذي لدى والده شهادة المتوسطة أن تحصيل والده متوسط، ونرمز له بالرمز (٣)، وأن الطالب الذي والده غير متعلم أن تحصيل والده ضعيف، ونرمز له بالرمز (٤) .

ثالثا : على وفق ما تقدم فإن الطاب الذي بياناته تكون (١ ، ١) يمكن ترجمتها بالشكل التالي : أن هذا الطالب تحصيله جيد جدا [درجته تتراوح من (٩٠) إلى (١٠٠)]، وتحصيل والده جيد جدا (حائز على شهادة جامعية) .

وأما الطالب الذي بياناته (٣ ، ٤) فيمكن ترجمتها : أن هذا الطالب تحصيله متوسط (درجته تتراوح بين (٦٥ - ٨٠) وأن تحصيل والده ضعيف (غير متعلم) .

رابعا : نستخرج كل الصور الممكنة لما يمكن أن تكون عليه بيانات كل طالب، ولنرمز إلى الصورة الممكنة باسم (الفئة) .

وهنا يكمن الأساس المنطقي للطريقة : فعلى الرغم من أننا لا نملك علما تفصيليا بما يمكن أن يكون عليه كل طالب، لكن هذا لا يعني أننا نعيش في حالة جهل مطلق، لأننا نملك علما إجماليا بجميع الصور الممكنة لما يمكن أن يكون عليه أي طالب من الطلاب، أي أن الطالب لا بد وأن يكون على وفق واحدة من هذه الصور الممكنة، ولا يمكن - وهذا هو المهم - بأي حال من الأحوال أن تكون له صورة خارج إطار هذه الصور التي نعلمها إجمالا - أي خارج إطار العلم الإجمالي .

إن هذه الحقيقة هي التي توفر الأساس المنطقي لجميع افتراضات طريقة الغرابي في التكافؤ بين مجموعات البحث؛ لأن هذه الطريقة تفترض أنها توزع الطلاب على مجموعة الفئات – الصور الممكنة التي يمكن أن يكون عليها أي طالب من الطلاب بحسب بياناته –، وتفترض أن هذه الفئات عددها محدود ومعلوم مهما كان كبيراً، ولا يمكن أن تكون هناك فئة خارجة عن حدود هذا العدد المحدود والمعلوم، وتفترض أن كل طالب لا بد وأن ينتمي إلى أحد هذه الفئات ولا يمكن أن لا ينتمي لأي واحدة منها.

ويعتمد استخراج الصور الممكنة لبيانات الطلاب على عدد المتغيرات موضع التكافؤ وعدد الحالات التي تظهر بها تلك المتغيرات.

وعلى هذا الأساس : بما أن هذا المثال يقترح التكافؤ بين متغيرين، وأن المتغير الأول يشتمل على (٤) حالات، وكذلك المتغير الثاني يشتمل على أربع حالات، فإن الفئات الممكنة (الصور الممكنة لما يمكن أن يكون عليه كل طالب بحسب بياناته) تساوي :

ن

م

ن

فإذا رمزنا لعدد الصور الممكنة بـ (ع) فإن ع = م

٢

إذن ع في هذا المثال = ٤ = ٤ × ٤ = ١٦ فئة هي كالاتي :

تنبيه : ترتيب الصور الممكنة يخضع لنظام، فالعدد الأول ابتداء من اليمين يمثل حالات المتغير الأول، ويليه العدد الثاني الذي يمثل حالات المتغير الثاني، وهكذا هو الحال في بقية المتغيرات مهما كان عددها، وسوف نعرض لاحقاً النظام الذي تخضع له الصور الممكنة في ترتيبها .

١ – (١ ، ١)

٢ – (٢ ، ١)

- ٣ - (١ ، ٣)
- ٤ - (١ ، ٤)
- ٥ - (٢ ، ١)
- ٦ - (٢ ، ٢)
- ٧ - (٢ ، ٣)
- ٨ - (٢ ، ٤)
- ٩ - (٣ ، ١)
- ١٠ - (٣ ، ٢)
- ١١ - (٣ ، ٣)
- ١٢ - (٣ ، ٤)
- ١٣ - (٤ ، ١)
- ١٤ - (٤ ، ٢)
- ١٥ - (٤ ، ٣)
- ١٦ - (٤ ، ٤)

بالطبع أن هذه البيانات نحن نعرف ترجمتها.

خامسا : نحول بيانات الطلاب إلى الرموز المتفق عليها، ونقوم بتوزيع الطلبة على الفئات بما يتناسب مع بياناتهم.

سادسا - نهمل الفئات الفارغة المحتوى (التي لا تشتمل على أي عدد من الطلاب) إذ لا تأثير لها على التكافؤ، ثم ننتقل إلى الفئات التي تشتمل على عدد طلاب زوجي لنقسم نصف الطلاب من أي فئة محتواها زوجي (التي تشتمل عدد طلاب زوجي) إلى نصفين، نصف يذهب الى المجموعة التجريبية، ونصف يذهب الى المجموعة الضابطة، ثم ننتقل الى الفئات ذات المحتوى الفردي (التي تشتمل على عدد طلاب فردي) نستبعد طالب من كل فئة لنحول الفئة الى فئة ذات محتوى زوجي ونتعامل معها على هذا الأساس - كما هو واضح مما تقدم -

هنا يبقى لدينا الطلاب الذين استبعدناهم - (وهم على الدوام أعدادهم تكون قليلة) - لغرض تحويل جميع الفئات الى فئات ذات

محتوى زوجي، ومن محاسن هذه الخطوات أن عدد هؤلاء الطلاب لا يمكن أن يكون فرديا ما دام عدد العينة الكلي (زوجيا)، وهذا يعني أولا : أنه لن يتبقى لدينا أي طالب خارج عملية التوزيع والتكافؤ، وثانيا : سهولة توزيعهم على المجموعتين بعد المقابلة والمفاضلة بين مواصفات كل منهم .

هكذا يعتقد الباحث أن درجة احتمال أن تكون المجموعتين متكافئتين هي درجة عالية جدا.

النموذج الثاني : ولكن ما ذا نفعل حينما يكون لدينا ثلاث متغيرات، كأن نضيف إلى المتغيرين السابقين (التحصيل الدراسي للأمهات) ؟

الجواب :

أولا : ترميز المتغيرات الثلاث حسب الحالات التي يشتمل عليها كل متغير، كما هو واضح من الخطوتين الأولى والثانية في النموذج السابق.

ثانيا : نستخرج كل الصور الممكنة لما يمكن أن تكون عليه بيانات كل طالب، ولنرمز إلى الصورة الممكنة باسم (الفئة) .

بما أن المتغير الأول يشتمل على (٤) حالات، وكذلك المتغير الثاني يشتمل على أربع حالات، وكذلك الثالث، فإن الفئات الممكنة (الصور الممكنة لما يمكن أن يكون عليه كل طالب) - حسب المعادلة التي أوضحناها فيما تقدم - تساوي ($4 \times 4 \times 4 = 64$) فئة هي كالآتي :

تنبيه : ترتيب الصور الممكنة يخضع لنظام، فالعدد الأول ابتداء من اليمين يمثل حالات المتغير الأول، ويليه العدد الثاني الذي يمثل حالات المتغير الثاني، وهكذا هو الحال في بقية المتغيرات مهما كان عددها.

$$- (١ ، ١ ، ١)$$

$$- (٢ ، ١ ، ١)$$

$(3, 1, 1) - 3$
 $(4, 1, 1) - 4$
 $(1, 2, 1) - 5$
 $(2, 2, 1) - 6$
 $(3, 2, 1) - 7$
 $(4, 2, 1) - 8$
 $(1, 3, 1) - 9$
 $(2, 3, 1) - 10$
 $(3, 3, 1) - 11$
 $(4, 3, 1) - 12$
 $(1, 4, 1) - 13$
 $(2, 4, 1) - 14$
 $(3, 4, 1) - 15$
 $(4, 4, 1) - 16$
 $(1, 1, 2) - 17$
 $(2, 1, 2) - 18$
 $(3, 1, 2) - 19$
 $(4, 1, 2) - 20$
 $(1, 2, 2) - 21$
 $(2, 2, 2) - 22$
 $(3, 2, 2) - 23$
 $(4, 2, 2) - 24$
 $(1, 3, 2) - 25$
 $(2, 3, 2) - 26$
 $(3, 3, 2) - 27$
 $(4, 3, 2) - 28$
 $(1, 4, 2) - 29$
 $(2, 4, 2) - 30$
 $(3, 4, 2) - 31$
 $(4, 4, 2) - 32$
 $(1, 1, 3) - 33$

$(2, 1, 3) - 34$
 $(3, 1, 3) - 35$
 $(4, 1, 3) - 36$
 $(1, 2, 3) - 37$
 $(2, 2, 3) - 38$
 $(3, 2, 3) - 39$
 $(4, 2, 3) - 40$
 $(1, 3, 3) - 41$
 $(2, 3, 3) - 42$
 $(3, 3, 3) - 43$
 $(4, 3, 3) - 44$
 $(1, 4, 3) - 45$
 $(2, 4, 3) - 46$
 $(3, 4, 3) - 47$
 $(4, 4, 3) - 48$
 $(1, 1, 4) - 49$
 $(2, 1, 4) - 50$
 $(3, 1, 4) - 51$
 $(4, 1, 4) - 52$
 $(1, 2, 4) - 53$
 $(2, 2, 4) - 54$
 $(3, 2, 4) - 55$
 $(4, 2, 4) - 56$
 $(1, 3, 4) - 57$
 $(2, 3, 4) - 58$
 $(3, 3, 4) - 59$
 $(4, 3, 4) - 60$
 $(1, 4, 4) - 61$
 $(2, 4, 4) - 62$
 $(3, 4, 4) - 63$
 $(4, 4, 4) - 64$

بالطبع أن هذه البيانات نحن نعرف ترجمتها .

ثالثا : نحول بيانات الطلبة إلى الرموز المتفق عليها، ونقوم بتوزيع الطلبة على الفئات بما يتناسب مع بياناتهم.

رابعا : نهمل الفئات الفارغة المحتوى – (علما أن عدد الفئات في هذا النموذج هي من الأساس أكبر من عدد الطلبة) – ، إذ لا تأثير لها على التكافؤ، ثم ننتقل إلى الفئات التي تشتمل على عدد طلاب زوجي لنقسم نصف الطلاب من أي فئة محتواها زوجي (التي تشتمل عدد طلاب زوجي) إلى نصفين، نصف يذهب الى المجموعة التجريبية، ونصف يذهب الى المجموعة الضابطة، ثم ننتقل الى الفئات ذات المحتوى الفردي (التي تشتمل على عدد طلاب فردي) نستبعد طالب من كل فئة لنحول الفئة الى فئة ذات محتوى زوجي ونتعامل معها على هذا الأساس – كما هو واضح مما تقدم – .

هنا يبقى لدينا الطلاب الذين استبعدناهم – (وهم على الدوام أعدادهم تكون قليلة) – لغرض تحويل جميع الفئات الى فئات ذات محتوى زوجي، ومن محاسن هذه العملية أن أعداد الطلبة المستبعدين لا يمكن أن يكون فرديا، ما دام العدد الكلي للعينة (زوجيا)، وهذا يعني أولا : أنه لن يتبقى لدينا أي طالب خارج عملية التوزيع والتكافؤ، وثانيا : سهولة توزيعهم على المجموعتين بعد المقابلة والمفاضلة بين مواصفات كل منهم.

هكذا يعتقد الباحث أن درجة احتمال أن تكون المجموعتين متكافئتين هي درجة عالية جدا.

وقد يقال هذا عمل معقول في حدود أن تكون هناك ثلاث متغيرات، وكل متغير يشتمل على (٤) حالات، ولكن الأمر سيصبح معقدا جدا حينما سيكون هناك عدد متغيرات كبير، حينما يكون مثلا (٥) متغيرات، إذ أن عدد الصور الممكنة في هذه الحالة سوف يكون (٤ × ٤ × ٤ × ٤ = ٢٥٦) وهذا عدد هائل لا يمكن التعامل معه

بسهولة من الناحية العملية، وبذلك تسقط هذه الفكرة من رأس لأنها تعجز عن تحقيق التكافؤ. وكذلك هو القول نفس القول حينما تكون حالة المتغير الواحدة متعددة كان يكون للمتغير الواحد عشر حالات .

أقول :

(أولا) : لتأمل جيدا في المعادلة التالية :

$$\begin{matrix} \text{ن-١} & \text{ن-٢} & \text{ن-٣} \\ (م) \times (١-١) & + (م) \times (١-٢) & + (م) \times (١-٣) \\ (١- & -- & ر) \end{matrix}$$

(م) تعني : عدد حالات كل متغير (والتي هي في النموذجين ٤ حالات لكل متغير)

(ن) تعني عدد المتغيرات

(ر ١) تعني الرقم الأول من أرقام الفئة التي نريد تحديدها

(ر ٢) تعني الرقم الثاني من أرقام الفئة التي نريد تحديدها

(ر ٣) تعني الرقم الثالث من أرقام الفئة التي نريد تحديدها

(ر خ) تعني الرقم الأخير من أرقام الفئة .

هذه المعادلة بإمكانها أن تحدد رقم الفئة التي ينتمي إليها الطالب مهما كان عدد الفئات كبيرا.

لنطبق أمثلة على النموذجين الأول والثاني، حتى يتضح أن هذه المعادلة صالحة لتحديد رقم أي فئة مهما كان عدد الفئات كبيرا.

اختبار المعادلة في ضوء النموذج الأول

ما هي أرقام الفئات التي ينتمي إليها الطلاب ذوي البيانات التالية :

الطالب الأول : ٣ ، ٣

الطالب الثاني : ٢ ، ٤

الطالب الثالث : ١ ، ٣

الجواب / الطالب الأول :

$${}^1-2 \\ 3 + (1 - 3) \times (4)$$

$11 = 3 + 2 \times 4 =$ رقم الفئة التي ينتمي إليها الطالب الأول
وهو مطابق لترتيبها الذي أوردناه في ترتيب الفئات للنموذج الأول.

الطالب الثاني :

$${}^1-2 \\ 4 + (1 - 2) \times (4)$$

$8 = 4 + 1 \times 4 =$ رقم الفئة التي ينتمي إليها الطالب الثاني وهو
مطابق لترتيبها الذي أوردناه في ترتيب الفئات للنموذج الأول.

الطالب الثالث :

$${}^1-2 \\ 3 + (1 - 1) \times (4)$$

$3 = 3 + 0 \times 4 =$ رقم الفئة التي ينتمي إليها الطالب الثالث وهو
مطابق لترتيبها الذي أوردناه في ترتيب الفئات للنموذج الأول.

اختبار المعادلة في ضوء النموذج الثاني

ما هي أرقام الفئات التي ينتمي إليها الطلاب ذوي البيانات التالية :

الطالب الأول : ٤ ، ٢ ، ٣

الطالب الثاني : ٤ ، ٤ ، ٤

الطالب الثالث : ٣ ، ٤ ، ١

الجواب / الطالب الأول :

$$\begin{aligned} & \begin{matrix} 2-3 & 1-3 \\ 4 + (1-2) \times (4) + (1-3) \times (4) \end{matrix} \\ & 4 + 1 \times 4 + 2 \times 16 = \end{aligned}$$

$40 = 4 + 4 + 32 =$ رقم الفئة التي ينتمي إليها الطالب الأول
وهو مطابق لترتيبها الذي أوردناه في ترتيب الفئات للنموذج الثاني.

الطالب الثاني :

$$\begin{aligned} & \begin{matrix} 2-3 & 1-3 \\ 4 + (1-4) \times (4) + (1-4) \times (4) \end{matrix} \\ & 4 + 3 \times 4 + 3 \times 16 = \end{aligned}$$

$64 = 4 + 12 + 48 =$ رقم الفئة التي ينتمي إليها الطالب الثاني
وهو مطابق لترتيبها الذي أوردناه في ترتيب الفئات للنموذج الثاني.

الطالب الثالث :

$$\begin{aligned} & \begin{matrix} 2-3 & 1-3 \\ 3 + (1-4) \times (4) + (1-1) \times (4) \end{matrix} \\ & 3 + 3 \times 4 + 0 \times 16 = \end{aligned}$$

$15 = 3 = 12 + 0 =$ رقم الفئة التي ينتمي إليها الطالب الثالث
وهو مطابق لترتيبها الذي أوردناه في ترتيب الفئات للنموذج الثاني.

(ثانيا) : بعد أن فهمنا فلسفة هذه المعادلة، وعلى أي أساس تقوم
وما الذي تحدده بالضبط، واختبرنا نجاحها وفعاليتها، يمكننا أن نؤكد
أن هذه المعادلة يمكنها أن تساعدنا في التخلص من الصعوبات التي

أوضحناها فيما سبق، إذا أننا بموجب هذه المعادلة سوف لا نحتاج إلى عرض وترتيب جميع الفئات (الصور الممكنة) لما يمكن أن تكون عليه بيانات الطلبة، بغض النظر عما إذا كانت هذه البيانات تتعلق بمتغيرين أو أكثر، وما إذا كان لكل متغير ثلاث أو أربع أو خمس حالات أو أكثر.

فإذا ما علمنا أن ما نحتاجه هو بالضبط توزيع الطلاب على الفئات التي ينتمون إليها فقط، ولا نحتاج إلى معرفة جميع الفئات ومن ضمنها المهمة – فالفئات المهمة لا علاقة لها بإجراءات عملية التكافؤ لأنها فارغة المحتوى – فإن المعادلة قادرة أن توفر لنا ذلك بدون إجراء عرض لجميع الفئات.

بمعنى آخر : حينما يكون لدينا (٦٠) طالبا نريد أن نقسمهم إلى مجموعتين متكافئتين على أساس خمس متغيرات، لكل متغير (٤) حالات، فإنه في هذه الحالة سوف يكون لدينا بحسب ما أوضحناه سابقا ($4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4$) ١٠٢٤ فئة، ولكننا حينما ندقق جيدا سوف نجد أننا حتى لو وزعنا الطلاب على الفئات وفق الحسابات التي نجريها بالمعادلة، وصادف – وهو احتمال ضعيف جدا جدا – أن كان لكل طالب فئة الخاصة به فهذا يعني أن الفئات التي سنتعامل معها لإجراء التكافؤ بين المجموعتين هي (٦٠) فئة، وهذا يعني أننا سنهمل (١٠٢٤ – ٦٠) ٩٦٤ فئة لأنها ستكون فئات إما مهمة أو فارغة المحتوى.

هكذا يتضح أن المعادلة سوف توجهنا مباشرة نحو الفئات التي ينتمي إليها الطلبة، وبالتالي هي التي سيتم التعامل معها لإجراء التكافؤ بين المجموعتين، وتغنيينا عن إجراء عرض لجميع الفئات حتى المهمة منها، وبذلك نتجاوز الصعوبات التي أوضحنا أنها قد تكون عائقا أمام تنفيذ هذه الفكرة.

إذن ليكن عدد المتغيرات أيا كان، وليكن عدد حالات أي متغير أيا كانت، وليكن بالتالي مجموع الفئات أيا كان بالآلاف أو بعشرات الآلاف، فإن ما يهمنا فقط هو تحديد الفئات ذات المحتوى التي ينتمي

إليها الطلبة، وبالتالي يتم التعامل معها لإجراء التكافؤ، وهذا هو ما توجهنا له المعادلة بشكل مباشر، وليس يهملنا بعد ذلك الفئات الفارغة المحتوى التي ليس لها تأثير في عملية التكافؤ مهما كان عدد هذه الفئات كبيراً.

لنعود إلى النموذجين الأول والثاني ونعيد صياغتهما بحسب هذا المعنى، وعلى ضوءه يمكن التعميم لأي نموذج جديد :

النموذج الأول وفق المعادلة المقترحة : لنفرض أننا نريد أن نكافي بين مجموعتين عدد كل منهما بعد استبعاد الراسبين (٣٠) في متغيرين فقط هما :

أولاً : (درجات الطلبة في اللغة العربية المثبتة في سجلات المدرسة أو درجاته في اختبار قبلي) .

ثانياً : (التحصيل الدراسي للآباء) .

خطوات العمل – والتي ستكون مختصرة وفق المعادلة المقترحة – :

أولاً : وهي لا تختلف عن الخطوة الأولى في النموذج الأول السابق :

نأتي على المتغير الأول ، ونفترض أن الدرجة التي يحصل عليها الطالب والتي تتراوح من (٩٠) إلى (١٠٠) هي درجة جيدة جداً ، ونرمز لها بالرمز (١) ، ونفترض أن الدرجة التي يحصل عليها الطالب وتتراوح من (٨٠) إلى (٩٠) هي درجة جيدة ، ونرمز لها بالرمز (٢) ، ونفترض أن الدرجة التي يحصل عليها الطالب والتي تتراوح من (٦٥) إلى (٨٠) هي متوسطة ، ونرمز لها (٣) . ونفترض أن الدرجة التي يحصل عليها الطالب والتي تتراوح من (٥٠) إلى (٦٥) هي ضعيفة ، ونرمز لها بالرمز (٤) (هذا ولا مشاحة في الاصطلاحات والرموز ما دام الغرض تحقيق التكافؤ ، فلا

تأثير على التكافؤ فيما إذا كان مصطلح جيد جدا أو جيد أو ضعيف هو وصف مناسب لحالة المتغير أم أنه غير مناسب ، لأن هذه الأوصاف هو متواضع عليها لتحقيق التكافؤ فقط وليس هدفها هو الوصف الدقيق لحالة المتغير).

ثانيا : وهي أيضا لا تختلف عن الخطوة الثانية في النموذج الأول السابق :

نأتي على المتغير الثاني، ونفترض أن الطالب الذي لدى والده شهادة جامعية أن تحصيل والده جيد جدا ونرمز له بالرمز (١)، وأن الطالب الذي لدى والده شهادة اعدادية أو ما هو قريب منها ، أن تحصيل والده جيد، ونرمز له بالرمز (٢) ، وأن الطالب لدى والده شهادة المتوسطة و أن تحصيل والده متوسط ، ونرمز له بالرمز (٣) وأن الطالب الذي والده غير متعلم، أن تحصيل والده ضعيف ، ونرمز له بالرمز (٤) .

توضيح : على وفق ما تقدم فإن الطاب الذي بياناته تكون (١) ، (١) يمكن ترجمتها بالشكل التالي : أن هذا الطالب تحصيله جيد جدا (درجته تتراوح من (٩٠) إلى (١٠٠) ، وتحصيل والده جيد جدا (حائز على شهادة جامعية) .

وأما الطالب الذي بياناته (٣ ، ٤) فيمكن ترجمتها، أن هذا الطالب تحصيله متوسط (درجته تتراوح بين ٦٥ – ٨٠) ، وأن تحصيل والده ضعيف (غير متعلم) .

ثالثا : سوف نستغني في هذه الخطوة عن استخراج الصور الممكنة لما يمكن أن تكون عليه بيانات كل طالب، ونتجه مباشرة الى تحديد أرقام الفئات التي ينتمي إليها كل طالب، وبذلك ستظهر لنا المعادلة الفئات ذات المحتوى فقط، وسوف تتحدد قيمة محتوى كل فئة بحسب البيانات التي ستعرض في المعادلة، فإذا كانت بيانات طالب معين تختلف عن بيانات طالب آخر فسيندرج الطالب الأول تحت رقم الفئة

المحدد بالمعادلة، وسيندرج الطالب الثاني تحت رقم الفئة المحدد بالمعادلة والمختلف عن رقم فئة الطالب الأول لاختلاف بياناتهما.

اما إذا كانت بيانات طالبيْن متشابهتان، فسندرج الطالبان تحت نفس رقم فئة المحدد بالمعادلة لتشابه البيانات بينهما.

رابعا - نتجه أولا إلى الفئات التي تشتمل على عدد طلاب زوجي لنقسم نصف الطلاب من أي فئة محتواها زوجي (التي تشتمل عدد طلاب زوجي) إلى نصفين، نصف يذهب الى المجموعة التجريبية، ونصف يذهب الى المجموعة الضابطة، ثم ننتقل الى الفئات ذات المحتوى الفردي (التي تشتمل على عدد طلاب فردي) نستبعد طالب من كل فئة لنحول الفئة الى فئة ذات محتوى زوجي ونتعامل معها على هذا الأساس - كما هو واضح مما تقدم - .

هنا يبقى لدينا الطلاب الذين استبعدناهم (وهم على الدوام أعدادهم تكون قليلة) لغرض تحويل جميع الفئات الى فئات ذات محتوى زوجي، ومن محاسن هذه الخطوات أن عدد هؤلاء الطلاب لا يمكن أن يكون فرديا ما دام عدد العينة الكلي (زوجيا)، وهذا يعني أولا : أنه لن يتبقى لدينا أي طالب خارج عملية التوزيع والتكافؤ، وثانيا : سهولة توزيعهم على المجموعتين بعد المقابلة والمفاضلة بين مواصفات كل منهم.

هكذا يعتقد الباحث أن درجة احتمال أن تكون المجموعتين متكافئتين هي درجة عالية جدا.

النموذج الثاني وفق المعادلة المقترحة :

أولا : ترميز المتغيرات الثلاث حسب الحالات التي يشتمل عليها كل متغير، كما هو واضح من الخطوتين الأولى والثانية في النموذج السابق.

ثانيا : نتجه مباشرة الى تحديد أرقام الفئات التي ينتمي إليها كل طالب، وبذلك ستظهر لنا المعادلة الفئات ذات المحتوى فقط، وسوف تتحدد قيمة محتوى كل فئة بحسب البيانات التي ستعرض في المعادلة، فإذا كانت بيانات طالب معين تختلف عن بيانات طالب آخر فسيندرج الطالب الأول تحت رقم الفئة المحدد بالمعادلة، وسيندرج الطالب الثاني تحت رقم الفئة المحدد بالمعادلة والمختلف عن رقم فئة الطالب الأول لاختلاف بياناتهما. أما إذا كانت بيانات طالبين متشابهتان، فسيندرج الطالبان تحت نفس رقم فئة المحدد بالمعادلة لتشابه البيانات بينهما.

ثالثا : نتجه أولا إلى الفئات التي تشتمل على عدد طلاب زوجي لنقسم نصف الطلاب من أي فئة محتواها زوجي (التي تشتمل عدد طلاب زوجي) إلى نصفين، نصف يذهب الى المجموعة التجريبية ، ونصف يذهب الى المجموعة الضابطة، ثم ننتقل الى الفئات ذات المحتوى الفردي (التي تشتمل على عدد طلاب فردي) نستبعد طالب من كل فئة لنحول الفئة الى فئة ذات محتوى زوجي ونتعامل معها على هذا الأساس – كما هو واضح مما تقدم – .

هنا يبقى لدينا الطلاب الذين استبعدناهم (وهم على الدوام أعدادهم تكون قليلة) لغرض تحويل جميع الفئات الى فئات ذات محتوى زوجي، وأن عدد هؤلاء الطلاب لا يمكن أن يكون فرديا ما دام عدد العينة الكلي (زوجيا)، وهذا يعني أولا : أنه لن يتبقى لدينا أي طالب خارج عملية التوزيع والتكافؤ ، وثانيا : سهولة توزيعهم على المجموعتين بعد المقابلة والمفاضلة بين مواصفات كل منهم .

هكذا يعتقد الباحث أن درجة احتمال أن تكون المجموعتين متكافئتين هي درجة عالية جدا .

البحث الثالث : صعوبات وحلول

الصعوبة الأولى : تعامل الباحث مع النموذج الأول على أساس أن المتغيرات مرنة وقابلة لأن يصاغ كل منها بأربع حالات، ولكن ماذا لو أردنا أن ندخل في المكافئة مع هذه المتغيرات متغير ثنائي (كالجنس مثلا) غير قابل لأن يصاغ بأربع حالات.

الحل : نحاول في هذه الحالة ان نشاكل المتغير الثنائي مع المتغيرين الرباعيين، وذلك بافتراض حالتين غير واقعتين للمتغير الثنائي، ليصبح متغيرا رباعيا، بان نرسم للذكر ب (١) وللأنثى ب (٢) ولذكر خارق ب (٣) وللأنثى الخارقة ب (٤) ونجري الحسابات على وفق المعادلة، ولكن نراعي إهمال البيانات التي تبدأ ب (٣) و (٤) لأنها كلها تؤدي إلى أرقام فئات افتراضية لغرض تحقيق توازن بين المتغيرات.

مثال : لنفرض اننا نريد أن نكافي بين مجموعتين عدد كل منهما بعد استبعاد الراسبين (٣٠) في ثلاث متغيرات هي :

أولا : الجنس

ثانيا : (درجات الطلبة في اللغة العربية المثبتة في سجلات المدرسة أو درجاته في اختبار قبلي) .

ثالثا : (التحصيل الدراسي للآباء) .

خطوات العمل :

نلاحظ أن المتغير الثاني والثالث هما من أنواع المتغيرات التي يمكن التحكم في تعدد حالاتها، بينما المتغير الأول لا يمكن التحكم في حالاته، إذ أن الجنس إما ذكر أو أنثى.

أولا : نأتي على المتغيرات القابلة للتحكم في حالاتها ونشاكل بين حالاتها بما يخدم عملية التكافؤ، فنجعل لكل متغير أربع حالات.

ثانيا : وفق ما تقدم نأتي على المتغير الثاني، ونفترض أن الدرجة التي يحصل عليها الطالب والتي تتراوح من (٩٠) إلى (١٠٠) هي درجة جيدة جدا، ونرمز لها بالرمز (١) ، ونفترض أن الدرجة التي يحصل عليها الطالب وتتراوح من (٨٠) إلى (٩٠) هي درجة جيدة، ونرمز لها بالرمز (٢) ، ونفترض أن الدرجة التي يحصل عليها الطالب والتي تتراوح من (٦٥) إلى (٨٠) هي متوسطة، ونرمز لها (٣) ، ونفترض أن الدرجة التي يحصل عليها الطالب والتي تتراوح من (٥٠) إلى (٦٥) هي ضعيفة، ونرمز لها بالرمز (٤) .

ثالثا : وفق ما تقدم أيضا نأتي على المتغير الثالث، ونفترض أن الطالب الذي لدى والده شهادة جامعية أن تحصيل والده جيد جدا ونرمز له بالرمز (١) وأن الطالب الذي لدى والده شهادة اعدادية أو ما هو قريب منها أن تحصيل والده جيد، ونرمز له بالرمز (٢) وأن الطالب لدى والده شهادة المتوسطة وأن تحصيل والده متوسط، ونرمز له بالرمز (٣) وأن الطالب الذي والده غير متعلم أن تحصيل والده ضعيف، ونرمز له بالرمز (٤) .

رابعا : نأتي بعد ذلك لنشاكل تشاكلا افتراضيا بين المتغير الأول والمتغيرين الآخرين، فنفترض أن للمتغير الأول أربع حالات هي : ذكر نرمز له (١) وأنثى نرمز له (٢) وذكر خارق نرمز له (٣) " وأنثى خارقة نرمز لها (٤) "

على وفق ما تقدم فإن الطاب الذي بياناته تكون (١ ، ١ ، ١) يمكن ترجمتها بالشكل التالي : أن هذا الطالب ذكر ، وتحصيله جيد جدا [درجته تتراوح من (٩٠) إلى (١٠٠)] ، وتحصيل والده جيد جدا (حائز على شهادة جامعية) .

وأما الطالب الذي بياناته (٢ ، ٣ ، ٤) فيمكن ترجمتها، أن هذا الطالب (أنثى) تحصيلها متوسط (درجتها تتراوح بين (٦٥ - ٨٠) ، وأن تحصيل والدها ضعيف (غير متعلم) .

وأما الطالب الذي بياناته (٣ ، ١ ، ١) يمكن ترجمتها بالشكل التالي : أن هذا الطالب ذكر خارق تحصيله جيد جدا (درجته تتراوح من (٩٠) إلى (١٠٠) وتحصيل والده جيد جدا (حائز على شهادة جامعية) .

رابعا :

(أ) تحقيق التكافؤ بدون المعادلة لبيان فلسفة الطريقة :

نستخرج الصور الممكنة لما يمكن أن تكون عليه بيانات كل طالب، ولنرمز إلى الصورة الممكنة باسم (الفئة) .

بما أن المتغير الأول يشتمل على (٤) حالات، وكذلك المتغير الثاني يشتمل على أربع حالات، وكذلك المتغير الثالث فإن الفئات الممكنة (الصور الممكنة لما يمكن أن يكون عليه كل طالب) تساوي ($4 \times 4 \times 4 = 64$) فئة هي كالاتي :

تنبيه : ترتيب الصور الممكنة يخضع لنظام، فالعدد الأول ابتداء من اليمين يمثل حالات المتغير الأول، ويليه العدد الثاني الذي يمثل حالات المتغير الثاني، وهكذا هو الحال في بقية المتغيرات مهما كان عددها.

- ١ - (١ ، ١ ، ١)
- ٢ - (٢ ، ١ ، ١)
- ٣ - (٣ ، ١ ، ١)
- ٤ - (٤ ، ١ ، ١)
- ٥ - (١ ، ٢ ، ١)
- ٦ - (٢ ، ٢ ، ١)
- ٧ - (٣ ، ٢ ، ١)
- ٨ - (٤ ، ٢ ، ١)
- ٩ - (١ ، ٣ ، ١)

$(2, 3, 1) - 10$
 $(3, 3, 1) - 11$
 $(4, 3, 1) - 12$
 $(1, 4, 1) - 13$
 $(2, 4, 1) - 14$
 $(3, 4, 1) - 15$
 $(4, 4, 1) - 16$
 $(1, 1, 2) - 17$
 $(2, 1, 2) - 18$
 $(3, 1, 2) - 19$
 $(4, 1, 2) - 20$
 $(1, 2, 2) - 21$
 $(2, 2, 2) - 22$
 $(3, 2, 2) - 23$
 $(4, 2, 2) - 24$
 $(1, 3, 2) - 25$
 $(2, 3, 2) - 26$
 $(3, 3, 2) - 27$
 $(4, 3, 2) - 28$
 $(1, 4, 2) - 29$
 $(2, 4, 2) - 30$
 $(3, 4, 2) - 31$
 $(4, 4, 2) - 32$
 $(1, 1, \overset{\circ}{\circ} 3) - 33$
 $(2, 1, \overset{\circ}{\circ} 3) - 34$
 $(3, 1, \overset{\circ}{\circ} 3) - 35$
 $(4, 1, \overset{\circ}{\circ} 3) - 36$
 $(1, 2, \overset{\circ}{\circ} 3) - 37$
 $(2, 2, \overset{\circ}{\circ} 3) - 38$
 $(3, 2, \overset{\circ}{\circ} 3) - 39$
 $(4, 2, \overset{\circ}{\circ} 3) - 40$

- ٤١- (١ ، ٣ ، ٠٠٣)
 ٤٢- (٢ ، ٣ ، ٠٠٣)
 ٤٣- (٣ ، ٣ ، ٠٠٣)
 ٤٤- (٤ ، ٣ ، ٠٠٣)
 ٤٥- (١ ، ٤ ، ٠٠٣)
 ٤٦- (٢ ، ٤ ، ٠٠٣)
 ٤٧- (٣ ، ٤ ، ٠٠٣)
 ٤٨- (٤ ، ٤ ، ٠٠٣)
 ٤٩- (١ ، ١ ، ٠٠٤)
 ٥٠- (٢ ، ١ ، ٠٠٤)
 ٥١- (٣ ، ١ ، ٠٠٤)
 ٥٢- (٤ ، ١ ، ٠٠٤)
 ٥٣- (١ ، ٢ ، ٠٠٤)
 ٥٤- (٢ ، ٢ ، ٠٠٤)
 ٥٥- (٣ ، ٢ ، ٠٠٤)
 ٥٦- (٤ ، ٢ ، ٠٠٤)
 ٥٧- (١ ، ٣ ، ٠٠٤)
 ٥٨- (٢ ، ٣ ، ٠٠٤)
 ٥٩- (٣ ، ٣ ، ٠٠٤)
 ٦٠- (٤ ، ٣ ، ٠٠٤)
 ٦١- (١ ، ٤ ، ٠٠٤)
 ٦٢- (٢ ، ٤ ، ٠٠٤)
 ٦٣- (٣ ، ٤ ، ٠٠٤)
 ٦٤- (٤ ، ٤ ، ٠٠٤)

بالتطبع أن هذه البيانات نحن نعرف ترجمتها.

خامسا : نحول بيانات الطلاب إلى الرموز المتفق عليها، ونقوم بتوزيع الطلبة على الفئات بما يتناسب مع بياناتهم.

سادسا – نهمل الفئات الافتراضية التي افترضناها لغرض لتشاكل بين المتغيرات وهي الفئات من (٣٣ إلى ٦٤)، إذ أنها فئات افتراضية غير واقعية ولا تأثير لها على التكافؤ ، وكذلك نهمل الفئات الفارغة المحتوى (التي لا تشتمل على أي عدد من الطلاب) إذ لا تأثير لها على التكافؤ، ثم ننتقل إلى الفئات التي تشتمل على عدد طلاب زوجي لنقسم الطلاب من أي فئة محتواها زوجي (التي تشتمل عدد طلاب زوجي) إلى نصفين، نصف يذهب الى المجموعة التجريبية، ونصف يذهب الى المجموعة الضابطة، ثم ننتقل الى الفئات ذات المحتوى الفردي (التي تشتمل على عدد طلاب فردي) نستبعد طالب من كل فئة لنحول الفئة الى فئة ذات محتوى زوجي ونعامل معها على هذا الأساس – كما هو واضح مما تقدم – .

هنا يبقى لدينا الطلاب الذين استبعدناهم (وهم على الدوام أعدادهم تكون قليلة) لغرض تحويل جميع الفئات الى فئات ذات محتوى زوجي، ومن السهل توزيعهم على المجموعتين بعد المقابلة والمفاضلة بين مواصفات كل منهم .

(ب) تحقيق التكافؤ على وفق المعادلة المقترحة :

سوف نستغني في هذه الخطوة عن استخراج الصور الممكنة لما يمكن أن تكون عليه بيانات كل طالب، ونتجه مباشرة الى تحديد أرقام الفئات التي ينتمي إليها كل طالب، وبذلك سيظهر لنا المعادلة الفئات ذات المحتوى فقط، وسوف تتحدد قيمة محتوى كل فئة بحسب البيانات التي ستعرض في المعادلة، فإذا كانت بيانات طالب معين تختلف عن بيانات طالب آخر فسيندرج الطالب الأول تحت رقم الفئة المحدد بالمعادلة، وسيندرج الطالب الثاني تحت رقم الفئة المحدد بالمعادلة والمختلف عن رقم فئة الطالب الأول لاختلاف بياناتهما.

اما إذا كانت بيانات طالبيْن متشابهتان، فسيندرج الطالبان تحت نفس رقم الفئة المحدد بالمعادلة لتشابه البيانات بينهما.

بعد ذلك نتجه أولاً إلى الفئات التي تشتمل على عدد طلاب زوجي لنقسم نصف الطلاب من أي فئة محتواها زوجي (التي تشتمل عدد طلاب زوجي) إلى نصفين، نصف يذهب الى المجموعة التجريبية، ونصف يذهب الى المجموعة الضابطة، ثم ننتقل الى الفئات ذات المحتوى الفردي (التي تشتمل على عدد طلاب فردي) نستبعد طالب من كل فئة لنحول الفئة الى فئة ذات محتوى زوجي ونتعامل معها على هذا الأساس – كما هو واضح مما تقدم – .

هنا يبقى لدينا الطلاب الذين استبعدناهم، وقد عرفنا أن من السهل توزيعهم على المجموعتين بعد المقابلة والمفاضلة بين مواصفات كل منهم.

تنبيه : من خلال ما تقدم يتضح أن مسألة صعوبة التمايز بين المتغيرات في عدد الحالات التي يمكن أن يكون عليها كل متغير، يمكن حلها عن طريق المشكلة بافتراض حالات وهمية، لتسهيل عملية إجراء التكافؤ، مع الأخذ بنظر الاهتمام أن هذه الافتراضات يمكن استبعادها بعد ذلك وليس لها أي تأثير على عملية التكافؤ.

تنبيه مهم : سوف يثبت الباحث في الطبعة اللاحقة – لأن الباحث يرى أنه غير مهيب لذلك الآن – أن بالإمكان الاستغناء عن المشكلة الافتراضية بإجراء بعض التوضيحات على الطريقة، وخاصة في الترتيب النموذجي للصور الممكنة، وفي معنى الترميزات. كل ذلك سيتضح في الطبعة اللاحقة.

الصعوبة الثانية : تعامل الباحث مع النماذج السابقة على أساس التكافؤ بين مجموعتين، ولكن ماذا لو أردنا أن نكافئ بين أكثر من مجموعتين.

في الحقيقة لا توجد صعوبة حقيقية أمام طريقتنا في تحقيق التكافؤ بين ثلاث مجموعات – مثلاً – وسنوضح ذلك من خلال المثال التالي :

لنفرض اننا نريد أن نكافي بين ثلاث مجموعات عدد كل منهما بعد استبعاد الراسبين (٣٠) في ثلاث متغيرات هي :

أولا : (درجات الطلبة في اللغة العربية المثبتة في سجلات المدرسة أو درجاته في اختبار قبلي) .

ثانيا : (التحصيل الدراسي للآباء) .

ثالثا : الجنس

خطوات العمل

أولا : نشاكل بين المتغيرات المتعلقة بكل طالب من حيث عدد الحالات التي يمكن أن يظهر فيها كل متغير، كما هو واضح مما تقدم .

ثانيا : بعد المشكلة نجعل المتغير الذي يشتمل على حالات وهمية هو الأول ويليه درجات اللغة العربية ويليه تحصيل الآباء، ثم نرمز للحالة الأولى من كل متغير بالرقم (١) ، وبالحالة الثانية من كل متغير بالرقم (٢) ، وبالحالة الثالثة من كل متغير بالرقم (٣) ، وبالحالة الرابعة من كل متغير بالرقم (٤) وبالحالة الخامسة من كل متغير بالرقم (٥) .

على وفق ما تقدم فإن الطاب الذي بياناته تكون (١ ، ١ ، ١) يمكن ترجمتها بالشكل التالي : أن هذا الطالب ذكر تحصيله (درجته تتراوح من (٩٠) إلى (١٠٠) ، وتحصيل والده (حائز على شهادة جامعية) .

وأما الطالب الذي بياناته (٣ ، ٣ ، ٤) فيمكن ترجمتها ، أن هذا الطالب ذكر خارق تحصيله : درجته تتراوح بين (٧٠ - ٨٠) ، وأن تحصيل والده (شهادة ابتدائية) .

رابعاً : هناك العديد من الفئات التي من الممكن أن ينتمي إليها كل طالب، حسب بياناته، ويمكن استخراج رقم الفئة التي ينتمي إليها الطالب بالمعادلة التالية :

$$\begin{aligned} & \text{ن-١} \quad \text{ن-٢} \quad \text{ن-٣} \\ & (م) \times (١ - ١) + (م) \times (١ - ٢) + (م) \times (١ - ٣) \\ & (١ - \text{رخ}) \end{aligned}$$

لنفترض أن بيانات طالب معين هي (٢ ، ٤ ، ٤)

(م) تعني : عدد حالات كل متغير وهي (٥) في مثالنا .

(ن) تعني عدد المتغيرات وهي (٣) في مثالنا .

(١ ر) تعني الرقم الأول من بيانات الطالب والذي هو (٢) كما افترضنا أعلاه .

(٢ ر) تعني الرقم الثاني من بيانات الطالب الذي هو الرقم (٤) كما افترضنا أعلاه .

(رخ) بما أنه الرقم الثالث هو الرقم الأخير من بيانات الطالب بحسب افتراضنا فإن المعادلة سوف لا يدخل في حساباتها (٣ ر) ، بل يدخل في حساباتها (رخ) والذي هو الرقم (٤) بحسب الافتراض .

وبتطبيق المعادلة :

$$\begin{aligned} & \text{١-٣} \quad \text{٢-٣} \\ & (٥) \times (١ - ٢) + (٥) \times (١ - ٤) + ٤ \end{aligned}$$

$$= ٢٥ \times ١ + ٥ \times ٣ + ٤$$

= ٤٤ رقم الفئة التي ينتمي إليها الطالب (٢ ، ٤ ، ٤) [وهو الطالبة الأنثى التي درجتها تتراوح من ٦٠ إلى ٧٠ ، وتحصيل والدها حائز على شهادة ابتدائية] .

خامسا : نلاحظ أرقام الفئات التي نحصل عليها من المعادلة والتي هي تسعون رقما باعتبار أن عدد طلاب العينة الذين نريد المكافئة بينهم في ثلاث مجموعات هو (٩٠) طالبا .

نجمع الأرقام المتكررة، فمثلا إذا تكرر الرقم (٣٢) الناتج من المعادلة عشر مرات فهذا يعني أن الفئة (٣٢) تحتوي على عشر طلاب، وإذا تكرر الرقم (٤١) الناتج من المعادلة تسع مرات فهذا يعني أن الفئة (٤١) تحتوي على تسع طلاب .

سادسا : لنفترض أن نتاج ما سبق من الخطوات هو التالي :

- ١ - الفئة (٢) تحتوي على (١٠) طلاب
- ٢ - الفئة (٣) تحتوي على (١٢) طالبا
- ٣ - الفئة (٤) تحتوي على (٣) طلاب
- ٤ - الفئة (٧) تحتوي على (٩) طلاب
- ٥ - الفئة (٩) تحتوي على (٧) طلاب
- ٦ - الفئة (١١) تحتوي على (٥) طلاب
- ٧ - الفئة (١٣) تحتوي على (٨) طلاب
- ٨ - الفئة (١٦) تحتوي على (١٠) طلاب
- ٩ - الفئة (٢٠) تحتوي على (٦) طلاب
- ١٠ - الفئة (٢٢) تحتوي على (٤) طلاب
- ١١ - الفئة (٢٨) تحتوي على (٧) طلاب
- ١٢ - الفئة (٣٠) تحتوي على (٩) طلاب

سابعا :

الخطوة الأولى : نتجه إلى الفئات ذات المحتوى الزوجي أو الفردي القابل للقسم على (٣) وهي الفئات [٣٠ ، ٢٠ ، ٧ ، ٤ ، ٣] ونقسم طلابها إلى ثلاثة أقسام ونوزعها على المجموعات. (قسم لكل مجموعة) .

الخطوة الثانية : نتجه إلى الفئات ذات المحتوى الفردي أو الزوجي والتي باستبعاد أحد أفرادها تصبح قابلة للقسمة على (٣)، وهي الفئات [٢ ، ٩ ، ١٦ ، ٢٢ ، ٢٨] نستبعد من كل فئة طالبا لتتحول إلى فئات زوجية ونتعامل معها كما تعاملنا مع الفئات الزوجية السابقة.

الخطوة الثالثة : وهنا يمكن التعامل بطريقتين :

الطريقة الأولى : إما باستبعاد طالبين من الفئتين المتبقيتين وهما [١١ ، ١٣] ، وبالتالي يصبح لدينا (٩) أفراد من مجموع (٩٠) خارج التكافؤ، فنقوم بتوزيعهم على المجموعات بعد الموازنة فيما بينهم .

الطريقة الثانية : في الخطوة الثانية كنا قد استبعدنا (٥) أفراد من خمس فئات لغرض تحويلها إلى فئات قابلة للتوزيع بدون زيادة، وهنا يمكننا أن نختار بعناية فردين من الأفراد الخمسة المستبعدين ونضيفهم إلى الفئتين [١١ ، ١٣] لتصبح فئات قابلة للقسمة على (٣)، وبالتالي يصبح لدينا (٣) أفراد من مجموع (٩٠) خارج التكافؤ، فنقوم بتوزيعهم على المجموعات بعد الموازنة فيما بينهم.

البحث الرابع

هل لطريقة الغرابي في التكافؤ بين مجموعات البحث فوائد أخرى؟

لا تقتصر فائدة هذه الطريقة على تحقيق التكافؤ فقط، وإنما يمكن الاستفادة منها في جوانب أخرى.

يمكن لطريقة الغرابي أن توفر لنا معيارا نقيس من خلاله مدى تمتع التجربة بالصدق الداخلي، فبعد الحصول على النتائج يمكن المقارنة بين متوسطات درجات الفئات – بغض النظر عن انقسام الفئات على المجموعة التجريبية والضابطة – فإن كانت المتوسطات متقاربة، فهذا يعني أن هناك احتمالا كبيرا في أن تكون نتائج التجربة هي نتاج المتغير المستقل، وليس لأي متغير من المتغيرات التي خضعت للتكافؤ تأثير على نتائج التجربة. أما إذا كانت متوسطات درجات بعض الفئات أعلى بكثير من باقي متوسطات درجات الفئات الأخرى، فهذا يعني أن هناك احتمالا كبيرا في أن يكون لأحد متغيرات هذه الفئة تأثير على النتائج إلى جانب تأثير المتغير المستقل.

يعلم الباحث ان هناك الكثير من التساؤلات التي سترد على ما تقدم، لذلك سوف يوضح ما تقدم بمثال يمكنه أن يجيب عن جميع التساؤلات المحتملة :

لنفرض للتوضيح أن لدينا أربع فئات :

فإن كانت – على سبيل المثال – درجات طلاب كل فئة من الفئات كالآتي :

الفئة الأولى (١٠ طلاب) [درجات طلاب المجموعة التجريبية الخمسة هي ٩٠ ، ٨٨ ، ٨٦ ، ٨٩ ، ٨٥ ، ودرجات طلاب المجموعة الضابطة ٦٠ ، ٦٥ ، ٥٥ ، ٥٧ ، ٥٨) .

الفئة الثانية (٢٠ طالب) [درجات طلاب المجموعة التجريبية تتراوح ما بين ٧٥ - ٩٥ ، ودرجات المجموعة الضابطة تتراوح ما بين ٥٥ - ٧٠]

الفئة الثالثة (٢٠ طالب) [كسابقتها]

الفئة الرابعة [كذلك]

مع الأخذ بنظر الاهتمام الدرجات المتميزة في المجموعة الضابطة، إذ لا يمكن أن تخلو هذه المجموعة من طلاب متميزين.

فمن الواضح في مثل هذه الحالة أن هناك فروق بين المجموعتين وأن متوسط درجات الفئات متساوي تقريبا - كما هو واضح وبالذات للإحصائيين -، وهذا يعني أن هناك احتمال عالي في أن يكون التأثير للمتغير المستقل ولا توجد هناك أي إشارة لإمكانية أن يكون هناك تأثير لأي متغير من المتغيرات الخاضعة للتكافؤ بين المجموعات.

أما إذا كانت درجات طلاب كل فئة من الفئات كالاتي :

الفئة الأولى : نفس الفئة الأولى في المثال السابق

الفئة الثانية (٢٠ طالب) [درجات طلاب المجموعة التجريبية من ٨٠ - ٩٥ ، ودرجات المجموعة الضابطة من ٦٥ - ٧٥]

الفئة الثالثة (٢٠ طالب) [كسابقتها]

الفئة الرابعة [كذلك]

فمن الواضح في مثل هذه الحالة أن هناك فروق بين المجموعتين، وأن متوسط درجات الفئة الثانية مختلف عن متوسط درجات الفئات

الأخرى، وهذا يعني أن لأحد متغيرات هذه الفئة تأثير على هذه الدرجات.

ويرى الباحث أن لهذه الطريقة فوائد كثيرة أخرى، فبإمكان أي مدرسة أن تفرد سجلاً، تسجل فيه اسم كل طالب، والبيانات الخاصة بالطالب بالنسبة للمتغيرات مهما كان عددها، ورقم فئة الطالب التي يمكن استخراجها بطريقة الغرابي.

وللتوضيح يمكن ترتيب السجل المدرسي المقترح كالآتي :

الاسم : ١ ٢ ٣ ٤ ٥ ٦ ٧ ٨ رقم الفئة

- الاسم : يعني اسم الطالب
- (١) : المتغير الأول ، وليكن الجنس مثلاً
- (٢) : المتغير الثاني ، وليكن التحصيل الدراسي للآباء
- (٣) : المتغير الثالث ، وليكن التحصيل الدراسي للأمهات
- (٤) : المتغير الرابع ، وليكن الذكاء
- (٥) : المتغير الخامس ، وليكن المستوى المعيشي
- (٦) : المتغير السادس ، وليكن ؟
- وهكذا (٧) و (٨) ، وقد تزيد أو تنقص
- رقم الفئة : الرقم المستخرج على وفق طريقة الغرابي.

والآن : ما هي الفوائد التي يمكن أن نستفيد منها من هذا السجل ؟

١ - يمكن لأي باحث يجري دراسته في مدرسة معينة، أن يستفيد من هذا السجل في تحقيق التكافؤ بين مجموعات البحث، إذ ليس على الباحث في هذا الحالة سوى أن يختار الفئات المناسبة، ويوزعها على المجموعات.

٢ - يمكن لإدارة المدرسة بعد الحصول على درجات الطلبة في الفصل الأول أو درجات الطلبة في نصف السنة، أن تنظر إلى درجات طلاب كل فئة من الفئات على حدة، لترى ما إذا كانت درجات طلاب كل فئة منسجمة ومتقاربة - وهذا هو الوضع الطبيعي باعتبار أن التكافؤ بين الطلبة في المتغيرات غالبا ما يؤدي إلى تكافؤ في الدرجات - أم أن هناك بعض الدرجات الضعيفة ضمن الفئة، وهذا يعد وضعاً غير طبيعياً، لا بد وأن يكون من وراءه سبباً، كأن يكون اختلاف المدرس، باعتبار طلاب هذه الفئة موزعين على صفوف مختلفة، يتولى التدريس فيها مدرسون مختلفون، أو قد يكون هناك سبباً آخر.

وعلى أية حال، وأياً كان السبب، فإن النظر إلى درجات الطلاب من خلال الفئات تساعد إدارة المدرسة على تشخيص الأوضاع غير الطبيعية التي يمر بها الطلاب.

٣ - يمكن لإدارة المدرسة بعد أن تأخذ بنظر الاعتبار درجة الإنسجام بين درجات الطلاب في كل فئة، أن تجري مقارنات بين متوسطات الدرجات للفئات المختلفة، ودراسة الأسباب على أساس الاختلاف بين هذه المتوسطات، وهل هذا الاختلاف في المتوسطات راجع إلى اختلاف الفئات في المتغيرات، وأي المتغيرات يتكرر في الفئات التي تتمتع بمتوسطات درجات عالية، ويغيب في الفئات التي تتمتع بمتوسطات درجات متدنية؟ وبالعكس، أي المتغيرات يتكرر في الفئات التي تتمتع بمتوسطات درجات متدنية، ويغيب في الفئات التي تتمتع بمتوسطات درجات عالية؟

هذا، وهناك فوائد أخرى قد يوفق الباحث لبلورتها بشكل واضح في الطبعة اللاحقة.

البحث الخامس

النظام الذي يخضع له ترتيب الصور الممكنة في العلم الإجمالي

هناك خطورة يمكن أن تتعرض لها هذه الطريقة عند الاختبار، تكمن في أن بعض الباحثين قد لا يلجأ إلى الترتيب النموذجي للصور الممكنة ويوزع الصور اعتباطياً، ويحاول بعد ذلك اختبار طريقة التكافؤ على أساس هذا التوزيع، ويحصل على نتائج ليست في صالح الطريقة.

وعلى أساس ما تقدم صار لزاماً على الباحث أن يؤكد أن طريقة التكافؤ لا يمكن أن تكون منتجة ما لم يؤخذ بنظر الاهتمام الترتيب النموذجي للصور الممكنة.

إن النظام الذي يخضع له ترتيب الصور الممكنة والذي بدونه لا يمكن أن تحقق الطريقة أهدافها بشكل دقيق هو كالاتي :

١ – لا يتم تغيير أي حالة من حالات المتغير الأول إلى الحالة التي تليها إلا بعد استنفاد تغيير كل حالات المتغير الثاني.

٢ – ولا يتم تغيير أي حالة من حالات المتغير الثاني إلى الحالة التي تليها إلا بعد استنفاد تغيير كل حالات المتغير الثالث.

٣ – وهكذا لا يتم تغيير أي حالة من حالات المتغير الثالث إلى الحالة التي تليها إلا بعد استنفاد تغيير كل حالات المتغير الذي يليه.

مثال (١) : لنفرض أننا نريد أن نكافي بين مجموعتين في ثلاث متغيرات، ولكل متغير ست حالات، فما هي الصور الممكنة التي يمكن أن تكون عليها بيانات أي طالب من الطلاب ؟

عدد الصور الممكنة (ع) = $\frac{ن}{م} = \frac{6^3}{6} = 6 \times 6 \times 6 = 216$
وترتيبها كالآتي :

بعد إجراء الترميزات اللازمة، يمكن ترتيب الصور الممكنة
لبيانات كل طالب بالشكل النموذجي التالي :

- ١ - ١ ، ١ ، ١
- ٢ - ٢ ، ١ ، ١
- ٣ - ٣ ، ١ ، ١
- ٤ - ٤ ، ١ ، ١
- ٥ - ٥ ، ١ ، ١
- ٦ - ٦ ، ١ ، ١
- ٧ - ١ ، ٢ ، ١
- ٨ - ٢ ، ٢ ، ١
- ٩ - ٣ ، ٢ ، ١
- ١٠ - ٤ ، ٢ ، ١
- ١١ - ٥ ، ٢ ، ١
- ١٢ - ٦ ، ٢ ، ١
- ١٣ - ١ ، ٣ ، ١
- ١٤ - ٢ ، ٣ ، ١
- ١٥ - ٣ ، ٣ ، ١
- ١٦ - ٤ ، ٣ ، ١
- ١٧ - ٥ ، ٣ ، ١
- ١٨ - ٦ ، ٣ ، ١
- ١٩ - ١ ، ٤ ، ١
- ٢٠ - ٢ ، ٤ ، ١
- ٢١ - ٣ ، ٤ ، ١
- ٢٢ - ٤ ، ٤ ، ١
- ٢٣ - ٥ ، ٤ ، ١
- ٢٤ - ٦ ، ٤ ، ١

۱، ۵، ۱ — ۲۵
 ۲، ۵، ۱ — ۲۶
 ۳، ۵، ۱ — ۲۷
 ۴، ۵، ۱ — ۲۸
 ۵، ۵، ۱ — ۲۹
 ۶، ۵، ۱ — ۳۰
 ۱، ۶، ۱ — ۳۱
 ۲، ۶، ۱ — ۳۲
 ۳، ۶، ۱ — ۳۳
 ۴، ۶، ۱ — ۳۴
 ۵، ۶، ۱ — ۳۵
 ۶، ۶، ۱ — ۳۶
 ۱، ۱، ۲ — ۳۷
 ۲، ۱، ۲ — ۳۸
 ۳، ۱، ۲ — ۳۹
 ۴، ۱، ۲ — ۴۰
 ۵، ۱، ۲ — ۴۱
 ۶، ۱، ۲ — ۴۲
 ۱، ۲، ۲ — ۴۳
 ۲، ۲، ۲ — ۴۴
 ۳، ۲، ۲ — ۴۵
 ۴، ۲، ۲ — ۴۶
 ۵، ۲، ۲ — ۴۷
 ۶، ۲، ۲ — ۴۸
 ۱، ۳، ۲ — ۴۹
 ۲، ۳، ۲ — ۵۰
 ۳، ۳، ۲ — ۵۱
 ۴، ۳، ۲ — ۵۲
 ۵، ۳، ۲ — ۵۳
 ۶، ۳، ۲ — ۵۴
 ۱، ۴، ۲ — ۵۵

2, 4, 2 — 06
 3, 4, 2 — 07
 4, 4, 2 — 08
 0, 4, 2 — 09
 6, 4, 2 — 6.
 1, 0, 2 — 61
 2, 0, 2 — 62
 3, 0, 2 — 63
 4, 0, 2 — 64
 0, 0, 2 — 60
 6, 0, 2 — 66
 1, 6, 2 — 67
 2, 6, 2 — 68
 3, 6, 2 — 69
 4, 6, 2 — 7.
 0, 6, 2 — 71
 6, 6, 2 — 72
 1, 1, 3 — 73
 2, 1, 3 — 74
 3, 1, 3 — 70
 4, 1, 3 — 76
 0, 1, 3 — 77
 6, 1, 3 — 78
 1, 2, 3 — 79
 2, 2, 3 — 8.
 3, 2, 3 — 81
 4, 2, 3 — 82
 0, 2, 3 — 83
 6, 2, 3 — 84
 1, 3, 3 — 80
 2, 3, 3 — 86

٣ ، ٣ ، ٣ — ٨٧
 ٤ ، ٣ ، ٣ — ٨٨
 ٥ ، ٣ ، ٣ — ٨٩
 ٦ ، ٣ ، ٣ — ٩٠
 ١ ، ٤ ، ٣ — ٩١
 ٢ ، ٤ ، ٣ — ٩٢
 ٣ ، ٤ ، ٣ — ٩٣
 ٤ ، ٤ ، ٣ — ٩٤
 ٥ ، ٤ ، ٣ — ٩٥
 ٦ ، ٤ ، ٣ — ٩٦
 ١ ، ٥ ، ٣ — ٩٧
 ٢ ، ٥ ، ٣ — ٩٨
 ٣ ، ٥ ، ٣ — ٩٩
 ٤ ، ٥ ، ٣ — ١٠٠
 ٥ ، ٥ ، ٣ — ١٠١
 ٦ ، ٥ ، ٣ — ١٠٢
 ١ ، ٦ ، ٣ — ١٠٣
 ٢ ، ٦ ، ٣ — ١٠٤
 ٣ ، ٦ ، ٣ — ١٠٥
 ٤ ، ٦ ، ٣ — ١٠٦
 ٥ ، ٦ ، ٣ — ١٠٧
 ٦ ، ٦ ، ٣ — ١٠٨
 ١ ، ١ ، ٤ — ١٠٩
 ٢ ، ١ ، ٤ — ١١٠
 ٣ ، ١ ، ٤ — ١١١
 ٤ ، ١ ، ٤ — ١١٢
 ٥ ، ١ ، ٤ — ١١٣
 ٦ ، ١ ، ٤ — ١١٤
 ١ ، ٢ ، ٤ — ١١٥
 ٢ ، ٢ ، ٤ — ١١٦
 ٣ ، ٢ ، ٤ — ١١٧

୧, ୨, ୧ — ୧୧୮
 ୦, ୨, ୧ — ୧୧୯
 ୬, ୨, ୧ — ୧୨୦
 ୧, ୩, ୧ — ୧୨୧
 ୨, ୩, ୧ — ୧୨୨
 ୩, ୩, ୧ — ୧୨୩
 ୧, ୩, ୧ — ୧୨୪
 ୦, ୩, ୧ — ୧୨୫
 ୬, ୩, ୧ — ୧୨୬
 ୧, ୧, ୧ — ୧୨୭
 ୨, ୧, ୧ — ୧୨୮
 ୩, ୧, ୧ — ୧୨୯
 ୧, ୧, ୧ — ୧୩୦
 ୦, ୧, ୧ — ୧୩୧
 ୬, ୧, ୧ — ୧୩୨
 ୧, ୦, ୧ — ୧୩୩
 ୨, ୦, ୧ — ୧୩୪
 ୩, ୦, ୧ — ୧୩୫
 ୧, ୦, ୧ — ୧୩୬
 ୦, ୦, ୧ — ୧୩୭
 ୬, ୦, ୧ — ୧୩୮
 ୧, ୬, ୧ — ୧୩୯
 ୨, ୬, ୧ — ୧୪୦
 ୩, ୬, ୧ — ୧୪୧
 ୧, ୬, ୧ — ୧୪୨
 ୦, ୬, ୧ — ୧୪୩
 ୬, ୬, ୧ — ୧୪୪
 ୧, ୧, ୦ — ୧୪୫
 ୨, ୧, ୦ — ୧୪୬
 ୩, ୧, ୦ — ୧୪୭
 ୧, ୧, ୦ — ୧୪୮

୦, ୧, ୦ — ୧୧୭
 ୬, ୧, ୦ — ୧୦୮
 ୧, ୨, ୦ — ୧୦୯
 ୨, ୨, ୦ — ୧୧୦
 ୩, ୨, ୦ — ୧୧୧
 ୪, ୨, ୦ — ୧୧୨
 ୦, ୨, ୦ — ୧୦୦
 ୬, ୨, ୦ — ୧୦୬
 ୧, ୩, ୦ — ୧୦୭
 ୨, ୩, ୦ — ୧୦୮
 ୩, ୩, ୦ — ୧୦୯
 ୪, ୩, ୦ — ୧୧୦
 ୦, ୩, ୦ — ୧୧୧
 ୬, ୩, ୦ — ୧୧୨
 ୧, ୪, ୦ — ୧୧୩
 ୨, ୪, ୦ — ୧୧୪
 ୩, ୪, ୦ — ୧୧୫
 ୪, ୪, ୦ — ୧୧୬
 ୦, ୪, ୦ — ୧୧୭
 ୬, ୪, ୦ — ୧୧୮
 ୧, ୦, ୦ — ୧୧୯
 ୨, ୦, ୦ — ୧୨୦
 ୩, ୦, ୦ — ୧୨୧
 ୪, ୦, ୦ — ୧୨୨
 ୦, ୦, ୦ — ୧୨୩
 ୬, ୦, ୦ — ୧୨୪
 ୧, ୬, ୦ — ୧୨୫
 ୨, ୬, ୦ — ୧୨୬
 ୩, ୬, ୦ — ୧୨୭
 ୪, ୬, ୦ — ୧୨୮
 ୦, ୬, ୦ — ୧୨୯

᠖, ᠖, ᠐ — 18.
 1, 1, ᠖ — 181
 2, 1, ᠖ — 182
 3, 1, ᠖ — 183
 4, 1, ᠖, 184
 ᠐, 1, ᠖ — 18᠐
 ᠖, 1, ᠖ — 18᠖
 1, 2, ᠖ — 187
 2, 2, ᠖ — 188
 3, 2, ᠖ — 189
 4, 2, ᠖ — 19.
 ᠐, 2, ᠖ — 191
 ᠖, 2, ᠖ — 192
 1, 3, ᠖ — 193
 2, 3, ᠖ — 194
 3, 3, ᠖ — 19᠐
 4, 3, ᠖ — 19᠖
 ᠐, 3, ᠖ — 197
 ᠖, 3, ᠖ — 198
 1, 4, ᠖ — 199
 2, 4, ᠖ — 20.
 3, 4, ᠖ — 201
 4, 4, ᠖ — 202
 ᠐, 4, ᠖ — 203
 ᠖, 4, ᠖ — 204
 1, ᠐, ᠖ — 20᠐
 2, ᠐, ᠖ — 20᠖
 3, ᠐, ᠖ — 207
 4, ᠐, ᠖ — 208
 ᠐, ᠐, ᠖ — 209
 ᠖, ᠐, ᠖ — 21.

٢١١ - ٦ ، ٦ ، ١
 ٢١٢ - ٦ ، ٦ ، ٢
 ٢١٣ - ٦ ، ٦ ، ٣
 ٢١٤ - ٦ ، ٦ ، ٤
 ٢١٥ - ٦ ، ٦ ، ٥
 ٢١٦ - ٦ ، ٦ ، ٦

عند التأمل في الترتيب السابق للصور الممكنة :

أولا : نلاحظ أننا لم نغير الحالة الأولى من حالات المتغير الأول والتي هي الحالة (١) إلى الحالة الثانية التي تليها من حالات هذا المتغير إلا في الصورة (٣٧) بعد أن استنفذنا تغيير كل حالات المتغير الثاني.

ولم نغير الحالة الثانية من حالات المتغير الأول والتي هي (٢) إلى الحالة الثالثة التي تليها والتي هي (٣) إلا في الصورة (٧٣) بعد أن استنفذنا من جديد تغيير كل حالات المتغير الثاني.

ولم نغير الحالة الثالثة من حالات المتغير الأول والتي هي (٣) إلى الحالة التي تليها والتي هي الحالة (٤) إلا في الصورة (١٠٩) بعد أن استنفذنا من جديد - أيضا - تدوير وتغيير كل حالات المتغير الثاني.

ولم نغير الحالة الرابعة من حالات المتغير الأول والتي هي (٤) إلى الحالة التي تليها والتي هي الحالة (٥) إلا في الصورة (١٤٥) بعد أن استنفذنا مرة أخرى تدوير كل حالات المتغير الثاني.

وهكذا كان الحال مع الحالة الخامسة والسادسة كما هو واضح من الصورة (١٨١) .

ثانيا : نلاحظ أننا لم نغير الحالة الأولى من حالات المتغير الثاني والتي هي الحالة (١) إلى الحالة الثانية التي تليها من حالات هذا المتغير إلا في الصورة (٧) بعد أن استنفذنا تغيير كل حالات المتغير الثالث.

ولم نغير الحالة الثانية من حالات المتغير الثاني والتي هي (٢) إلى الحالة الثالثة التي تليها والتي هي (٣) إلا في الصورة (١٣) بعد أن استنفذنا من جديد تغيير كل حالات المتغير الثالث.

ولم نغير الحالة الثالثة من حالات المتغير الثاني والتي هي (٣) إلى الحالة التي تليها والتي هي الحالة (٤) إلا في الصورة (١٩) بعد أن استنفذنا من جديد – أيضا – تدوير وتغيير كل حالات المتغير الثالث.

ولم نغير الحالة الرابعة من حالات المتغير الثاني والتي هي (٤) إلى الحالة التي تليها والتي هي الحالة (٥) إلا في الصورة (٢٥) بعد أن استنفذنا مرة أخرى تدوير كل حالات المتغير الثاني.

وهكذا كان الحال مع الحالة الخامسة والسادسة كما هو واضح من الصورة (٣١) .

هكذا يتضح : أننا حينما نبدأ بترتيب الصور الممكنة نبدأ بتغيير كل حالات المتغير الأخير، وبعد أن نستنفذ كل الحالات (كما هو واضح في الصور الست الأولى)

١	– ١
٢	– ٢
٣	– ٣
٤	– ٤
٥	– ٥
٦	– ٦

نتجه للمتغير الثاني فنغير الحالة التي هو عليها (١) الى الحالة التي تليها (٢)، وهو ما فعلناه في الصورة السابعة. ولكننا لم نغير (٢) إلى (٣) إلا بعد أن استنفذنا تغيير كل حالات المتغير الثالث من جديد (كما هو واضح في الصور من ٧ الى ١٢) :

١ ، ٢ ، ١	٧ -
٢	٨ -
٣	٩ -
٤	١٠ -
٥	١١ -
٦	١٢ -

وبعد أن استنفذنا تغيير كل حالات المتغير الثالث من جديد اتجهنا مرة أخرى للمتغير الثاني فغيرنا الحالة التي هو عليها من (٢) الى (٣) كما هو واضح في الصورة (١٣)، ولكننا لم نغير (٣) الى (٤) إلا بعد تدوير وتغيير آخر لكل حالات المتغير الثالث (كما هو واضح في الصور من ١٣ الى ١٨) :

١ ، ٣ ، ١	١٣ -
٢	١٤ -
٣	١٥ -
٤	١٦ -
٥	١٧ -
٦	١٨ -

ثم اتجهنا الى المتغير الثاني من جديد فغيرنا الحالة التي هو عليها من (٣) إلى (٤) كما هو واضح في الصورة (١٩)، ولم نغير (٤) الى (٥) إلا بعد تدوير وتغيير آخر لكل حالات المتغير الثالث (كما هو واضح في الصور من ١٩ الى ٢٤) :

١ ، ٤ ، ١	١٩ -

٢	٢٠ -
٣	٢١ -
٤	٢٢ -
٥	٢٣ -
٦	٢٤ -

ثم اتجهنا الى المتغير الثاني من جديد فغيرنا الحالة التي هو عليها من (٤) الى (٥) كما هو واضح في الصورة (٢٥) . ولم نغير (٥) الى (٦) إلا بعد تدوير وتغيير آخر لكل حالات المتغير الثالث (كما هو واضح في الصور من ٢٥ الى ٣٠) :

١ ، ٥ ، ١	٢٥ -
٢	٢٦ -
٣	٢٧ -
٤	٢٨ -
٥	٢٩ -
٦	٣٠ -

ثم اتجهنا الى المتغير الثاني من جديد فغيرنا الحالة التي هو عليها من (٥) الى (٦) كما هو واضح في الصورة (٣١) .

وهنا يجب أن ننبه إلى أننا بعد أن استنفذنا تغيير وتدوير كل حالات المتغير الثالث (كما هو واضح في الصور من ٣١ الى ٣٦) :

١ ، ٦ ، ١	٣١ -
٢	٣٢ -
٣	٣٣ -
٤	٣٤ -
٥	٣٥ -
٦	٣٦ -

واتجهنا الى المتغير الثاني لكي نغير الحالة التي هو عليها إلى الحالة التي تليه لم نجد حالة تالية للحالة (٦) وهذا يعني أننا استنفذنا كل حالات المتغير الثاني، وهذا بدوره يعني أننا ما دمنا قد استنفذنا تغيير كل حالات المتغير الثاني يجب أن نتجه للمتغير الأول ونغير الحالة التي هو عليها للحالة التي تليه، ولا نغير هذه الحالة إلا بعد أن نستنفذ تغيير كل حالات المتغيرين الثاني والثالث كما حصل مع الحالة الأولى من حالات المتغير الأول.

٣٧ – ١ ، ١ ، ٢

٣٨ – ٢

٣٩ – ٣

٤٠ – ٤

٤١ – ٥

٤٢ – ٦

٤٣ – ١ ، ٢ ، ٢

٤٤ – ٢

٤٥ – ٣

٤٦ – ٤

٤٧ – ٥

٤٨ – ٦

٤٩ – ١ ، ٣ ، ٢

٥٠ – ٢

٥١ – ٣

٥٢ – ٤

٥٣ – ٥

٥٤ – ٦

١ ، ٤ ، ٢ — ٥٥

٢ — ٥٦

٣ — ٥٧

٤ — ٥٨

٥ — ٥٩

٦ — ٦٠

١ ، ٥ ، ٢ — ٦١

٢ — ٦٢

٣ — ٦٣

٤ — ٦٤

٥ — ٦٥

٦ — ٦٦

١ ، ٦ ، ٢ — ٦٧

٢ — ٦٨

٣ — ٦٩

٤ — ٧٠

٥ — ٧١

٦ — ٧٢

وما دمنا قد استنفذنا تغيير كل حالات المتغير الثالث والثاني يجب أن نتجه للمتغير الأول ونغير الحالة التي هو عليها للحالة التي تليها، ولا نغير هذه الحالة إلا بعد أن نستنفذ تغيير كل حالات المتغيرين الثاني والثالث كما حصل مع الحالة الأولى والثانية من حالات المتغير الأول.

١ ، ١ ، ٣ — ٧٣

٢ — ٧٤

٣	— ٧٥
٤	— ٧٦
٥	— ٧٧
٦	— ٧٨

١ ، ٢ ، ٣	— ٧٩
٢	— ٨٠
٣	— ٨١
٤	— ٨٢
٥	— ٨٣
٦	— ٨٤

مثال (٢) :

لنفرض أننا نريد أن نكافي بين مجموعتين في أربع متغيرات، ولكل متغير أربع حالات، فما هي الصور الممكنة التي يمكن أن تكون عليها بيانات أي طالب من الطلاب ؟

$$\text{عدد الصور الممكنة (ع)} = \text{م} = \text{ن} = ٤ = ٤ \times ٤ \times ٤ \times ٤ = ٢٥٦ \text{ وترتيبها كالاتي :}$$

بعد إجراء الترميزات اللازمة، يمكن ترتيب الصور الممكنة لبيانات كل طالب بالشكل النموذجي التالي :

١ — ١ ، ١ ، ١ ، ١
٢ — ٢ ، ١ ، ١ ، ١
٣ — ٣ ، ١ ، ١ ، ١
٤ — ٤ ، ١ ، ١ ، ١

۱، ۲، ۱، ۱ — ۵
 ۲، ۲، ۱، ۱ — ۶
 ۳، ۲، ۱، ۱ — ۷
 ۴، ۲، ۱، ۱ — ۸
 ۱، ۳، ۱، ۱ — ۹
 ۲، ۳، ۱، ۱ — ۱۰
 ۳، ۳، ۱، ۱ — ۱۱
 ۴، ۳، ۱، ۱ — ۱۲
 ۱، ۴، ۱، ۱ — ۱۳
 ۲، ۴، ۱، ۱ — ۱۴
 ۳، ۴، ۱، ۱ — ۱۵
 ۴، ۴، ۱، ۱ — ۱۶
 ۱، ۱، ۲، ۱ — ۱۷
 ۲، ۱، ۲، ۱ — ۱۸
 ۳، ۱، ۲، ۱ — ۱۹
 ۴، ۱، ۲، ۱ — ۲۰
 ۱، ۲، ۲، ۱ — ۲۱
 ۲، ۲، ۲، ۱ — ۲۲
 ۳، ۲، ۲، ۱ — ۲۳
 ۴، ۲، ۲، ۱ — ۲۴
 ۱، ۳، ۲، ۱ — ۲۵
 ۲، ۳، ۲، ۱ — ۲۶
 ۳، ۳، ۲، ۱ — ۲۷
 ۴، ۳، ۲، ۱ — ۲۸
 ۱، ۴، ۲، ۱ — ۲۹
 ۲، ۴، ۲، ۱ — ۳۰
 ۳، ۴، ۲، ۱ — ۳۱
 ۴، ۴، ۲، ۱ — ۳۲
 ۱، ۱، ۳، ۱ — ۳۳
 ۲، ۱، ۳، ۱ — ۳۴
 ۳، ۱، ۳، ۱ — ۳۵

ᠰ, ᠠ, ᠰ, ᠠ — ᠳ᠖

ᠠ, ᠲ, ᠰ, ᠠ — ᠳᠷ

ᠲ, ᠲ, ᠰ, ᠠ — ᠳᠸ

ᠰ, ᠲ, ᠰ, ᠠ — ᠳᠹ

ᠰ, ᠲ, ᠰ, ᠠ — ᠰᠰ

ᠠ, ᠰ, ᠰ, ᠠ — ᠰᠠ

ᠲ, ᠰ, ᠰ, ᠠ — ᠰᠲ

ᠰ, ᠰ, ᠰ, ᠠ — ᠰᠳ

ᠰ, ᠰ, ᠰ, ᠠ — ᠰᠴ

ᠠ, ᠰ, ᠰ, ᠠ — ᠰᠵ

ᠲ, ᠰ, ᠰ, ᠠ — ᠰᠶ

ᠰ, ᠰ, ᠰ, ᠠ — ᠰᠷ

ᠰ, ᠰ, ᠰ, ᠠ — ᠰᠸ

ᠠ, ᠠ, ᠰ, ᠠ — ᠰᠹ

ᠲ, ᠠ, ᠰ, ᠠ — ᠵᠰ

ᠰ, ᠠ, ᠰ, ᠠ — ᠵᠠ

ᠰ, ᠠ, ᠰ, ᠠ — ᠵᠲ

ᠠ, ᠲ, ᠰ, ᠠ — ᠵᠳ

ᠲ, ᠲ, ᠰ, ᠠ — ᠵᠴ

ᠰ, ᠲ, ᠰ, ᠠ — ᠵᠵ

ᠰ, ᠲ, ᠰ, ᠠ — ᠶᠰ

ᠠ, ᠰ, ᠰ, ᠠ — ᠶᠠ

ᠲ, ᠰ, ᠰ, ᠠ — ᠶᠲ

ᠰ, ᠰ, ᠰ, ᠠ — ᠶᠳ

ᠰ, ᠰ, ᠰ, ᠠ — ᠶᠴ

ᠠ, ᠰ, ᠰ, ᠠ — ᠶᠵ

ᠲ, ᠰ, ᠰ, ᠠ — ᠶᠶ

ᠰ, ᠰ, ᠰ, ᠠ — ᠶᠷ

ᠰ, ᠰ, ᠰ, ᠠ — ᠶᠸ

ᠠ, ᠠ, ᠠ, ᠲ — ᠶᠵᠰ

2, 1, 1, 2 — 66
 3, 1, 1, 2 — 67
 4, 1, 1, 2 — 68
 1, 2, 1, 2 — 69
 2, 2, 1, 2 — 70
 3, 2, 1, 2 — 71
 4, 2, 1, 2 — 72
 1, 3, 1, 2 — 73
 2, 3, 1, 2 — 74
 3, 3, 1, 2 — 75
 4, 3, 1, 2 — 76
 1, 4, 1, 2 — 77
 2, 4, 1, 2 — 78
 3, 4, 1, 2 — 79
 4, 4, 1, 2 — 80
 1, 1, 2, 2 — 81
 2, 1, 2, 2 — 82
 3, 1, 2, 2 — 83
 4, 1, 2, 2 — 84
 1, 2, 2, 2 — 85
 2, 2, 2, 2 — 86
 3, 2, 2, 2 — 87
 4, 2, 2, 2 — 88
 1, 3, 2, 2 — 89
 2, 3, 2, 2 — 90
 3, 3, 2, 2 — 91
 4, 3, 2, 2 — 92
 1, 4, 2, 2 — 93
 2, 4, 2, 2 — 94
 3, 4, 2, 2 — 95
 4, 4, 2, 2 — 96

၁, ၁, ၃, ၂ — ၉၇
 ၂, ၁, ၃, ၂ — ၉၈
 ၃, ၁, ၃, ၂ — ၉၉
 ၂, ၁, ၃, ၂ — ၁၀၀
 ၁, ၂, ၃, ၂ — ၁၀၁
 ၂, ၂, ၃, ၂ — ၁၀၂
 ၃, ၂, ၃, ၂ — ၁၀၃
 ၂, ၂, ၃, ၂ — ၁၀၄
 ၁, ၃, ၃, ၂ — ၁၀၅
 ၂, ၃, ၃, ၂ — ၁၀၆
 ၃, ၃, ၃, ၂ — ၁၀၇
 ၂, ၃, ၃, ၂ — ၁၀၈
 ၁, ၂, ၃, ၂ — ၁၀၉
 ၂, ၂, ၃, ၂ — ၁၁၀
 ၃, ၂, ၃, ၂ — ၁၁၁
 ၂, ၂, ၃, ၂ — ၁၁၂
 ၁, ၁, ၂, ၂ — ၁၁၃
 ၂, ၁, ၂, ၂ — ၁၁၄
 ၃, ၁, ၂, ၂ — ၁၁၅
 ၂, ၁, ၂, ၂ — ၁၁၆
 ၁, ၂, ၂, ၂ — ၁၁၇
 ၂, ၂, ၂, ၂ — ၁၁၈
 ၃, ၂, ၂, ၂ — ၁၁၉
 ၂, ၂, ၂, ၂ — ၁၂၀
 ၁, ၃, ၂, ၂ — ၁၂၁
 ၂, ၃, ၂, ၂ — ၁၂၂
 ၃, ၃, ၂, ၂ — ၁၂၃
 ၂, ၃, ၂, ၂ — ၁၂၄
 ၁, ၂, ၂, ၂ — ၁၂၅
 ၂, ၂, ၂, ၂ — ၁၂၆
 ၃, ၂, ၂, ၂ — ၁၂၇

ᄃ, ᄃ, ᄃ, 2 — 128

1, 1, 1, 3 — 129

2, 1, 1, 3 — 130

3, 1, 1, 3 — 131

ᄃ, 1, 1, 3 — 132

1, 2, 1, 3 — 133

2, 2, 1, 3 — 134

3, 2, 1, 3 — 135

ᄃ, 2, 1, 3 — 136

1, 3, 1, 3 — 137

2, 3, 1, 3 — 138

3, 3, 1, 3 — 139

ᄃ, 3, 1, 3 — 140

1, ᄃ, 1, 3 — 141

2, ᄃ, 1, 3 — 142

3, ᄃ, 1, 3 — 143

ᄃ, ᄃ, 1, 3 — 144

1, 1, 2, 3 — 145

2, 1, 2, 3 — 146

3, 1, 2, 3 — 147

ᄃ, 1, 2, 3 — 148

1, 2, 2, 3 — 149

2, 2, 2, 3 — 150

3, 2, 2, 3 — 151

ᄃ, 2, 2, 3 — 152

1, 3, 2, 3 — 153

2, 3, 2, 3 — 154

3, 3, 2, 3 — 155

ᄃ, 3, 2, 3 — 156

1, ᄃ, 2, 3 — 157

۲، ۴، ۲، ۳ — ۱۵۸
 ۳، ۴، ۲، ۳ — ۱۵۹
 ۴، ۴، ۲، ۳ — ۱۶۰
 ۱، ۱، ۳، ۳ — ۱۶۱
 ۲، ۱، ۳، ۳ — ۱۶۲
 ۳، ۱، ۳، ۳ — ۱۶۳
 ۴، ۱، ۳، ۳، ۱۶۴
 ۱، ۲، ۳، ۳ — ۱۶۵
 ۲، ۲، ۳، ۳ — ۱۶۶
 ۳، ۲، ۳، ۳ — ۱۶۷
 ۴، ۲، ۳، ۳ — ۱۶۸
 ۱، ۳، ۳، ۳ — ۱۶۹
 ۲، ۳، ۳، ۳ — ۱۷۰
 ۳، ۳، ۳، ۳ — ۱۷۱
 ۴، ۳، ۳، ۳ — ۱۷۲
 ۱، ۴، ۳، ۳ — ۱۷۳
 ۲، ۴، ۳، ۳ — ۱۷۴
 ۳، ۴، ۳، ۳ — ۱۷۵
 ۴، ۴، ۳، ۳ — ۱۷۶
 ۱، ۱، ۴، ۳ — ۱۷۷
 ۲، ۱، ۴، ۳ — ۱۷۸
 ۳، ۱، ۴، ۳ — ۱۷۹
 ۴، ۱، ۴، ۳ — ۱۸۰
 ۱، ۲، ۴، ۳ — ۱۸۱
 ۲، ۲، ۴، ۳ — ۱۸۲
 ۳، ۲، ۴، ۳ — ۱۸۳
 ۴، ۲، ۴، ۳ — ۱۸۴
 ۱، ۳، ۴، ۳ — ۱۸۵
 ۲، ۳، ۴، ۳ — ۱۸۶
 ۳، ۳، ۴، ۳ — ۱۸۷
 ۴، ۳، ۴، ۳ — ۱۸۸

၁, ၂, ၂, ၂ - ၁၈၇

၂, ၂, ၂, ၂ - ၁၉၀

၃, ၂, ၂, ၂ - ၁၉၁

၂, ၂, ၂, ၂ - ၁၉၂

၁, ၁, ၁, ၂ - ၁၉၃

၂, ၁, ၁, ၂ - ၁၉၄

၃, ၁, ၁, ၂ - ၁၉၀

၂, ၁, ၁, ၂ - ၁၉၆

၁, ၂, ၁, ၂ - ၁၉၇

၂, ၂, ၁, ၂ - ၁၉၈

၃, ၂, ၁, ၂ - ၁၉၉

၂, ၂, ၁, ၂ - ၂၀၀

၁, ၃, ၁, ၂ - ၂၀၁

၂, ၃, ၁, ၂ - ၂၀၂

၃, ၃, ၁, ၂ - ၂၀၃

၂, ၃, ၁, ၂ - ၂၀၄

၁, ၂, ၁, ၂ - ၂၀၅

၂, ၂, ၁, ၂ - ၂၀၆

၃, ၂, ၁, ၂ - ၂၀၇

၂, ၂, ၁, ၂ - ၂၀၈

၁, ၁, ၂, ၂ - ၂၀၉

၂, ၁, ၂, ၂ - ၂၁၀

၃, ၁, ၂, ၂ - ၂၁၁

၂, ၁, ၂, ၂ - ၂၁၂

၁, ၂, ၂, ၂ - ၂၁၃

၂, ၂, ၂, ၂ - ၂၁၄

၃, ၂, ၂, ၂ - ၂၁၅

၂, ၂, ၂, ၂ - ၂၁၆

၁, ၃, ၂, ၂ - ၂၁၇

၂, ၃, ၂, ၂ - ၂၁၈

3, 3, 2, 2 — 219
 2, 3, 2, 2 — 220
 1, 2, 2, 2 — 221
 2, 2, 2, 2 — 222
 3, 2, 2, 2 — 223
 2, 2, 2, 2 — 224
 1, 1, 3, 2 — 225
 2, 1, 3, 2 — 226
 3, 1, 3, 2 — 227
 2, 1, 3, 2 — 228
 1, 2, 3, 2 — 229
 2, 2, 3, 2 — 230
 3, 2, 3, 2 — 231
 2, 2, 3, 2 — 232
 1, 3, 3, 2 — 233
 2, 3, 3, 2 — 234
 3, 3, 3, 2 — 235
 2, 3, 3, 2 — 236
 1, 2, 3, 2 — 237
 2, 2, 3, 2 — 238
 3, 2, 3, 2 — 239
 2, 2, 3, 2 — 240
 1, 1, 2, 2 — 241
 2, 1, 2, 2 — 242
 3, 1, 2, 2 — 243
 2, 1, 2, 2 — 244
 1, 2, 2, 2 — 245
 2, 2, 2, 2 — 246
 3, 2, 2, 2 — 247
 2, 2, 2, 2 — 248
 1, 3, 2, 2 — 249

$$\begin{aligned}
& ٢٥٠ - ٢, ٣, ٤, ٤ \\
& ٢٥١ - ٣, ٣, ٤, ٤ \\
& ٢٥٢ - ٤, ٣, ٤, ٤ \\
& ٢٥٣ - ١, ٤, ٤, ٤ \\
& ٢٥٤ - ٢, ٤, ٤, ٤ \\
& ٢٥٥ - ٣, ٤, ٤, ٤ \\
& ٢٥٦ - ٤, ٤, ٤, ٤
\end{aligned}$$

والآن ما هي أرقام الصور الممكنة لبيانات الطلاب التالية :

$$\begin{aligned}
& ١ - ٤, ٣, ٣, ١ \\
& ٢ - ٢, ٤, ٤, ٣ \\
& ٣ - ٣, ٣, ٣, ٣
\end{aligned}$$

ج ١ :

$$\begin{aligned}
& \overset{٣-٤}{+ (١ - ٣) \times (٤)} + \overset{٢-٤}{(١ - ٣) \times (٤)} + \overset{١-٤}{(١ - ١) \times (٤)} \\
& ٤
\end{aligned}$$

$$٤٤ = ٤ + ٨ + ٣٢ + ٠ \times ٦٤$$

ج ٢ :

$$\begin{aligned}
& \overset{٣-٤}{+ (١ - ٤) \times (٤)} + \overset{٢-٤}{(١ - ٤) \times (٤)} + \overset{١-٤}{(١ - ٢) \times (٤)} \\
& ٣
\end{aligned}$$

$$١٢٧ = ٣ + ١٢ + ٤٨ + ٦٤$$

ج ٣ :

$$\text{٣} + \left(\text{١} - \text{٣} \right) \times \left(\text{٤} \right) + \left(\text{١} - \text{٣} \right) \times \left(\text{٤} \right) + \left(\text{١} - \text{٣} \right) \times \left(\text{٤} \right)$$

$$١٧١ = \text{٣} + \text{٨} + \text{٣٢} + \text{١٢٨}$$

القسم الثاني

طريقة الغرابي الثانية في التكافؤ بين مجموعات البحث

ذكرنا في التمهيد لهذه الإضاءة أننا قد كشفنا عن طريقة لتحقيق التكافؤ بين مجموعات البحث، أسميناها " طريقة الغرابي في التكافؤ بين مجموعات البحث "، وقد تبين لنا بعد ذلك أن هذه الطريقة فعالة فقط - حينما يكون : أولا : عدد الأفراد في المجموعات كبيرا، وثانيا : عدد المتغيرات موضع التكافؤ قليلا، وثالثا : عدد الحالات التي تظهر فيها المتغيرات قليلا. وهي أقل فاعلية حينما يكون : أولا : عدد الأفراد في المجموعات قليلا، وثانيا : عدد المتغيرات موضع التكافؤ كبيرا، وثالثا : عدد الحالات التي تظهر فيها المتغيرات كبيرا.

وفي ضوء هذه النتائج صار ضروريا إجراء التعديلات اللازمة في الطريقة الأولى لكي تكون فاعلة في كل الحالات، وقد حققنا ذلك بالفعل، وسنبينه بشكل مفصل فيما سيأتي.

ومن جهة أخرى : كنا قد ذكرنا في الطريقة السابقة، وفي أكثر من موضع أن هذه الطريقة تواجه صعوبة تكمن في أن بعض المتغيرات صلبة ولا يمكن أن تظهر إلا في حالتين، كمتغير (الجنس) فهذا المتغير لا يمكن أن يتجلى إلا في حالتين الذكورة والأنوثة، وبالتالي لا يمكن للباحث أن يصوغه في أكثر من هاتين الحالتين. بينما نجد أن بعض المتغيرات مرنة وقابلة لأن تصاغ بحسب ما يريده الباحث الذي يقوم بالتكافؤ، فمتغير التحصيل الدراسي يمكن أن يقسمه الباحث إلى المستويات أو الحالات الآتية (أمة - ابتدائية - متوسطة - إعدادية - معهد - بكالوريوس - ماجستير - دكتوراه) ولكننا نعلم أن هذه التقسيم قابل للتغيير كأن يضاف إليه مثلا (بروفيسور) أو أن يكون التعامل مع ما بعد البكالوريوس في مستوى واحد، فالمتغير هنا مرن يمكن للباحث أن يتحكم بصياغة الحالات التي يمكن أن يظهر بها بما يتناسب مع متطلبات البحث الذي يقوم به.

وقد ذكرنا هناك أن هذه الصعوبة تحول دون تطبيق طريقة الغرابي بنجاح، لأنّ هذه الطريقة تتجح فقط حينما تكون المتغيرات متساوية من حيث عدد الحالات التي يظهر بها كل متغير.

ولغرض التغلب على هذه الصعوبة اقترحنا حلاً يتمثل في أن نشاكل بين المتغيرات من حيث عدد الحالات من طريق افتراض حالات وهمية للمتغيرات الصلبة لتصبح عدد حالاتها متساوية مع عدد حالات المتغيرات الأخرى؛ لتسهيل عملية إجراء التكافؤ، مع الأخذ بنظر الاعتبار أن هذه الافتراضات يمكن استبعادها بعد ذلك وليس لها أي تأثير على عملية التكافؤ.

ولكننا وبالرغم من أننا قد أشرنا - في محله - إلى هذه الصعوبة التي تواجه طريقة الغرابي، واقترحنا حلاً للتغلب عليها، كان لدينا حدس قوي بأنّ هذه الصعوبة غير موجودة أصلاً، وأن تصورنا لوجودها لم يكن دقيقاً، ولذلك نبهنا هناك إلى أننا سوف نثبت في الطبعة اللاحقة - لأننا لم نكن مهئين لذلك في حينها - أن بالإمكان الاستغناء عن المشكلة الافتراضية بإجراء بعض التوضيحات على الطريقة، وخاصة في الترتيب النموذجي للصور الممكنة، وفي معنى الترميزات.

وعلى ضوء ما تقدم بودي أن أبين هنا أن هذه الصعوبة لا وجود لها، ولكن لكي تكون الطريقة أكثر فاعلية فإننا نفضل ما يأتي :

أولاً : يفضل أن يحرص الباحث الذي يصوغ الحالات التي يمكن أن تظهر بها المتغيرات المرنة على صياغة تلك الحالات بأقل عدد ممكن - إذا لم يكن لذلك تأثير سلبي على نتائج البحث - إذ أن فرصة التكافؤ بين الأفراد تكون أكبر كلما كان عدد الحالات التي تظهر بها المتغيرات قليلاً.

ثانياً : لغرض الوضوح ولتناسق الترتيب النموذجي للصور الممكنة يفضل عند ترميز المتغيرات والحالات التي تظهر بها تلك المتغيرات أن نترج بالترميز بحيث نبدأ بترميز المتغيرات التي تظهر بأقل عدد

من الحالات وننتهي بالمتغيرات التي تكون عدد حالاتها التي تظهر بها أكثر من غيرها.

والآن سنوضح هذه الطريقة من خلال مثالين وعلى شكل خطوات :

مثال (١) : ذهب باحث إلى أحد المدارس لإجراء دراسة حول مدى فاعلية طريقة تدريس معينة في حفظ النصوص الأدبية والتذوق الأدبي والتفكير الإبداعي في مادة الأدب والنصوص لدى طلبة الصف الخامس الأدبي، وحينما وصل إلى المدرسة وبين لمديرها مهمته التي يحاول إنجازها، وطلب منه أن يقدم له التسهيلات اللازمة، بين له المدير أن بإمكانه أن يوفر له (١١٧) طالبا لكي يجري عليهم دراسته.

ولقد كان أحد أهم المتطلبات الأساسية لنجاح هذه الدراسة تقسيم الطلاب إلى مجموعتين متكافئتين (تجريبية وضابطة)، فما هي الطريقة التي يمكن للباحث اتباعها لتحقيق ذلك :

الجواب : يمكننا بيان الطريقة التي يمكن للباحث أن يتبعها لتحقيق التكافؤ بين المجموعتين من خلال الخطوات الآتية :

الخطوة الأولى : تحديد المتغيرات التي يفترض أن تتكافأ بها المجموعتان؛ لضمان الحصول على نتائج سليمة للدراسة.

والمتغيرات في مثالنا هذا هي :

- ١ - أعمار الطلاب.
- ٢ - الدرجات النهائية للطلاب في اللغة العربية للعام الدراسي السابق.
- ٣ - درجات الطلاب في الاختبار القبلي للتذوق الأدبي.
- ٤ - درجات الطلاب في الاختبار القبلي للتفكير الإبداعي.
- ٥ - درجات الطلاب في اختبار الذكاء.

الخطوة الثانية : تفريغ البيانات الخاصة بكل متغير في جدول، بحيث يخصص الحقل الأول منه للمتغير الأول (م ١) وتدرج فيه أعمار الطلاب بالأشهر، ويخصص الحقل الثاني للمتغير الثاني (م ٢) وتدرج فيه الدرجات النهائية للطلاب في اللغة العربية للعام السابق. ويخصص الحقل الثالث للمتغير الثالث (م ٣) وتدرج فيه درجات الطلاب في الاختبار القبلي للتذوق الأدبي. ويخصص الحقل الرابع للمتغير الرابع (م ٤) وتدرج فيه درجات الطلاب في الاختبار القبلي للتفكير الإبداعي. ويخصص الحقل الخامس للمتغير الخامس (م ٥) وتدرج فيه درجات الطلاب في اختبار الذكاء. والجدول التالي – جدول رقم (١) – يوضح كيفية تفريغ البيانات في الحقول الخاصة بها.

جدول (١)

ت	١م	٢م	٣م	٤م	٥م		
١	١٩٩	٦٩	١٨	٨	٨٠		
٢	٢٠٠	٧٥	١٠	٩	٦٢		
٣	١٩٥	٨٠	١٧	٧	٥٠		
٤	٢٠٤	٧٠	١٥	١٣	٣٥		
٥	٢٠١	٦٠	١٦	٩	٨٥		
٦	١٩٠	٥٣	١٢	٥	٥٨		
٧	١٩٠	٦٣	١١	٨	٧٠		
٨	١٨٨	٥٤	١١	١٠	٨٧		
٩	٢٠٤	٧٠	١٠	١٢	٦٦		
١٠	٢٠٣	٦٠	٩	٩	٦٥		
١١	١٨٧	٦٠	٨	١٢	٨٠		
١٢	١٨٤	٨٠	١٣	١١	٤٥		
١٣	١٨١	٨٥	١٤	٨	٧١		
١٤	١٩٥	٨١	١٧	٨	٧٣		
١٥	٢٠٥	٧٩	١٩	٧	٦٦		
١٦	٢٠٦	٧٠	٢٠	٩	٧٠		
١٧	١٩٩	٧٥	٨	٤	١٠٠		
١٨	٢٠٠	٩٠	٩	٩	٨٠		
١٩	٢٠٠	٨٣	١١	١٠	١٠٤		
٢٠	٢٠٢	٨١	١٣	١١	٧٩		
٢١	٢٠٦	٧٥	١٥	٩	١٤٠		
٢٢	٢٠٦	٥٠	١٦	٣	١٠٠		
٢٣	١٩٥	٦٥	١٨	٨	٩٩		
٢٤	١٨٠	٥٥	١٨	١٠	٦٠		
٢٥	١٨٣	٦٥	١٩	١٣	٥٥		
٢٦	١٨٤	٧٥	١١	١٠	٦٠		
٢٧	١٨٩	٨٠	١٠	٧	٩٠		

		1.1	8	1.	80	199		28
		71	8	9	7.	2..		29
		73	7	19	8.	19.		3.
		79	9	17	9.	187		31
		8.	8	18	70	188		32
		80	1.	13	01	187		33
		9.	18	11	70	19.		38
		82	7	11	81	190		30
		8.	7	1.	77	198		37
		8.	11	9	87	199		37
		7.	9	8	73	2..		38
		0.	11	12	81	2.2		39
		1..	12	17	91	190		8.
		00	7	10	72	19.		81
		7.	12	18	79	2.8		82
		7.	7	1.	81	2.1		83
		1.1	9	17	78	2..		88
		7.	9	9	73	189		80
		70	8	1.	8.	189		87
		1.3	0	1.	88	187		87
		81	1.	18	87	190		88
		8.	1.	18	71	197		89
		180	11	19	7.	199		0.
		7.	7	11	00	19.		01
		1.1	8	17	01	18.		02
		9.	1.	10	70	189		03
		0.	9	13	70	180		08
		73	18	11	80	187		00
		80	8	9	81	197		07
		99	7	8	77	197		07

		᠖᠐	ᠰ	ᠲ.	᠖᠑	ᠲ.᠐		᠐᠕
		᠐᠐	ᠰ	᠑᠑	᠕.	ᠲ.᠖		᠐᠑
		᠕ᠲ	᠑	᠑᠕	᠕.	ᠲ.ᠰ		᠖.
		᠑᠐.	᠑.	᠑.	᠕.	ᠲ.᠖		᠖᠑
		᠑.	᠐	᠑᠕	᠐ᠴ	ᠲ.᠑		᠖ᠲ
		᠖᠐	᠑ᠲ	᠑᠐	᠖ᠴ	᠑᠕᠑		᠖ᠴ
		᠐.	᠑	᠑᠖	᠕.	᠑᠕᠑		᠖ᠳ
		᠕᠑	᠐	᠑	᠖.	᠑᠕᠕		᠖᠐
		᠑᠐.	᠕	᠑ᠲ	᠖.	᠑᠑᠐		᠖᠖
		᠑᠑	᠑᠑	᠕	᠕᠐	᠑᠑᠕		᠖᠕
		᠑ᠴ.	᠕	᠑.	᠕᠑	᠑᠑᠑		᠖᠕
		᠕᠐	᠑ᠴ	ᠲ.	᠕᠑	᠑᠑.		᠖᠑
		᠑.ᠴ	᠑᠑	᠑᠑	᠕.	᠑᠕.		᠕.
		᠕.	᠑᠑	᠑᠑	᠑᠑	᠑᠕᠐		᠕᠑
		᠑᠑	᠑	᠑ᠳ	᠕᠑	᠑᠕᠑		᠕ᠲ
		᠕᠑	᠕	᠑ᠴ	᠐.	᠑᠑᠖		᠕ᠴ
		᠖.	᠕	᠑᠕	᠐᠐	᠑᠑᠖		᠕ᠳ
		᠕ᠴ	᠕	᠑.	᠖.	ᠲ.᠐		᠕᠐
		᠕᠑	᠐	᠑.	᠖᠑	᠑᠑᠑		᠕᠖
		᠐.	᠑.	᠑	᠕᠐	᠑᠑.		᠕᠕
		᠕᠐	᠑᠑	᠑᠕	᠖᠐	᠑᠕᠑		᠕᠕
		᠖.	᠑.	᠑᠑	᠕᠐	᠑᠕.		᠕᠑
		᠖᠖	᠐	᠑ᠴ	᠐ᠳ	ᠲ.᠐.		᠕.
		᠑.	᠕	᠑ᠴ	᠕.	᠑᠑᠐		᠕᠑
		᠖᠐	᠕	᠑᠖	᠕᠐	ᠲ.ᠰ		᠕ᠲ
		᠐.	᠑	᠑᠑	᠐.	ᠲ.᠑		᠕ᠴ
		᠕.	᠑᠑	᠑	᠖ᠲ	᠑᠑.		᠕ᠳ
		ᠴ᠐	᠕	᠕	᠖᠑	᠑᠑.		᠕᠐
		᠐.	᠕	᠑᠑	᠕.	᠑᠕᠕		᠕᠖
		᠖ᠴ	᠑.	᠑ᠳ	᠕᠐	ᠲ.ᠰ		᠕᠕

		۷۹	۷	۱۰	۶.	۲.۳		۸۸
		۱۰۰	۶	۱۷	۷۰	۱۸۱		۸۹
		۵۵	۱۰	۱۳	۶۵	۱۸۴		۹۰
		۶۵	۹	۱۴	۹۲	۱۹۵		۹۱
		۸۰	۸	۲۰	۸۵	۲۰۵		۹۲
		۴۵	۱۲	۱۰	۵۵	۲۰۶		۹۳
		۷۹	۹	۱۱	۶۱	۱۹۹		۹۴
		۸۹	۵	۸	۵۴	۲۰۰		۹۵
		۵۰	۱۰	۱۲	۷۰	۲۰۲		۹۶
		۳۵	۱۲	۹	۷۸	۲۰۰		۹۷
		۷۹	۱۰	۱۵	۶۷	۱۸۱		۹۸
		۶۳	۱۳	۱۶	۵۱	۲۰۶		۹۹
		۱۰۴	۷	۱۸	۷۵	۲۰۱		۱۰۰
		۶۴	۱۰	۱۰	۸۰	۱۸۰		۱۰۱
		۷۱	۸	۱۷	۸۱	۱۸۳		۱۰۲
		۱۰۲	۶	۱۵	۹۰	۱۹۵		۱۰۳
		۶۹	۷	۹	۵۳	۱۸۴		۱۰۴
		۶۰	۱۰	۱۰	۷۶	۱۸۹		۱۰۵
		۵۵	۴	۱۰	۸۳	۱۹۹		۱۰۶
		۸۰	۱۰	۱۸	۸۰	۲۰۰		۱۰۷
		۸۱	۹	۱۳	۷۱	۱۹۰		۱۰۸
		۱۴۰	۱۰	۱۳	۶۱	۱۸۸		۱۰۹
		۶۵	۷	۱۹	۵۷	۱۸۷		۱۱۰
		۱۰۳	۵	۱۶	۵۴	۱۸۶		۱۱۱
		۸۸	۱۱	۱۱	۸۱	۱۹۰		۱۱۲
		۵۵	۸	۱۴	۷۱	۱۹۹		۱۱۳
		۶۰	۱۵	۸	۸۸	۱۹۴		۱۱۴
		۸۲	۹	۱۱	۶۰	۲۰۲		۱۱۵
		۱۰۰	۸	۱۵	۶۲	۲۰۰		۱۱۶
		۶۰	۵	۱۴	۵۹	۱۸۷		۱۱۷

الخطوة الثالثة : ترميز البيانات، حيث نقوم بتقسيم بيانات كل متغير إلى مستويات، ونعطي لكل مستوى من المستويات رقما خاصا به ويمكن توضيح ذلك بالشكل الآتي :

١ - نقسم أعمار الطلاب - (م ١) - إلى مستويين بالشكل الآتي :

المستوى الأول : يشتمل على الطلاب البالغة أعمارهم (١٩٠) شهرا فما دون. ونرمز لهذا المستوى بالرقم (١).

المستوى الثاني : يشتمل على الطلاب البالغة أعمارهم (١٩١) شهرا فما فوق، ونرمز لهذا المستوى بالرقم (٢).

٢ - نقسم الدرجات النهائية للطلاب في اللغة العربية للعام السابق - (م ٢) - إلى ثلاث مستويات بالشكل الآتي :

المستوى الأول : يشتمل على الطلاب الحاصلين على (٨٠) درجة فما فوق. ونرمز لهذا المستوى بالرقم (١).

المستوى الثاني : يشتمل على الطلاب الذين تتراوح درجاتهم ما بين (٦٥) درجة و (٧٩) درجة ونرمز لهذا المستوى بالرقم (٢).

المستوى الثالث : يشتمل على الطلاب الحاصلين على (٦٤) درجة فما دون. ونرمز لهذا المستوى بالرقم (٣)، علما أن أقل درجة حصل عليها الطلاب هي (٥٠) درجة.

٣ - نقسم درجات الطلاب في الاختبار القبلي للتذوق الأدبي - (م ٣) - إلى ثلاث مستويات بالشكل الآتي :

المستوى الأول : يشتمل على الطلاب الحاصلين على (١٥) درجة فما فوق. ونرمز لهذا المستوى بالرقم (١).

المستوى الثاني : يشتمل على الطلاب الذين تتراوح درجاتهم ما بين (١٠) درجات و (١٤) درجة. ونرمز لهذا المستوى بالرقم (٢).

المستوى الثالث : يشتمل على الطلاب الحاصلين على (٩) درجات فما دون. ونرمز لهذا المستوى بالرقم (٣).

٤ - نقسم درجات الطلاب في الاختبار القبلي للتفكير الإبداعي - (٤ م) - إلى ثلاث مستويات بالشكل الآتي :

المستوى الأول : يشتمل على الطلاب الحاصلين على (١٠) درجات فما فوق. ونرمز لهذا المستوى بالرقم (١).

المستوى الثاني : يشتمل على الطلاب الذين تتراوح درجاتهم ما بين (٥) درجات و (٩) درجات. ونرمز لهذا المستوى بالرقم (٢).

المستوى الثالث : يشتمل على الطلاب الحاصلين على (٤) درجات فما دون. ونرمز لهذا المستوى بالرقم (٣).

٥ - نقسم درجات الطلاب في اختبار الذكاء - (٥ م) - إلى ثلاث مستويات بالشكل الآتي :

المستوى الأول : يشتمل على الطلاب الحاصلين على (١٠٠) درجة فما فوق. ونرمز لهذا المستوى بالرقم (١).

المستوى الثاني : يشتمل على الطلاب الذين تتراوح درجاتهم ما بين (٧٠) درجة و (٩٩) درجة. ونرمز لهذا المستوى بالرقم (٢).

المستوى الثالث : يشتمل على الطلاب الحاصلين على (٦٩) درجة فما دون. ونرمز لهذا المستوى بالرقم (٣).

والجدول التالي - الجدول رقم (٢) - يوضح عملية ترميز البيانات برمتها

جدول (٢)

رقم الفنة على وفق المعادلة	رقم الفنة على وفق مجموع الرموز	م ٥	م ٤	م ٣	م ٢	م ١	ت
١١٣	٩	٢	٢	١	٢	٢	١
١٢٣	١١	٣	٢	٢	٢	٢	٢
٨٧	٩	٣	٢	١	١	٢	٣
١١١	٩	٣	١	١	٢	٢	٤
١٤٠	١٠	٢	٢	١	٣	٢	٥
٦٩	١١	٣	٢	٢	٣	١	٦
٦٨	١٠	٢	٢	٢	٣	١	٧
٦٥	٩	٢	١	٢	٣	١	٨
١٢٠	١٠	٣	١	٢	٢	٢	٩
١٥٩	١٣	٣	٢	٣	٣	٢	١٠
٧٤	١٠	٢	١	٣	٣	١	١١
١٢	٨	٣	١	٢	١	١	١٢
١٤	٨	٢	٢	٢	١	١	١٣
٨٦	٨	٢	٢	١	١	٢	١٤
١١٤	١٠	٣	٢	١	٢	٢	١٥
١١٣	٩	٢	٢	١	٢	٢	١٦
١٣١	١١	١	٣	٣	٢	٢	١٧
١٠٤	١٠	٢	٢	٣	١	٢	١٨
٩١	٧	١	١	٢	١	٢	١٩
٩٢	٨	٢	١	٢	١	٢	٢٠
١١٢	٨	١	٢	١	٢	٢	٢١
١٤٢	١٠	١	٣	١	٣	٢	٢٢
١١٣	٩	٢	٢	١	٢	٢	٢٣
٥٧	٩	٣	١	١	٣	١	٢٤

۳۰	۸	۳	۱	۱	۲	۱	۲۵
۳۳	۹	۳	۱	۲	۲	۱	۲۶
۱۴	۸	۲	۲	۲	۱	۱	۲۷
۹۴	۸	۱	۲	۲	۱	۲	۲۸
۱۵۸	۱۲	۲	۲	۳	۳	۲	۲۹
۶	۸	۳	۲	۱	۱	۱	۳۰
۵	۷	۲	۲	۱	۱	۱	۳۱
۴۲	۱۰	۳	۲	۲	۲	۱	۳۲
۶۶	۱۰	۳	۱	۲	۳	۱	۳۳
۳۸	۸	۲	۱	۲	۲	۱	۳۴
۹۵	۹	۲	۲	۲	۱	۲	۳۵
۱۲۳	۱۱	۳	۲	۲	۲	۲	۳۶
۱۰۱	۹	۲	۱	۳	۱	۲	۳۷
۱۵۸	۱۲	۲	۲	۳	۳	۲	۳۸
۹۳	۹	۳	۱	۲	۱	۲	۳۹
۸۲	۶	۱	۱	۱	۱	۲	۴۰
۶۰	۱۰	۳	۲	۱	۳	۱	۴۱
۱۱۱	۹	۳	۱	۱	۲	۲	۴۲
۹۵	۹	۲	۲	۲	۱	۲	۴۳
۱۳۹	۹	۱	۲	۱	۳	۲	۴۴
۵۰	۱۰	۲	۲	۳	۲	۱	۴۵
۱۵	۹	۳	۲	۲	۱	۱	۴۶
۱۳	۷	۱	۲	۲	۱	۱	۴۷
۸۳	۷	۲	۱	۱	۱	۲	۴۸
۱۱۰	۸	۲	۱	۱	۲	۲	۴۹
۱۳۶	۸	۱	۱	۱	۳	۲	۵۰
۶۹	۱۱	۳	۲	۲	۳	۱	۵۱
۶۱	۹	۱	۳	۱	۳	۱	۵۲
۲۹	۷	۲	۱	۱	۲	۱	۵۳
۴۲	۱۰	۳	۲	۲	۲	۱	۵۴

12	8	3	1	2	1	1	00
1.4	1.	2	2	3	1	2	06
131	11	2	2	3	2	2	07
144	12	3	3	1	3	2	08
99	11	3	3	2	1	2	09
86	8	2	2	1	1	2	6.
118	8	1	1	2	2	2	61
14.	1.	2	2	1	3	2	62
07	9	3	1	1	3	1	63
33	9	3	2	1	2	1	64
77	11	2	2	3	3	1	60
148	1.	1	2	2	3	2	66
1.1	9	2	1	3	1	2	67
94	8	1	2	2	1	2	68
29	7	2	1	1	2	1	69
37	7	1	1	2	2	1	7.
11	7	2	1	2	1	1	71
14	8	2	2	2	1	1	72
149	11	2	2	2	3	2	73
141	11	3	2	1	3	2	74
149	11	2	2	2	3	2	70
122	1.	2	2	2	2	2	76
48	1.	3	1	3	2	1	77
29	7	2	1	1	2	1	78
3.	8	3	1	1	2	1	79
10.	12	3	2	2	3	2	8.
90	9	2	2	2	1	2	81
87	9	3	2	1	1	2	82
10.	12	3	2	2	3	2	83
74	1.	2	1	3	3	1	84

٧٨	١٢	٣	٢	٣	٣	١	٨٥
٤٢	١٠	٣	٢	٢	٢	١	٨٦
١٢٠	١٠	٣	١	٢	٢	٢	٨٧
١٤٠	١٠	٢	٢	١	٣	٢	٨٨
٣١	٧	١	٢	١	٢	١	٨٩
٣٩	٩	٣	١	٢	٢	١	٩٠
٩٦	١٠	٣	٢	٢	١	٢	٩١
٨٦	٨	٢	٢	١	١	٢	٩٢
١٤٧	١١	٣	١	٢	٣	٢	٩٣
١٤٩	١١	٢	٢	٢	٣	٢	٩٤
١٥٨	١٢	٢	٢	٣	٣	٢	٩٥
١٢٠	١٠	٣	١	٢	٢	٢	٩٦
١٢٩	١١	٣	١	٣	٢	٢	٩٧
٢٩	٧	٢	١	١	٢	١	٩٨
١٣٨	١٠	٣	١	١	٣	٢	٩٩
١١٢	٨	١	٢	١	٢	٢	١٠٠
١٢	٨	٣	١	٢	١	١	١٠١
٥	٧	٢	٢	١	١	١	١٠٢
٨٥	٧	١	٢	١	١	٢	١٠٣
٧٨	١٢	٣	٢	٣	٣	١	١٠٤
٣٩	٩	٣	١	٢	٢	١	١٠٥
٩٩	١١	٣	٣	٢	١	٢	١٠٦
٨٣	٧	٢	١	١	١	٢	١٠٧
٤١	٩	٢	٢	٢	٢	١	١٠٨
٦٤	٨	١	١	٢	٣	١	١٠٩
٦٠	١٠	٣	٢	١	٣	١	١١٠
٥٨	٨	١	٢	١	٣	١	١١١
١١	٧	٢	١	٢	١	١	١١٢
١٢٣	١١	٣	٢	٢	٢	٢	١١٣
١٠٢	١٠	٣	١	٣	١	٢	١١٤

١٤٩	١١	٢	٢	٢	٣	٢	١١٥
١٣٩	٩	١	٢	١	٣	٢	١١٦
٦٩	١١	٣	٢	٢	٣	١	١١٧

الخطوة الرابعة : استخراج رقم الفئة لكل طالب على وفق مجموع الرموز، وذلك بجمع الرموز التي يحصل عليها كل طالب، واستخراج مجموعها، والنظر إلى المجموع بوصفه يمثل رقم فئة الطالب على وفق مجموع الرموز. (انظر الجدول السابق)

الطالب الأول مثلا - في الجدول السابق - حينما نجمع ما حصل عليه من رموز (٢ + ٢ + ١ + ٢ + ٢) نجد أن مجموعها يساوي (٩) وهذا الرقم يمثل رقم فئة الطالب على وفق مجموع الرموز.

وما يعنيه رقم الفئة على وفق المجموع هو - بحسب طريقتنا - أن الطلاب الذين يحملون نفس رقم الفئة هم طلاب متكافئون. ونطلق على هذا النوع من التكافؤ تكافؤ التوازن.

وللتوضيح : لو نظرنا إلى بيانات الطالبين الثالث والرابع لوجدنا الآتي :

أ - إن رموز الطالب الثالث هي على التوالي (٢ ، ١ ، ١ ، ٢ ، ٣) و مجموعها يساوي (٩) أي أن رقم فئته على وفق مجموع الرموز هو الرقم (٩).

ب - إن رموز الطالب الرابع هي على التوالي (٢ ، ٢ ، ١ ، ١ ، ٣) و مجموعها يساوي (٩) أي أن رقم فئته على وفق مجموع الرموز يساوي (٩).

قد يبدو للوهلة الأولى أن هذين الطالبين غير متكافئين لوجود اختلاف بينهما في متغيرين، فبينما حصل الطالب الثالث على المستوى الأول من المتغير الثاني، والمستوى الثاني من المتغير الرابع، حصل الطالب الرابع على المستوى الثاني من المتغير الثاني، والمستوى الأول من المتغير الرابع.

ولكن التدقيق جيدا في هذه البيانات يؤكد وجود تكافؤ توازن بين هذين الطالبين، يدل عليه أنهما متكافئان في مجموع الرموز الدالة على المستويات رغم الاختلاف فيها، وهذا يعني أن هناك توازنا في الانخفاض والارتفاع بين الطالبين في المستويات، وهذا ما هو حاصل بالفعل، فالارتفاع في مستوى المتغير الثاني والانخفاض في مستوى المتغير الرابع عند الطالب الثالث قابله بنفس المقدار انخفاض في مستوى المتغير الثاني وارتفاع في مستوى المتغير الرابع عند الطالب الرابع.

تنبيه هام : يمكن للباحث الاكتفاء بالخطوات الأربعة السابقة وتقسيم الطلاب الى مجموعتين (تجريبية وضابطة) متكافئتين تكافؤ توازن، إذ من الواضح – بحسب الجدول السابق – أن بالامكان توزيع الطلاب بحسب أرقام الفئات إلى ثمانية فئات :

- ١ – الفئة رقم (٦) : يندرج تحتها طالب واحد.
- ٢ – الفئة رقم (٧) : يندرج تحتها (١٥) طالبا.
- ٣ – الفئة رقم (٨) : يندرج تحتها (٢٣) طالبا.
- ٤ – الفئة رقم (٩) : يندرج تحتها (٢٥) طالبا.
- ٥ – الفئة رقم (١٠) : يندرج تحتها (٢٦) طالبا.
- ٦ – الفئة رقم (١١) : يندرج تحتها (١٨) طالبا.
- ٧ – الفئة رقم (١٢) : يندرج تحتها (٨) طالب.
- ٨ – الفئة رقم (١٣) : يندرج تحتها طالبا واحدا.

ثم القيام بتقسيم طلاب كل فئة بالتساوي على المجموعتين الضابطة والتجريبية.

أما فيما يخص ما يتبقى من طلاب [(٥) طلاب، نتيجة عدم القدرة على تقسيمهم كما هو الحال مع الطلاب الذين ينتمون إلى فئات ليس فيها إلا طالب واحد - الفئة رقم (٦) والفئة رقم (١٣) - أو لكونهم زاندين بعد تقسيم زملائهم كما هو الحال مع الطلاب الذين ينتمون إلى الفئات التي يكون عدد طلابها فرديا - الفئة رقم (٧) والفئة رقم (٨) والفئة رقم (٩) -] فيمكن توزيعهم على المجموعتين بالتساوي بعد المحاولة في تحقيق أقصى قدر ممكن من التكافؤ بينهم عند توزيعهم.

أما إذا لم يكتف الباحث بتحقيق تكافؤ التوازن بين المجموعتين - رغم كفايته - ويسعى إلى تحقيق قدر أكبر من التكافؤ بين المجموعتين فعليه الاستمرار معنا في خطوات أخرى.

الخطوة الخامسة : استخراج رقم الفئة لكل طالب على وفق المعادلة الآتية :

$$\begin{array}{c} \text{ن-١} \qquad \qquad \text{ن-٢} \qquad \qquad \text{ن-٣} \\ (م) \times (١ - ١) + (م) \times (١ - ٢) + (م) \times (١ - ٣) \\ \dots + ر خ . \end{array}$$

(م) تعني : عدد الحالات التي يظهر بها كل متغير. (أما إذا اختلفت المتغيرات في عدد الحالات التي تظهر بها، فيؤخذ بالعدد الأعلى).

- (ن) تعني عدد المتغيرات.
- (١) تعني رقم الرمز الأول من بيانات الفرد.
- (٢) تعني رقم الرمز الثاني من بيانات الفرد.
- (٣) تعني رقم الرمز الثالث من بيانات الفرد.
- (ر خ) تعني رقم الرمز الأخير من بيانات الفرد.

وبتطبيق المعادلة نحصل على رقم الفئة التي ينتمي إليها الفرد.
(انظر الجدول رقم ٢)

مثال : ما رقم الفئة التي ينتمي إليها الطالب الأول - بحسب
الجدول السابق - والذي حصل على الرموز (٢ ، ٢ ، ١ ، ٢ ، ٢) ؟

(م) = ٣ إذ أن أعلى عدد للحالات التي تظهر فيها المتغيرات هو
(٣)
٥ = (ن)
٢ = (ر ١)
٢ = (ر ٢)
١ = (ر ٣)
٢ = (ر ٤)
٢ = (ر خ)

تطبيق المعادلة :

$$+ (١ - ١) \times (٣) + (١ - ٢) \times (٣) + (١ - ٢) \times (٣)$$

$$٢ + (١ - ٢) \times (٣)$$

$$٢ + ١ \times ٣ + ٠ \times ٩ + ١ \times ٢٧ + ١ \times ٨١ =$$

$$١١٣ = ٢ + ٣ + ٢٧ + ٨١ =$$

وما يعنيه رقم الفئة على وفق المعادلة هو - بحسب طريقتنا -
أن الطلاب الذين يحملون نفس رقم الفئة هم طلاب متكافئون. ونطلق
على هذا النوع من التكافؤ تكافؤ التماثل.

وللتوضيح : لو نظرنا إلى بيانات الطالبين الأول والسادس عشر
لوجدنا الآتي :

أ – إن رموز الطالب الأول هي على التوالي (٢ ، ٢ ، ١ ، ٢ ، ٢)
ورقم فئته على وفق المعادلة هو (١١٣) ،

ب – إن رموز الطالب السادس عشر هي على التوالي (٢ ، ٢ ، ١ ، ٢ ، ٢)
ورقم فئته على وفق المعادلة يساوي (١١٣) .

والتدقيق جيدا في هذه البيانات يؤكد وجود تكافؤ تماثل بين هذين
الطالبين، يدل عليه أنهما متكافئان في رقم الفئة على وفق المعادلة
وهذا لا يكون إلا إذا كانت رموز كل منهما متماثلة تماما، وهذا ما هو
حاصل بالفعل في المثال السابق.

تنبيه هام : كل تكافؤ تماثل هو تكافؤ توازن وليس كل تكافؤ توازن
هو تكافؤ تماثل.

تنبيه هام : تكافؤ التماثل أكثر جودة من تكافؤ التوازن.

إيضاح هام : ما نريد تحقيقه في هذه الخطوة هو تحقيق أكبر قدر
ممكن من تكافؤ التماثل بين المجموعتين المتكافئتين تكافؤ توازن.
فنحن بعد تحقيق تكافؤ التوازن بين المجموعتين تكون أمام خيارين :

الأول : أن نوزع الأفراد المتكافئين تكافؤ توازن دون أن تكون
لدينا أدنى فكرة عن المتماثلين فيما بينهم، وبذلك قد نجعل المتماثلين
كلهم أو أكثرهم في إحدى المجموعتين دون الأخرى، فاحتمال توزيع
المتماثلين على المجموعتين بالتساوي ونحن لا نملك أي فكرة عنهم
هو احتمال ضعيف جدا.

الثاني : أن نوزع الأفراد المتكافئين تكافؤ توازن ونحن نملك فكرة عن التماثلين فيما بينهم، وبذلك نوزع التماثلين بالتساوي بين المجموعتين، ونكون قد حققنا أكبر قدر ممكن من تكافؤ التماثل بين المجموعتين المتكافئتين تكافؤ توازن.

الخطوة السادسة : تقسيم الطلاب إلى مجموعتين متكافئتين تكافؤ توازن مع أكبر قدر ممكن من تكافؤ التماثل. وذلك بالشكل الآتي :

أ – توزيع الطلاب على مجموعات بحسب أرقام الفئات على وفق مجموع الرموز، وبذلك نحصل – بحسب مثالنا – على الفئات التالية (وكل فئة تشتمل على طلاب متكافئين فيما بينهم تكافؤ توازن) :

- ١ – الفئة رقم (٦) : يندرج تحتها طالبا واحدا.
- ٢ – الفئة رقم (٧) : يندرج تحتها (١٥) طالبا.
- ٣ – الفئة رقم (٨) : يندرج تحتها (٢٣) طالبا.
- ٤ – الفئة رقم (٩) : يندرج تحتها (٢٥) طالبا.
- ٥ – الفئة رقم (١٠) : يندرج تحتها (٢٦) طالبا.
- ٦ – الفئة رقم (١١) : يندرج تحتها (١٨) طالبا.
- ٧ – الفئة رقم (١٢) : يندرج تحتها (٨) طلاب .
- ٨ – الفئة رقم (١٣) : يندرج تحتها طالبا واحدا.

ب – يفترض البدء – حسب التسلسل من أرقام الفئات الأدنى صعودا إلى أرقام الفئات الأعلى – بتوزيع طلاب الفئة رقم (٦) على المجموعتين التجريبية والضابطة، ولكن بما أن هذه الفئة لا تشتمل إلا على طالب واحد فإننا نؤجل التعامل معها إلى ما بعد الفراغ من توزيع طلاب الفئات الأخرى.

ج – ننتقل إلى الفئة رقم (٧) وما بعدها ونقوم بالآتي :

١ - توزيع الطلاب المتكافئين تكافؤ تماثل داخل كل فئة من هذه الفئات على المجموعتين بالتساوي. (انظر الجدول " ٣ " حيث يشير اللون الخاكي الداكن إلى الطلاب المتكافئين تكافؤ تماثل في كل فئة).

٢ - وبعد الفراغ من توزيع الطلاب المتمثلين من كل فئة نستصحب الزائدين منهم بعد التقسيم مع المتبقين من الطلاب داخل كل فئة (وهم متكافئون تكافؤ توازن فقط كما أشرنا إلى ذلك سابقا) ونوزعهم على المجموعتين بالتساوي. (انظر الجدول " ٣ " حيث يشير اللون الرصاصي إلى الطلاب المتكافئين تكافؤ توازن في كل فئة).

٣ - أما الطلاب المتبقين، أي طلاب الفئات التي لا تشتمل إلا طالب واحد، والطلاب الزائدون بعد تقسيم طلاب الفئات ذات الأعداد الفردية، فيوزعون بالتساوي على المجموعتين. (انظر الجدول " ٣ " حيث يشير عدم التلوين إلى هؤلاء الطلاب، وهم خمسة طلاب اثنان منهم من الفئتين اللتين لا تشتمل كلاهما إلا على طالب واحد وثلاثة منهم من الطلاب المتبقين بعد تقسيم طلاب الفئات ذات الأعداد الفردية).

الجدول (٣)
توزيع الطلاب على المجموعتين الضابطة والتجريبية

المجموعة الضابطة				المجموعة التجريبية			
رقم فئته على وفق المعادلة	الطالب	رقم الفئة		رقم فئته على وفق المعادلة	الطالب	رقم الفئة	ت
٥	ط١٠٢	٧	١	٥	ط٣١	٧	١
٨٣	ط١٠٧	٧	٢	٨٣	ط٤٨	٧	٢
٢٩	ط٦٩	٧	٣	٢٩	ط٥٣	٧	٣
٢٩	ط٩٨	٧	٤	٢٩	ط٧٨	٧	٤
١١	ط١١٢	٧	٥	١١	ط٧١	٧	٥
١٣	ط٤٧	٧	٦	٩١	ط١٩	٧	٦
٣١	ط٨٩	٧	٧	٣٧	ط٧٠	٧	٧
١٢	ط١٢	٨	٨	٨٥	ط١٠٣	٧	٨
١٢	ط١٠١	٨	٩	١٢	ط٥٥	٨	٩
١٤	ط٢٧	٨	١٠	١٤	ط١٣	٨	١٠
٨٦	ط١٤	٨	١١	١٤	ط٧٢	٨	١١
٨٦	ط٩٢	٨	١٢	٨٦	ط٦٠	٨	١٢
١١٢	ط١٠٠	٨	١٣	١١٢	ط٢١	٨	١٣
٣٠	ط٧٩	٨	١٤	٣٠	ط٢٥	٨	١٤
٩٤	ط٦٨	٨	١٥	٩٤	ط٢٨	٨	١٥
٦	ط٣٠	٨	١٦	٩٢	ط٢٠	٨	١٦
١١٠	ط٤٩	٨	١٧	٣٨	ط٣٤	٨	١٧
١١٨	ط٦١	٨	١٨	٣٦	ط٥٠	٨	١٨
٥٨	ط١١١	٨	١٩	٦٤	ط١٠٩	٨	١٩
١١٣	ط١٦	٩	٢٠	١١٣	ط١	٩	٢٠

87	21	9	21	112	221	9	21
111	21	9	22	87	821	9	22
07	221	9	23	111	221	9	23
22	221	9	24	07	221	9	24
90	201	9	20	22	221	9	20
90	811	9	27	90	221	9	27
101	221	9	27	101	221	9	27
129	1121	9	28	129	221	9	28
29	1001	9	29	29	901	9	29
92	291	9	20	70	81	9	20
71	021	9	21	10	221	9	21
120	72	10	22	21	108	9	22
120	9	10	22	120	01	10	22
120	97	10	22	120	881	10	22
72	82	10	20	120	871	10	20
102	07	10	27	72	111	10	27
22	02	10	27	102	181	10	27
70	21	10	28	22	221	10	28
78	7	10	29	22	871	10	29
122	22	10	20	70	1101	10	20
00	20	10	21	112	101	10	21
122	77	10	22	77	221	10	22
97	91	10	23	128	771	10	23
102	112	10	22	28	771	10	22
122	27	11	20	128	99	10	20
79	7	11	27	122	21	11	27
79	117	11	27	122	1121	11	27
121	07	11	28	79	01	11	28
99	107	11	29	121	17	11	29
129	70	11	00	99	09	11	00

١٤٩	١١٥	١١	٥١	١٤٩	٧٣	١١	٥١
١٤١	٧٤	١١	٥٢	١٤٩	٩٤	١١	٥٢
١٢٩	٩٧	١١	٥٣	٧٧	٦٥	١١	٥٣
١٥٨	٣٨	١٢	٥٤	١٤٧	٩٣	١١	٥٤
١٥٠	٨٠	١٢	٥٥	١٥٨	٢٩	١٢	٥٥
٧٨	٨٥	١٢	٥٦	١٥٨	٩٥	١٢	٥٦
١٤٤	٥٨	١٢	٥٧	١٥٠	٨٣	١٢	٥٧
١٥٩	١٠١	<u>١٣</u>	٥٨	٧٨	١٠٤	١٢	٥٨
			٥٩	٨٢	٤٠٢	<u>٦</u>	٥٩
			٦٠				٦٠

مثال آخر : ذهب باحث إلى إحدى المدارس لإجراء دراسة حول مدى فاعلية طريقة تدريس معينة في الإلقاء والميل لقراءة النصوص الأدبية، وحينما وصل إلى المدرسة وبين لمديرها مهمته التي يحاول إنجازها، وطلب منه أن يقدم له التسهيلات اللازمة، بين له المدير أن بإمكانه أن يوفر له (٨٠) طالبا لكي يجري عليهم دراسته.

ولقد كان أحد أهم المتطلبات الأساسية لنجاح هذه الدراسة تقسيم الطلاب إلى مجموعتين متكافئتين (تجريبية وضابطة)، فما هي الطريقة التي يمكن للباحث اتباعها لتحقيق ذلك :

الجواب : يمكننا بيان الطريقة التي يمكن للباحث أن يتبعها لتحقيق التكافؤ بين المجموعتين من خلال الخطوات الآتية :

الخطوة الأولى : تحديد المتغيرات التي يفترض أن تتكافأ بها المجموعتان؛ لضمان الحصول على نتائج سليمة للدراسة.

والمتغيرات في مثالنا هذا هي :

- ١ - أعمار الطلاب.
- ٢ - درجات الطلاب في الاختبار القبلي للالقاء.
- ٣- درجات الطلاب في الاختبار القبلي للميل.

الخطوة الثانية : تفريغ البيانات الخاصة بكل متغير في جدول، بحيث يخصص الحقل الأول منه للمتغير الأول (م ١) وتدرج فيه أعمار الطلاب بالأشهر، ويخصص الحقل الثاني للمتغير الثاني (م ٢) وتدرج فيه درجات الطلاب في الاختبار القبلي للالقاء. ويخصص الحقل الثالث للمتغير الثالث (م ٣) وتدرج فيه درجات الطلاب في الاختبار القبلي للميل. والجدول التالي - جدول رقم (٤) - يوضح كيفية تفريغ البيانات في الحقول الخاصة بها

جدول (٤)

ت	١م	٢م	٣م
١	١٨٤	٢٤	٦٢
٢	١٧٦	٢٠	٧٤
٣	١٩٦	١٧	٧٨
٤	١٩١	٢٥	٦٢
٥	١٩٣	١٩	٥٤
٦	١٨٨	١٦	٦٠
٧	١٧٦	٢٠	٥٦
٨	١٨٨	٢١	٦٢
٩	١٨٣	٢٥	٥٤
١٠	١٧٦	٢٤	٥٦
١١	١٩٣	١٤	٦٠
١٢	١٨٩	١٧	٦٥
١٣	١٨٧	٢١	٦٥
١٤	١٨٨	٢٢	٧٥
١٥	١٧٦	٢٧	٦٣
١٦	١٨٩	٢٠	٥٨
١٧	١٨٣	٢٤	٦٣
١٨	١٩٦	١٤	٥٣
١٩	١٨٢	٢٢	٥١
٢٠	١٧٦	٢٨	٥٨
٢١	١٩٣	١٩	٤٨
٢٢	١٨٨	٢٠	٦١
٢٣	٢٠٥	٢٢	٦٥
٢٤	١٩١	٢٣	٧٠
٢٥	١٨٨	١٨	٦٣

08	17	183	27
73	19	193	27
48	20	188	28
71	23	191	29
74	13	183	30
70	30	187	31
70	20	190	32
74	18	180	33
84	19	191	34
71	18	187	30
70	29	189	37
73	28	183	37
08	20	187	38
03	27	182	39
01	19	188	40
70	20	191	41
73	23	187	42
08	19	187	43
83	20	183	44
70	17	191	40
74	22	180	47
70	24	181	47
71	19	200	48
48	20	183	49
07	17	179	00
04	20	180	01
72	18	189	02
74	20	179	03
48	30	183	04
78	30	190	00

᠖᠐	᠑ᠰ	᠑᠕ᠴ	᠐᠖
᠐ᠰ	᠑᠕	᠑᠑ᠴ	᠐᠕
᠖ᠲ	ᠲ᠑	᠑᠕᠑	᠐᠕
᠖ᠲ	ᠲ᠕	᠑᠕᠕	᠐᠑
᠐᠖	ᠲ᠐	᠑᠕ᠴ	᠖.
᠖ᠴ	ᠲᠲ	᠑᠕ᠴ	᠖᠑
᠐᠕	ᠲ.	᠑᠕᠕	᠖ᠲ
᠐ᠴ	ᠲᠰ	᠑᠕᠐	᠖ᠴ
᠕᠐	᠑᠕	᠑᠕᠑	᠖ᠰ
᠖ᠴ	᠑᠑	᠑᠕ᠴ	᠖᠐
᠐᠕	ᠲ.	᠑᠕᠐	᠖᠖
᠐ᠴ	ᠲᠰ	᠑᠑᠑	᠖᠕
᠐᠑	ᠲ.	᠑᠕᠑	᠖᠕
᠖ᠴ	ᠲᠲ	᠑᠕᠕	᠖᠑
᠐᠕	᠑᠑	᠑᠕ᠴ	᠕.
᠐ᠴ	᠑᠖	᠑᠕᠐	᠕᠑
᠖.	ᠲ.	᠑᠕ᠴ	᠕ᠲ
᠖ᠴ	᠑᠕	᠑᠕᠑	᠕ᠴ
᠐᠕	ᠴ.	ᠲ.᠐	᠕ᠰ
᠖.	᠑ᠰ	᠑᠑.	᠕᠐
᠖᠑	᠑᠕	᠑᠕᠑	᠕᠖
᠖.	ᠲ᠑	᠑᠕ᠴ	᠕᠕
᠖᠐	ᠲᠴ	᠑᠑ᠴ	᠕᠕
᠖᠐	ᠲ᠕	᠑᠕᠕	᠕᠑
᠖ᠰ	ᠲᠲ	᠑᠑ᠴ	᠕.

الخطوة الثالثة : ترميز البيانات، حيث نقوم بتقسيم بيانات كل متغير إلى مستويات، ونعطي لكل مستوى من المستويات رقما خاصا به ويمكن توضيح ما تقدم بالشكل الآتي :

١ - نقسم أعمار الطلاب - (م ١) - إلى ثلاث مستويات بالشكل الآتي :

المستوى الأول : يشتمل على الطلاب الذين تتراوح أعمارهم ما بين ١٧٦ و ١٨٨ شهرا. ونرمز لهذا المستوى بالرقم (١).

المستوى الثاني : يشتمل على الطلاب الذين تتراوح أعمارهم ما بين ١٨٩ و ٢٠٠ شهرا، ونرمز لهذا المستوى بالرقم (٢).

المستوى الثالث : يشتمل على الطلاب البالغة أعمارهم (٢٠١) شهرا فما فوق، ونرمز لهذا المستوى بالرقم (٣).

٢ - نقسم درجات الطلاب في الاختبار القبلي للإلقاء - م ٢ - إلى ثلاث مستويات بالشكل الآتي :

المستوى الأول : يشتمل على الطلاب الذين تتراوح درجاتهم ما بين (١٣) و (١٩) درجة. ونرمز لهذا المستوى بالرقم (١).

المستوى الثاني : يشتمل على الطلاب الذين تتراوح درجاتهم ما بين (٢٠) و (٢٥) درجة، ونرمز لهذا المستوى بالرقم (٢).

المستوى الثالث : يشتمل على الطلاب الذين تتراوح درجاتهم ما بين (٢٦) و (٣٠) درجة، ونرمز لهذا المستوى بالرقم (٣).

٣ - نقسم درجات الطلاب في الاختبار القبلي للميل - (م ٣) - إلى ثلاث مستويات بالشكل الآتي :

المستوى الأول : يشتمل على الطلاب الذين تتراوح درجاتهم ما بين (٤٨) و (٦٠) درجة. ونرمز لهذا المستوى بالرقم (١).

المستوى الثاني : يشتمل على الطلاب الذين تتراوح درجاتهم ما بين (٦١) و (٧٢) درجة. ونرمز لهذا المستوى بالرقم (٢).

المستوى الثالث : يشتمل على الطلاب الذين تتراوح درجاتهم ما بين (٧٣) و (٨٥) درجة. ونرمز لهذا المستوى بالرقم (٣).

والجدول التالي – الجدول رقم (٥) – يوضح عملية ترميز البيانات برمتها.

جدول (٥)

رقم الفئة على وفق المعادلة	رقم الفئة على وفق مجموع الرموز	م ٣	م ٢	م ١	ت
٥	٥	٢	٢	١	١
٦	٦	٣	٢	١	٢
١٢	٦	٣	١	٢	٣
١٤	٦	٢	٢	٢	٤
١٠	٤	١	١	٢	٥
١	٣	١	١	١	٦
٤	٤	١	٢	١	٧
٥	٥	٢	٢	١	٨
٤	٤	١	٢	١	٩
٤	٤	١	٢	١	١٠
١٠	٤	١	١	٢	١١
١١	٥	٢	١	٢	١٢
٥	٥	٢	٢	١	١٣
٦	٦	٣	٢	١	١٤
٨	٦	٢	٣	١	١٥
١٣	٥	١	٢	٢	١٦
٥	٥	٢	٢	١	١٧
١٠	٤	١	١	٢	١٨
٤	٤	١	٢	١	١٩
٧	٥	١	٣	١	٢٠
١٠	٤	١	١	٢	٢١
٥	٥	٢	٢	١	٢٢
٢٣	٧	٢	٢	٣	٢٣

14	7	2	2	2	24
2	4	2	1	1	20
1	3	1	1	1	27
11	0	2	1	2	27
4	4	1	2	1	28
14	7	2	2	2	29
2	4	2	1	1	30
8	7	2	3	1	31
13	0	1	2	2	32
2	4	2	1	1	33
12	7	3	1	2	34
2	4	2	1	1	35
18	8	3	3	2	37
8	7	2	3	1	37
4	4	1	2	1	38
7	0	1	3	1	39
1	3	1	1	1	40
14	7	2	2	2	41
0	0	2	2	1	42
1	3	1	1	1	43
7	7	3	2	1	44
12	7	3	1	2	45
0	0	2	2	1	46
4	4	1	2	1	47
20	7	2	1	3	48
4	4	1	2	1	49
1	3	1	1	1	50
4	4	1	2	1	51
11	0	2	1	2	52
7	7	3	2	1	53

۷	۵	۱	۳	۱	۵۴
۱۸	۸	۳	۳	۲	۵۵
۲	۴	۲	۱	۱	۵۶
۱۰	۴	۱	۱	۲	۵۷
۵	۵	۲	۲	۱	۵۸
۸	۶	۲	۳	۱	۵۹
۴	۴	۱	۲	۱	۶۰
۵	۵	۲	۲	۱	۶۱
۴	۴	۱	۲	۱	۶۲
۴	۴	۱	۲	۱	۶۳
۳	۵	۳	۱	۱	۶۴
۲	۴	۲	۱	۱	۶۵
۴	۴	۱	۲	۱	۶۶
۱۳	۵	۱	۲	۲	۶۷
۴	۴	۱	۲	۱	۶۸
۵	۵	۲	۲	۱	۶۹
۱	۳	۱	۱	۱	۷۰
۱	۳	۱	۱	۱	۷۱
۴	۴	۱	۲	۱	۷۲
۲	۴	۲	۱	۱	۷۳
۲۵	۷	۱	۳	۳	۷۴
۱۰	۴	۱	۱	۲	۷۵
۲	۴	۲	۱	۱	۷۶
۴	۴	۱	۲	۱	۷۷
۱۴	۶	۲	۲	۲	۷۸
۸	۶	۲	۳	۱	۷۹
۱۴	۶	۲	۲	۲	۸۰

الخطوة الرابعة : استخراج رقم الفئة لكل طالب على وفق مجموع الرموز. (انظر الجدول السابق)

تنبيه هام : يمكن للباحث الاكتفاء بالخطوات الأربعة السابقة وتقسيم الطلاب الى مجموعتين (تجريبية وضابطة) متكافئتين تكافؤ توازن، إذ من الواضح – بحسب الجدول السابق – أن بالامكان توزيع الطلاب بحسب أرقام الفئات إلى ست فئات :

- ١ – الفئة رقم (٣) : يندرج تحتها (٧) طلاب.
- ٢ – الفئة رقم (٤) : يندرج تحتها (٣٠) طالبا.
- ٣ – الفئة رقم (٥) : يندرج تحتها (٢٠) طالبا.
- ٤ – الفئة رقم (٦) : يندرج تحتها (١٩) طالبا.
- ٥ – الفئة رقم (٧) : يندرج تحتها طالبين فقط.
- ٦ – الفئة رقم (٨) : يندرج تحتها طالبين فقط.

ثم القيام بتقسيم طلاب كل فئة بالتساوي على المجموعتين الضابطة والتجريبية.

أما فيما يخص ما يتبقى من طلاب – طالبان فقط – لكونهم زاندين بعد تقسيم زملائهم، كما هو الحال مع الطلاب الذين ينتمون إلى الفئات التي يكون عدد طلابها فرديا – الفئة رقم (٣) والفئة رقم (٦) – فيمكن توزيعهما على المجموعتين ولا يكون لذلك تأثير كبير على التكافؤ بين المجموعتين.

أما إذا لم يكتف الباحث بتحقيق تكافؤ التوازن بين المجموعتين – رغم كفايته – ويسعى إلى تحقيق قدر أكبر من التكافؤ بين المجموعتين فعليه الاستمرار معنا في خطوات أخرى.

الخطوة الخامسة : استخراج رقم الفئة لكل طالب على وفق المعادلة الآتية :

$$١ - ن \quad ٢ - ن \quad ٣ - ن$$

$$(م) \times (١ - ١) + (م) \times (١ - ٢) + (م) \times (١ - ٣) + \dots + ر.خ.$$

وبتطبيق المعادلة نحصل على رقم الفئة التي ينتمي إليها الفرد.
(انظر الجدول رقم ٥)

الخطوة السادسة : تقسيم الطلاب إلى مجموعتين متكافئتين تكافؤ توازن مع أكبر قدر ممكن من تكافؤ التماثل. وذلك بالشكل الآتي :

أ - توزيع الطلاب على مجموعات بحسب أرقام الفئات على وفق مجموع الرموز، وبذلك نحصل - بحسب مثالنا - على الفئات التالية (وكل فئة تشتمل على طلاب متكافئين فيما بينهم تكافؤ توازن) :

١ - الفئة رقم (٣) : يندرج تحتها (٧) طلاب.

٢ - الفئة رقم (٤) : يندرج تحتها (٣٠) طالبا.

٣ - الفئة رقم (٥) : يندرج تحتها (٢٠) طالبا.

٤ - الفئة رقم (٦) : يندرج تحتها (١٩) طالبا.

٥ - الفئة رقم (٧) : يندرج تحتها طالبين فقط.

٦ - الفئة رقم (٨) : يندرج تحتها طالبين فقط

ب - نقوم بالآتي :

١ - توزيع الطلاب المتكافئين تكافؤ تماثل داخل كل فئة من هذه الفئات على المجموعتين بالتساوي. (انظر الجدول : حيث يشير اللون الخاكي الداكن إلى الطلاب المتكافئين تكافؤ تماثل في كل فئة).

٢ - ويعد الفراغ من توزيع الطلاب المتماتلين نستصحب الزائدين من منهم بعد التقسيم مع المتبقين من الطلاب داخل كل فئة (وهم متكافئون تكافؤ توازن فقط كما أشرنا إلى ذلك سابقا) ونوزعهم على

المجموعتين بالتساوي. (انظر الجدول : حيث يشير اللون الرصاصي إلى الطلاب المتكافئين تكافؤ توازن في كل فئة).

٣ - أما الطلاب المتبقين فيوزعون بالتساوي على المجموعتين. (انظر الجدول ٦ حيث يشير عدم التلوين إلى هؤلاء الطلاب، وهما طالبان فقط).

جدول (٦)

المجموعة الضابطة				المجموعة التجريبية			
رقم فئته على وفق المعادلة	الطالب	رقم الفئة		رقم فئته على وفق المعادلة	الطالب	رقم الفئة	ت
١	ط٢٦	٣	١	١	ط٦	٣	١
١	ط٤٣	٣	٢	١	ط٤٠	٣	٢
١	ط٧٠	٣	٣	١	ط٥٠	٣	٣
١٠	ط٥	٤	٤	١	ط٧١	٣	٤
١٠	ط١٨	٤	٥	١٠	ط١١	٤	٥
١٠	ط٥٧	٤	٦	١٠	ط٢١	٤	٦
٤	ط٧	٤	٧	١٠	ط٧٥	٤	٧
٤	ط٢٨	٤	٨	٤	ط١٩	٤	٨
٤	ط٤٧	٤	٩	٤	ط٣٨	٤	٩
٤	ط٥١	٤	١٠	٤	ط٤٩	٤	١٠
٤	ط٦٢	٤	١١	٤	ط٦٠	٤	١١
٤	ط٦٦	٤	١٢	٤	ط٦٣	٤	١٢
٤	ط٧٢	٤	١٣	٤	ط٦٨	٤	١٣
٤	ط٩	٤	١٤	٤	ط٧٧	٤	١٤
٢	ط٢٥	٤	١٥	٤	ط١٠	٤	١٥
٢	ط٣٣	٤	١٦	٢	ط٣٠	٤	١٦
٢	ط٥٦	٤	١٧	٢	ط٣٥	٤	١٧

۲	۷۳ب	۴	۱۸	۲	۶۵ب	۴	۱۸
۵	۱ب	۵	۱۹	۲	۷۶ب	۴	۱۹
۵	۱۳ب	۵	۲۰	۵	۸ب	۵	۲۰
۵	۲۲ب	۵	۲۱	۵	۱۷ب	۵	۲۱
۵	۴۶ب	۵	۲۲	۵	۴۲ب	۵	۲۲
۵	۶۱ب	۵	۲۳	۵	۵۸ب	۵	۲۳
۱۳	۱۶ب	۵	۲۴	۵	۶۹ب	۵	۲۴
۱۳	۶۷ب	۵	۲۵	۱۳	۳۲ب	۵	۲۵
۱۱	۲۷ب	۵	۲۶	۱۱	۱۲ب	۵	۲۶
۷	۲۰ب	۵	۲۷	۱۱	۵۲ب	۵	۲۷
۷	۵۴ب	۵	۲۸	۷	۳۹ب	۵	۲۸
۶	۲ب	۶	۲۹	۳	۶۴ب	۵	۲۹
۶	۴۴ب	۶	۳۰	۶	۱۴ب	۶	۳۰
۱۲	۳ب	۶	۳۱	۶	۵۳ب	۶	۳۱
۱۲	۴۵ب	۶	۳۲	۱۲	۳۴ب	۶	۳۲
۱۴	۲۴ب	۶	۳۳	۱۴	۴ب	۶	۳۳
۱۴	۴۱ب	۶	۳۴	۱۴	۲۹ب	۶	۳۴
۱۴	۸۰ب	۶	۳۵	۱۴	۷۸ب	۶	۳۵
۸	۳۱ب	۶	۳۶	۸	۱۵ب	۶	۳۶
۸	۵۹ب	۶	۳۷	۸	۳۷ب	۶	۳۷
۲۰	۴۸	۶	۳۸	۸	۷۹ب	۶	۳۸
۲۵	۷۴ب	۷	۳۹	۲۳	۲۳ب	۷	۳۹
۱۸	۵۵ب	۸	۴۰	۱۸	۳۶ب	۸	۴۰

المصادر

أ - الكتب :

- ١ - الأسس المنطقية للاستقراء، السيد محمد باقر الصدر، إعداد وتحقيق لجنة التحقيق التابعة للمؤتمر العالمي للإمام الشهيد الصدر - قدس -، مركز الأبحاث والدراسات التخصصية للشهيد الصدر ، مطبعة شريعت، ايران - قم، ١٤٢٤هـ.
- ٢ - الأسس المنطقية للاستقراء في ضوء دراسة الدكتور سروش، السيد عمار أبو رغيف، دار الفقه للطباعة والنشر، دفتر انتشارات إسلامي، قم، ١٤٢٧هـ.
- ٣ - الاستقراء والمنطق الذاتي، يحيى محمد، الانتشار العربي، ٢٠٠٥م.
- ٤ - الاستقراء والمنهج العلمي، الدكتور محمود فهمي زيدان، دار الجامعات المصرية، الاسكندرية - مصر، ١٩٧٧م.
- ٥ - دراسات في الحكمة والمنهج ، السيد : عمار أبو رغيف دار الثقلين، بيروت - لبنان، ١٩٩٩م.
- ٦ - الضرورة والاحتمال بين الفلسفة والعلم، السيد نفادي، دار التنوير للطباعة والنشر، بيروت - لبنان، ١٩٨٣م.
- ٧ - طرق الإحصاء، محمد مظلوم حمدي، دار المعارف، القاهرة - مصر، ١٩٦٥م.
- ٨ - فلسفة المصادفة، محمود أمين العالم، دار المعارف، القاهرة - مصر، ١٩٧٠م.
- ٩ - فلسفة العلم ... الصلة بين العلم والفلسفة، فيليب فرانك، ترجمة د. علي علي ناصيف، المؤسسة العربية للدراسات والنشر، بيروت - لبنان ١٩٨٣م.

١٠ - في رحاب الفكر الاستقرائي للشهيد الصدر، السيد رضا حسن الغرابي، دار الكتب العلمية، العراق-بغداد، ٢٠١١م.

١١- قراءات في فلسفة العلوم ، تحرير باروخ برودي ، ترجمة وتقديم دكتور نجيب الحساوي، دار النهضة العربية، بيروت -لبنان، إصدارات الجوهرة . ١٩٩٧م.

١٢ - المذهب الذاتي في نظرية المعرفة، السيد كمال الحيدري، دار فراق، ط٢، إيران-قم، ٢٠٠٥م.

١٣ - منطق الاستقراء، السيد عمار أبو رغيف، دار الفقه للطباعة والنشر، مطبعة دفتر انتشارات إسلامي، إيران-قم، ١٤٢٧هـ.

١٤ - المنطق الوضعي ، الدكتور زكي نجيب محمود ، مكتبة الأنجلو المصرية، ط٣، ١٩٦١م.

١٥ - الموسوعة الفلسفية المختصرة ، نقلها عن الإنجليزية فؤاد كامل - جلال العشري - عبد الرشيد الصادق - مراجعة وإشراف الدكتور زكي نجيب محمود ، مكتبة الأنجلو مصرية . القاهرة - مصر، ١٩٦٥.

ب - البحوث والمقالات :

١ - علم الكلام المعاصر قراءة منهجية في التجربة الكلامية للشهيد الصدر، الشيخ حيدر حب الله . موقع الشيخ حيدر حب الله .

فهرس المحتويات

المقدمة ٧

هوامش المقدمة ٣٣

الإضاءة الأولى

مفهوم الاحتمال ببساطة ودوره في حياتنا العلمية والعملية

(٣٧ - ٣٥)

مفهوم الاحتمال ببساطة ٣٥

الاحتمال ودوره في حياتنا العلمية والعملية ٣٧

هوامش الإضاءة الأولى ٣٨

الإضاءة الثانية

نبذة مختصرة في تاريخ الاحتمال

(٤٦ - ٣٩)

تاريخ الاحتمال ٣٩

هوامش الإضاءة الثانية ٤٧

الإضاءة الثالثة

نظرية الاحتمال في ضوء المذهب الذاتي (بديهيات نظرية الاحتمال)

(٦٩ - ٤٨)

الشهيد الصدر يعتمد بديهيات (برود) ٤٨

للمزيد من الإيضاح ٥٠

٦٨	تقرير بديهيات الاحتمال هي مسألة اختيار
٧٠	هوامش الإضاءة الثالثة
	الإضاءة الرابعة
	نظرية الاحتمال في ضوء المذهب الذاتي (حساب الاحتمال)
	(٧٢ - ١٧١)
٧٢	تنبيه
٧٥	قاعدة الجمع في الاحتمالات المتنافية
٧٦	مجموع الاحتمالات في المجموعة المتكاملة يساوي واحدا
٧٧	قاعدة الجمع في الاحتمالات غير المتنافية
٨٢	قاعدة الضرب في الاحتمالات المشروطة
٨٩	قاعدة الضرب في الاحتمالات المستقلة
٩١	مبدأ الاحتمال العكسي
٩٥	حساب الاحتمال في مثال الحقائب
٩٦	مثال الحقائب بصورة أبسط
٩٩	أمثلة حول مبدأ الاحتمال العكسي
١٠٨	نظرية التوزيع لـ (برنولي)
١٣٧	النتيجة النهائية لنظرية برنولي
١٣٨	صياغة مختصرة لما تقدم
١٤٥	أمثلة حول معادلات برنولي
١٦٣	إيضاحات مهمة
١٦٣	الإيضاح الأول

الإيضاح الثاني ١٦٥

هوامش الإضاءة الرابعة ١٧٢

الإضاءة الخامسة

نظرية الاحتمال في ضوء المذهب الذاتي (تفسير الاحتمال)

(أ)

التعريف الرئيس للاحتمال في ضوء المذهب الذاتي

(١٧٦ - ٢٢٦)

عرض موجز لتفسير الاحتمال عند (لابلاس) ١٧٦

تفسير (لابلاس) للاحتمال في ضوء المذهب الذاتي ١٧٨

اعتراضات الآخرين على تفسير (لابلاس) للاحتمال ومناقشتها ١٨٥

هوامش الإضاءة الخامسة ٢٢٧

الإضاءة السادسة

نظرية الاحتمال في ضوء المذهب الذاتي (تفسير الاحتمال)

(ب)

تعريف الاحتمال على أساس نظرية التكرار المتناهي في ضوء
المذهب الذاتي

(٢٢٩ - ٢٥٣)

عرض موجز لتفسير الاحتمال على أساس نظرية التكرار المتناهي ٢٢٩

تفسير الاحتمال على أساس نظرية التكرار المتناهي في ضوء
المذهب الذاتي ٢٣١

اعتراض آخر في ضوء الشهود الصادر على التعريف السابق ٢٤١

مناقشة الشهود الصادر للتعريف السابق في ضوء دراسة
(سروش) وردود السيد عمار أبو رغيف ٢٤٢

٢٤٤ وقفة ضرورية للإيضاح

٢٥٤ هوامش الإضاءة السادسة

الإضاءة السابعة

نظرية الاحتمال في ضوء المذهب الذاتي (تفسير الاحتمال)

(ج)

تعريف الاحتمال على أساس التكرار اللامتناهي في ضوء المذهب
الذاتي

(٢٥٥ - ٢٦٤)

٢٥٥ تمهيد

٢٥٥ عرض موجز لنظرية تكرار الحدوث اللامتناهي

٢٥٩ نظرية تكرار الحدوث اللامتناهي في ضوء المذهب الذاتي

٢٦٥ هوامش الإضاءة السابعة

الإضاءة الثامنة

نظرية الاحتمال في ضوء المذهب الذاتي (تفسير الاحتمال)

(د)

تعريف الاحتمال على أساس النظرية المنطقية في ضوء المذهب
الذاتي

(٢٦٦ - ٢٧١)

٢٦٦ تمهيد

٢٦٧ نظرية (كينز)

٢٧٠ نظرية (كينز) في ضوء المذهب الذاتي

الإضاءة التاسعة

نظرية الاحتمال في ضوء المذهب الذاتي (تفسير الاحتمال)

(هـ)

المفهوم التعددي للاحتمال في ضوء المذهب الذاتي

(٢٧٣ - ٢٨٠)

٢٧٣

تمهيد

٢٧٣

المفهوم التعددي للاحتمال

٢٧٩

المفهوم التعددي للاحتمال في ضوء المذهب الذاتي

٢٨١

هوامش الإضاءة التاسعة

الإضاءة العاشرة

نظرية الاحتمال في ضوء المذهب الذاتي (تفسير الاحتمال)

(و)

تعريف الشهيد الصدر للاحتمال // (١) صياغة التعريف

(٢٨٢ - ٣٣٢)

٢٨٢

توضيحات تمهيدية

٢٨٥

إمكان وضع التعريف في صيغتين

٢٨٨

التفاته رائعة وإبداع في اكتشاف طبيعة الاحتمال

٢٨٨

يحيى محمد ومشاكل التعريف الأول

٢٨٨

المشكلة الأولى

٢٨٩	تعليقنا على المشكلة الأولى
٣٠٠	المشكلة الثانية
٣٠١	تعليقنا على المشكلة الثانية
٣٠١	المشكلة الثالثة
٣٠١	تعليقنا على المشكلة الثالثة
٣٠٢	المشكلة الرابعة
٣٠٢	تعليقنا على المشكلة الرابعة
٣٠٣	يحيى محمد ومشاكل التعريف الثاني
٣٠٣	المشكلة الأولى
٣٠٣	تعليقنا على المشكلة الأولى
٣٠٧	المشكلة الثانية
٣٠٧	تعليقنا على المشكلة الثانية
٣١٤	المشكلة الثالثة
٣١٤	تعليقنا على المشكلة الثالثة
٣١٤	الدكتور (سروش) وتعريف الشهيد الصدر
٣١٦	تعليق السيد عمار أبو رغيف على موقف (سروش) من تعريف الشهيد الصدر
٣١٧	إيضاحات مهمة

الإضاءة الحادية عشر

نظرية الاحتمال في ضوء المذهب الذاتي (تفسير الاحتمال)

(١)

تعريف الشهيد الصدر للاحتمال // (٢) وفاء التعريف بالبديهيات

(٣٣٦ - ٣٤٤)

وفاء التعريف بالبديهيات

٣٣٦

المقارنة بين الصيغتين

٣٤٢

هوامش الإضاءة الحادية عشر

٣٤٥

الإضاءة الثانية عشر

نظرية الاحتمال في ضوء المذهب الذاتي (تفسير الاحتمال)

(١)

تعريف الشهيد الصدر للاحتمال // (٣) انسجام التعريف مع الجانب

الحسابي للاحتمال

(٣٤٦ - ٤١٢)

التعريف ينسجم مع الجانب الحسابي للاحتمال

٣٤٦

التعريف ومبدأ الاحتمال العكسي

٣٤٧

التعريف ومثال الحقائق

٣٤٩

التعريف ونظرية برنولي

٣٥٤

التعريف ونظرية برنولي في ضوء دراسة السيد عمار أبو رغيف ٣٥٩

التعريف ونظرية برنولي ما بين الشهيد الصدر والسيد عمار أبو رغيف ٣٩٠

موقف يحيى محمد من تفسير الشهيد الصدر لنظرية برنولي ٣٩٥

تعليقتنا على موقف يحيى محمد من تفسير الشهيد الصدر لنظرية برنولي ٤٠١

هوامش الإضاءة الثانية عشر ٤١٣

الإضاءة الثالثة عشر

نظرية الاحتمال في ضوء المذهب الذاتي (تفسير الاحتمال)

(و)

تعريف الشهيد الصدر للاحتمال // (٤) شمول التعريف

(٤١٥ - ٤١٧)

شمول التعريف ٤١٥

دفع لفهم غير دقيق ٤١٦

هوامش الإضاءة الثالثة عشر ٤١٨

الإضاءة الرابعة عشر

نظرية الاحتمال في ضوء المذهب الذاتي (تفسير الاحتمال)

(و)

تعريف الشهيد الصدر للاحتمال // (٥) تذليل الصعوبات التي يواجهها

التعريف في تحديد عدد أعضاء مجموعة أطراف العلم الإجمالي

(٤١٩ - ٤٤٤)

الصعوبة الأساسية الأولى ٤١٩

- ٤٢١ الطريقة الأولى في تجاوز الصعوبة الأولى
- ٤٢٤ الطريقة الثانية في تجاوز الصعوبة الأولى
- ٤٢٨ مناقشة الشهيد الصدر للصعوبة الأولى في ضوء دراسة
الدكتور (سروش)
- ٤٣١ ملاحظتنا على موقف الدكتور (سروش)
- ٤٣٤ الصعوبة الأساسية الثانية
- ٤٣٧ مناقشة الشهيد الصدر للصعوبة الثانية في ضوء دراسة
الدكتور (سروش)
- ٤٤٠ ملاحظتنا على موقف الدكتور (سروش)
- ٤٤٥ هوامش الإضاءة الرابعة عشر

الإضاءة الخامسة عشر

نظرية الاحتمال في ضوء المذهب الذاتي (تفسير الاحتمال)

(و)

تعريف الشهيد الصدر للاحتمال // (٦) قاعدة الضرب في العلوم
الإجمالية

(٤٤٦ - ٤٥٧)

- ٤٤٦ قاعدة الضرب في العلوم الإجمالية تستنتج على أساس البديهية
الإضافية الثانية
- ٤٤٩ نوعان من الضرب في العلوم الإجمالية -----
- ٤٥٢ أمثلة تطبيقية لقاعدة الضرب في العلوم الإجمالية

الإضاءة السادسة عشر

نظرية الاحتمال في ضوء المذهب الذاتي (تفسير الاحتمال)

(و)

تعريف الشهيد الصدر للاحتمال // (٧) قاعدة الحكومة في العلوم
الإجمالية

(٥١٧ - ٤٥٩)

٤٥٩

بديهيات إضافية للتعريف

٤٥٩

الضرب والحكومة بين العلوم الإجمالية

٤٦٦

للمزيد من الإيضاح

٤٧٣

العوامل المثبتة في الحكومة كالنافية

٤٧٤

الفرضيات التي تفي ببديهية الحكومة

٤٧٧

الحكومة في الأسباب والمسببات

٤٨٠

انطباق الحكومة على الواقع

٤٨٠

بديهية الحكومة في ضوء دراسة (يحيى محمد)

٤٨٨

تعليقتنا على مناقشة (يحيى محمد) لـ (بديهية الحكومة)

٤٩٧

أمثلة تطبيقية لبديهية الحكومة

٥١٨

هوامش الإضاءة السادسة عشر

الإضاءة السابعة عشر

نظرية الاحتمال في ضوء المذهب الذاتي (تفسير الاحتمال)

(٩)

تعريف الشهيد الصدر للاحتمال // (٨) التعريف والعلم الإجمالي الشرطي

(٥١٩ - ٥٥٨)

- ٥١٩ العلوم الإجمالية الحملية والشرطية
- ٥٢٣ العلوم الشرطية ذات الواقع المحدد
- ٥٢٦ لمزيد من الإيضاح
- ٥٣٢ التعريف والعلم الإجمالي الشرطي في ضوء دراسة (يحيى محمد)
- ٥٣٨ تعليقتنا على موقف (يحيى محمد) من التعريف والعلم الإجمالي الشرطي
- ٥٥٩ هوامش الإضاءة السابعة عشر

الإضاءة الثامنة عشر

نظرية الاحتمال في ضوء المذهب الذاتي (تفسير الاحتمال)

(٩)

تعريف الشهيد الصدر للاحتمال // (٩) بديهيات نظرية الاحتمال في ضوء المذهب الذاتي

(٥٦٠ - ٥٦١)

- ٥٦٠ بديهيات نظرية الاحتمال في ضوء المذهب الذاتي
- ٥٦٢ هوامش المقالة الثامنة عشر

الإضاءة التاسعة عشر
نظرية الاحتمال في ضوء المذهب الذاتي // (تلخيص لما تقدم)
(٥٦٣ - ٥٧١)

٥٦٣ تلخيص لما تقدم
٥٧٢ هوامش الإضاءة التاسعة عشر

الإضاءة العشرون
بحوث إضافية ذات صلة بموضوع المقالة
(٥٧٣ - ٦٧٢)

٥٧٣ تمهيد
٥٧٤ البحث الأول : المزيد من الإيضاح لمفهوم العلم الإجمالي
٦٠٢ البحث الثاني : نص نظرية برنولي وإثباتها
٦٣٨ البحث الثالث : البحث في بعض طرق العد
٦٥٥ البحث الرابع : ماذا تعني بمصطلح الصور الكلية الممكنة
٦٦١ البحث الخامس : مقارنة لبعض مفاهيم نظرية الاحتمال
عند الشهيد الصدر مع بعض المفاهيم الشائعة والمتداولة
في أغلب الأدبيات والنشرات الرياضية
٦٧٣ هوامش الإضاءة العشرون

الإضاءة الحادية والعشرون
طريقتا الغرابي في التكافؤ بين مجموعات البحث

(٦٧٤ – ٧٨٠)

٦٧٤	نمهيذ
٦٧٦	القسم الأول / طريقة الغرابي الأولى في التكافؤ بين مجموعات البحث
٦٧٦	المقدمة
٦٧٩	البحث الأول : عرض الطريقة
٦٨٨	البحث الثاني : العلم الإجمالي والأساس المنطقي لطريقة الغرابي
٧٠٤	البحث الثالث : صعوبات وحلول
٧١٥	البحث الرابع : هل لطريقة الغرابي فوائد أخرى ؟
٧١٩	البحث الخامس : النظام الذي يخضع له ترتيب الصور الممكنة في العلم الإجمالي
٧٤٤	القسم الثاني / طريقة الغرابي الثانية في التكافؤ بين مجموعات البحث
٧٨١	المصادر
٧٨٣	فهرس المحتويات

هذا الكتاب

أولاً : حاول المؤلف في هذا الكتاب أن يسלט الضوء على إنجازات السيد الشهيد (محمد باقر الصدر) في نظرية الاحتمال، من خلال التركيز على جهوده التي بذلها في تشخيص الخلل الذي يعاني منه (تفسير الاحتمال) في ضوء الاتجاهات الفكرية المختلفة التي حاولت تفسيره، ومن خلال تعميق البحث في التفسير البديل الذي قدمه الشهيد الصدر وحاول أن يتجاوز به العديد من العقبات التي لم تتمكن التفسيرات الأخرى من تجاوزها.

ثانياً : حاول المؤلف – جهد الإمكان – أن يبدد سوء الفهم الذي تعرضت له بعض بحوث الشهيد الصدر في نظرية الاحتمال على ضوء قراءة معمقة لمعظم النصوص ذات الصلة بتلك البحوث.

ثالثاً : وعلى ضوء ما تقدم فقد احتوى هذا الكتاب على العديد من المناقشات المعمقة التي خلص من خلالها المؤلف – بحسب ما يعتقد - إلى نتائج على درجة كبيرة من الأهمية.



بغداد / شارع المتنبي